CHỦ ĐỀ: HÌNH HỌC

A. PHẦN NỘI DUNG

I. Số điểm, số đoạn thẳng, số đường thẳng

Dạng toán: Đếm số điểm, số đường thẳng, số đoạn thẳng

Bài 1: Cho 100 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm vẽ một đường thẳng. Số đường thẳng vẽ được là:

A. 200. **B.** 4950. **C.** 5680. **D.** 9900.

Trích đề HSG trường THCS Việt Tiến (Việt Yên) năm 2021 - 2022

Lời giải

Đáp án: **B.** 4950.

Bài 2: Trên mặt phẳng cho n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Biết rằng tổng số giao điểm mà n đường thẳng đó cắt nhau tạo ra bằng 465. Tìm n.

Trích đề HSG huyện Hậu Lộc năm 2022 - 2023

Lời giải

Có n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng nào đồng quy, nên mỗi đường thẳng sẽ cắt $n-1$ đường thẳng còn lại tạo ra $n-1$ giao điểm phân biệt.

Do đó n đường thẳng thì có $n(n-1)$ giao điểm.

Nhưng mỗi giao điểm đã được tính 2 lần nên thực tế chỉ có $\frac{n(n-1)}{2}$ giao điểm.

Theo bài ra ta có: $\frac{n(n-1)}{2}=465$

Suy ra: $n(n-1)=930=31.30$ do đó $n=31$

Vậy $n=31$.

Bài 3: Có 25 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi vẽ được tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Nếu thay 25 điểm bởi n điểm ($n\in\mathbb{N}$ và $n\geq 2$) thì số đường thẳng là bao nhiêu?

Trích đề HSG huyện Hiệp Hoà năm 2021-2022

Lời giải

Lấy 1 điểm nối với 24 điểm còn lại ta được 24 đường thẳng.

Vì có 25 điểm nên có 25.24 đường thẳng nhưng mỗi đường thẳng được tính 2 lần.

Vậy số đường thẳng vẽ được là $\frac{25.24}{2}=300$ (đường thẳng)

Nếu thay 25 điểm bởi n điểm ($n\in\mathbb{N}$ và $n\geq 2$) thì số đường thẳng là $\frac{n(n-1)}{2}$.

Bài 4: Cho 30 điểm trong đó có đúng 5 điểm thẳng hàng (ngoài ra không còn 3 điểm nào thẳng hàng). Qua 2 điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng.

Lời giải

Giả sử có 30 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng thì số đường thẳng là: $\frac{30.29}{2}=435$ (đường thẳng).

Với 5 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng thì vẽ được $\frac{5.4}{2}=10$ (đường thẳng).

Nhưng 5 điểm này thẳng hàng nên chỉ vẽ được 1 đường thẳng.

Do đó số đường thẳng giảm đi là: $10-1=9$ (đường thẳng).

Vậy vẽ được $435-9=426$ (đường thẳng).

Bài 5: Cho trước n điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Nếu bớt đi 1 điểm thì số đường thẳng vẽ được qua các cặp điểm giảm đi 10 đường thẳng. Tìm n.

Trích đề HSG Trường THCS An Lễ năm 2021 - 2022

Lời giải

Từ 1 điểm bất kì nối với $(n-1)$ điểm còn lại được n đường thẳng.

suy ra n điểm nối với $(n-1)$ điểm còn lại được $n(n-1)$ đường thẳng.

Mà mỗi đường thẳng được lặp lại 2 lần

Nên số đường thẳng tạo thành từ n điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng là: $\frac{n(n-1)}{2}$ đường thẳng.

Tương tự: Số đường thẳng tạo thành từ $n-1$ điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng là: $\frac{(n-1).(n-2)}{2}$ đường thẳng.

Vì số đường thẳng giảm đi 10 đường nên ta có:

$$\frac{n(n-1)}{2}-\frac{(n-1).(n-2)}{2}=10$$

$$n(n-1)-(n-1)(n-2)=20$$

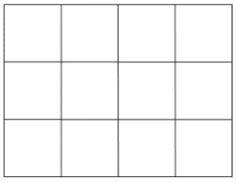
$$n^2-n-\left(n^2-n-2n+2\right)=20$$

$$n^2-n-n^2+n+2n-2=20$$

$$2n-2=20$$

$$n=11$$

Vậy $n=11$.



Bài 6: Cho hình chữ nhật có chiều dài 4 cm, chiều rộng 3 cm. Chia các cạnh của hình chữ nhật thành những đoạn thẳng bằng nhau có độ dài mỗi đoạn là 1 cm. Nối các điểm chia như hình vẽ bên. Hỏi trong hình vẽ có tất cả bao nhiêu hình vuông.

Trích đề HSG Liên trường năm 2021-2022

Lời giải

Quan sát hình vẽ ta thấy:
Số các hình vuông có độ dài cạnh bằng 1 cm là: $4.3=12$ hình vuông.
Số các hình vuông có độ dài cạnh bằng 2 cm là: $3.2=6$ hình vuông.
Số các hình vuông có độ dài cạnh bằng 3 cm là: $2.1=2$ hình vuông.
Tổng sô hình vuông là: $12+6+2=20$. hình vuông.

Bài 7: Cho n điểm phân biệt, trong đó có đúng 10 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm ta vẽ được một đường thẳng. Có tất cả 256 đường thẳng. Tính số điểm n.

Trích đề HSG Liên trường năm 2021-2022

Lời giải

Với n điểm phân biệt, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng thì số các đường thẳng kẻ được là $\frac{n(n-1)}{2}$.

Với 10 điểm phân biệt, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng thì số các đường thẳng kẻ được là $\frac{10.9}{2}=45$.

Do 7 điểm thẳng hàng nên qua 7 điểm chỉ vẽ được 1 đương thẳng.

Vậy qua n điểm phân biệt, trong đó có đúng 10 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có 3 điểm nào thẳng hàng ta vẽ được số đường thẳng là. $\frac{n(n-1)}{2}-45+1$.

Do vẽ được 256 đường thẳng ta có $\frac{n(n-1)}{2}-44=256$

$\frac{n(n-1)}{2}=300$ suy ra $n(n-1)=600=25.24$

Vậy $n=25$

Bài 8. a) Cho 40 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi vẽ được bao nhiêu đường thẳng ?

b) Cho 40 điểm trong đó có đúng 10 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi vẽ được bao nhiêu đường thẳng.

c) Cho n điểm $(n\in\mathbb{N})$. Trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng, cứ qua hai điểm ta được 1 đường thẳng. Biết rằng có tất cả 105 đường thẳng. Tìm n ?

Trích đề HSG Trần Phú Gia Lai năm 2018-2019

Lời giải

a) Kẻ từ 1 điểm bất kỳ với các điểm còn lại được : 39 đường thẳng
Làm như vậy với 40 điểm ta được $39.40=1560$ (đường thẳng)
Nhưng mỗi đường thẳng được tính hai lần
Do vậy số đường thẳng thực sự là : $1560:2=780$ (đường thẳng)
b) Nếu 40 điểm không có ba điểm nào thẳng hàng thì sẽ vẽ được 780 đường thẳng.
*Với 10 điểm, không có ba điểm nào thẳng hàng thì vẽ được:
$10.9:2=45$ (đường thẳng)
Số đường thẳng cần tìm là : $780-44=736$ (đường thẳng)
c) Ta có:

$n.(n-1):2=105$

$n(n-1)=210$

$n(n-1)=15.14$

Bài 9: Trên mặt phẳng cho n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Biết rằng tổng số giao điểm mà n đường thẳng đó cắt nhau tạo ra bằng 465. Tìm n.

Trích đề HSG huyện Hậu Lộc năm 2022 - 2023

Lời giải

Có n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng nào đồng quy, nên mỗi đường thẳng sẽ cắt $n-1$ đường thẳng còn lại tạo ra $n-1$ giao điểm phân biệt.

Do đó n đường thẳng thì có $n(n-1)$ giao điểm.

Nhưng mỗi giao điểm đã được tính 2 lần nên thực tế chỉ có $\frac{n(n-1)}{2}$ giao điểm.

Theo bài ra ta có: $\frac{n(n-1)}{2}=465$

$n(n-1)=930=31.30$

$n=31$

Vậy $n=31$

Bài 10: Cho 2010 đường thẳng trong đó bất kỳ 2 đường thẳng nào cũng cắt nhau. Không có 3 đường thẳng nào đồng quy. Tính số giao điểm của chúng.

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2018-2019

Lời giải

Mỗi đường thẳng cắt 2009 đường thẳng còn lại tạo nên 2009 giao điểm

Mà có 2010 đường thẳng nên có: 2009.2010 giao điểm

Nhưng mỗi giao điểm được tính 2 lần

Do đó số giao điểm thực tế là: $(2009.2010):2=2019045$ (giao điểm)

Vậy có 2019045 giao điểm.

Bài 11: Cho 30 điểm trong đó có đúng 5 điểm thẳng hàng, ngoài ra không còn có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ một đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Trích đề HSG huyện Thọ Xuân năm 2021-2022

Lời giải

Giả sử không có 5 điểm thẳng hàng thì vẽ được: $\frac{30.29}{2}=435$ (đường thẳng)

Có 5 điểm thẳng hàng nên số đường thẳng giảm đi là: $\frac{5.4}{2}-1=9$ (đường thẳng)

Vậy số đường thẳng vẽ được là: $435-9=426$ (đường thẳng).

Bài 12: Cho 20 điểm phân biệt, trong đó có n điểm thẳng hàng. Cứ qua hai điểm vẽ được một đường thẳng. Hãy tìm n, biết rằng vẽ được tổng cộng 170 đường thẳng.

Trích đề HSG huyện Bá Thước năm 2021 -2022

Lời giải

Giả sử 20 điểm phân biệt, không có bất kì ba điểm nào thẳng hàng

Chọn ra một điểm, kẻ các đường thẳng từ điểm này tới $20-1$ đường thẳng còn lại thì được tất cả $20-1$ đường thẳng.

Làm tương tự với các đường thẳng còn lại, ta được tất cả $20(20-1)$ đường thẳng.

Nhưng mỗi đường thẳng được tính hai lần nên số đường thẳng vẽ được là:

$$\frac{20.(20-1)}{2}=\frac{20.19}{2}=190 \text{ đường thẳng.}$$

Nếu trong n điểm, không có bất kì ba điểm nào thẳng hàng. Với cách làm tương tự như trên thì số đường thẳng vẽ được là $\frac{n(n-1)}{2}$ đường thẳng.

Nhưng theo bài toán thì có n điểm thẳng hàng nên số đường thẳng bị giảm đi là $\frac{n(n-1)}{2}-1$ đường thẳng.

Do đó với 20 điểm mà có n điểm thẳng hàng thì vẽ được số đường thẳng là

$$190-\left(\frac{n(n-1)}{2}-1\right) \text{ đường thẳng.}$$

Theo bài toán ta có: $190-\left(\frac{n(n-1)}{2}-1\right)=170$

$$190-\frac{n(n-1)}{2}+1=170$$

$$191-\frac{n(n-1)}{2}=170$$

$$\frac{n(n-1)}{2}=21$$

$$n(n-1)=42$$

$$n(n-1)=7.6$$

$$n=7$$

Vậy $n=7$.

Bài 13: Cho n điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Biết rằng có tất cả 105 đường thẳng. Tính n

Trích đề HSG huyện Ngọc Lặc năm 2018-2019

Lời giải

Tính được số đường thẳng: $\frac{n(n-1)}{2}=105$

$$n(n-1)=210=15.14$$

$$n=15$$

Bài 14: Cho 20 điểm phân biệt trong đó có đúng 7 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi từ 20 điểm đó vẽ được tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Trích đề HSG huyện Hoài Nhơn năm 2015-2016

Lời giải

Nếu trong 20 điểm không có ba điểm nào thẳng hàng thì vẽ được $\frac{20.(20-1)}{2}=190$. (Đường thẳng).

Trong 7 điểm không có ba điểm nào thẳng hàng thì tạo thành $\frac{7.(7-1)}{2}=21$ (Đường thẳng).

Vì 7 điểm thẳng hàng tạo thành 1 đường thẳng nên số đường thẳng giảm $21-1=20$ (Đường thẳng).

Vậy có $190-20=170$ (Đường thẳng).

Bài 15: a) Cho 40 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi vẽ được bao nhiêu đường thẳng?

b) Cho 40 điểm trong đó có đúng 10 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi vẽ được bao nhiêu đường thẳng.

c) Cho n điểm $(n\in\mathbb{N})$. Trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng, cứ qua hai điểm ta được 1 đường thẳng. Biết rằng có tất cả 105 đường thẳng. Tìm n ?

Trích đề HSG cấp trường Trần Phú năm 2018-2019

Lời giải

a) Kẻ từ 1 điểm bất kỳ với các điểm còn lại được: 39 đường thẳng
Làm như vậy với 40 điểm ta được $39.40=1560$ (đường thẳng)
Nhưng mỗi đường thẳng được tính hai lần
Do vậy số đường thẳng thực sự là : $1560:2=780$ (đường thẳng)
b) Nếu 40 điểm không có ba điểm nào thẳng hàng thì sẽ vẽ được 780 đường thẳng.
*Với 10 điểm, không có ba điểm nào thẳng hàng thì vẽ được: $10.9:2=45$ (đường thẳng)
Số đường thẳng cần tìm là : $780-44=736$ (đường thẳng)
c) Ta có: $n.(n-1):2=105$

$n(n-1)=210$

$n(n-1)=15.14$

$n=15$

Vậy $n=15$

Bài 16: Cho 2018 điểm phân biệt trong đó có đúng 3 điểm thẳng hàng. Qua hai điểm ta kẻ được một đường thẳng. Tính số đường thẳng kẻ được.

Trích đề chọn HSG Nga Sơn năm 2017-2018

Lời giải

Giả sử trong 2018 điểm không có ba điểm nào thẳng hàng
Từ 1 điểm ta nối với 2017 điểm còn lại ta được 2017 đường thẳng. Làm như vậy với 2018 điểm ta được $2018.2017=4070306$ (đường thẳng)
Vì mỗi đường thẳng được tính hai lần, do đó số đường thẳng kẻ được là :

$4070306:2=2035153$ (đường thẳng)

Số đường thẳng đi qua 3 điểm không thẳng hàng là 3; Số đường thẳng đi qua 3 điểm phân biệt thẳng hàng là 1; Khi thay 3 điểm phân biệt không thẳng hàng thành 3 điểm phân biệt thẳng hàng thì số đường thẳng giảm đi là : $3-1=2$

Do trong 2018 điểm phân biệt trên có đúng ba điểm thẳng hàng nên số đường thẳng thực tế kẻ được là: $2035153-2=2035151$

Vậy ta kẻ được tất cả là 2035151 đường thẳng.

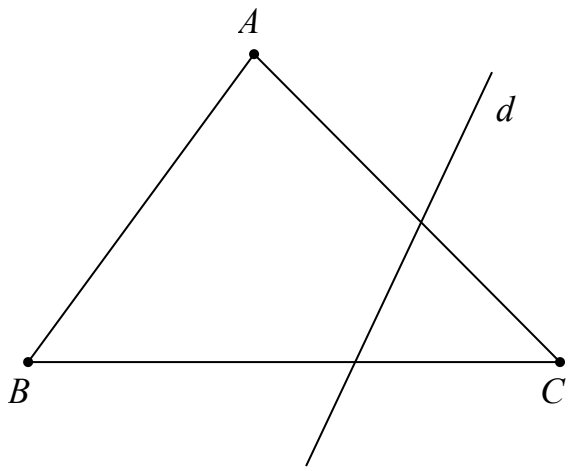
Bài 17: Cho tam giác ABC và một đường thẳng d không đi qua bất kỳ đỉnh nào của tam giác và cắt cạnh BC của tam giác. Hãy chứng tỏ rằng đường thẳng d cắt một và chỉ một trong hai cạnh AB và AC của tam giác ABC

Trích đề KSCL HSG Ba Vì năm 2017-2018

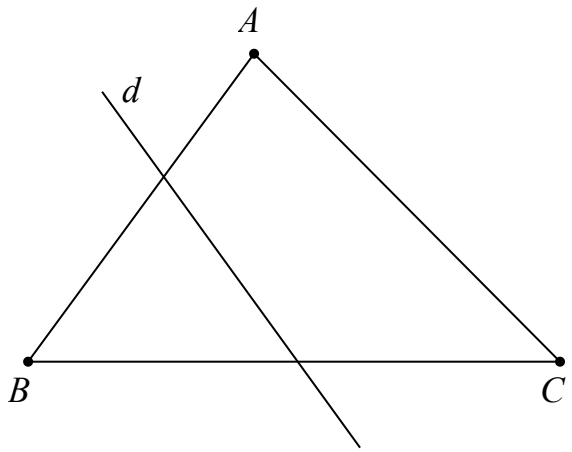
Lời giải

Đường thẳng d cắt cạnh BC và $B,C\notin d$

TH1: Nếu A và B nằm cùng phía với d thì d cắt cạnh AC mà không cắt cạnh AB



Th2: Nếu A và C nằm cùng phía với d thì d cắt cạnh AB mà không cắt cạnh AC



*** Tính số góc, số tam giác được tạo ra**

Bài 18: Trên đoạn thẳng AB lấy 2006 điểm khác nhau đặt tên theo thứ tự từ A đến B là $A_1,A_2,A_3,.....,A_{2004}$. Từ điểm M không nằm trên đoạn thẳng AB ta nối M với các điểm $A_1,A_2,A_3,.....,A_{2004}$; B. Tính số tam giác tạo thành.

Trích đề HSG cấp trường năm 2019-2020

Lời giải

Trên đoạn thẳng AB có các điểm $A;A_1,A_2,A_3,.....,A_{2004};B$ do đó, tổng số điểm trên AB là 2006 điểm suy ra có 2006 đoạn thẳng nối từ M đến các điểm đó.

Mỗi đoạn thẳng (ví dụ MA) có thể kết hợp với 2005 đoạn thẳng còn lại và các đoạn thẳng tương ứng trên AB để tạo thành 2005 tam giác.

Do đó 2006 đoạn thẳng sẽ tạo thành $2005.2006 = 4022030$ tam giác (nhưng lưu ý là MA kết hợp với MA_1 để được 1 tam giác thì MA_1 cũng kết hợp với MA được tam giác và hai tam giác này chỉ là 1)

Do đó số tam giác thực có là: $4022030 : 2 = 2011015$

Bài 19: Cho 10 đường thẳng đồng quy tại O. Hỏi có bao nhiêu góc ở đỉnh O được tạo thành (không kể góc bẹt) ?

Trích đề HSG huyện Sông Lô năm 2015 -2016

Lời giải

10 đường thẳng đồng quy tại O

Do đó có 20 tia gốc O.

Chọn ra một tia, tia đó tạo với mỗi tia trong 19 tia còn lại thành 1 góc.

Làm như thế với 20 tia ta có $20.19 = 380$ (góc), trong đó mỗi góc đã được tính hai lần.

Do đó số góc tạo thành là: $380 : 2 = 190$ (góc).

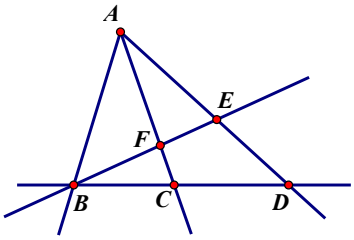
Số góc tạo thành khác góc bẹt là: $190 - 10 = 180$ (góc).

Bài 20: Cho 200 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm vẽ một đường thẳng. Số đường thẳng vẽ được là bao nhiêu?

A. 1990 B. 19900 C. 39800 D. 40000

Trích đề HSG huyện Khoái Châu năm 2018-2019

Bài 21: Trên hình vẽ sau có bao nhiêu bộ ba điểm thẳng hàng?



A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2021-2022

Bài 22: Cho 20 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có thể kẻ được bao nhiêu đoạn thẳng?

A.190 B. 180 C. 380 D. 200

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2021-2022

Bài 23: Vẽ đường thẳng d không đi qua O. Trên đường thẳng d lấy 2015 điểm phân biệt. Tính số các góc có đỉnh O và cạnh đi qua 2 điểm bất kỳ trên đường thẳng d.

Trích đề HSG huyện Thanh Oai năm 2017-2018

Lời giải

Cứ 2 điểm trên đường thẳng d nối với điểm O được 1 góc đỉnh O

$\Rightarrow$ có bao nhiêu đoạn thẳng trên đường thẳng d thì có bấy nhiêu góc đỉnh O

$\Rightarrow$ Số góc đỉnh O đi qua 2 điểm bất kỳ trên đường thẳng d là:

$\frac{2015.2014}{2} = 4058210$ (góc). Vậy có 4058210 góc.

Bài 24: Cho 6 đường thẳng đôi một cắt nhau. Hỏi 6 đường thẳng đó có thể cắt nhau ít nhất tại bao nhiêu điểm, nhiều nhất tại bao nhiêu điểm.

Trích đề HSG Trường THCS Quảng Tiến năm 2019-2020

Lời giải

6 đường thẳng đề cho có thể cắt nhau ít nhất tại 1 điểm (nếu 6 đường thẳng đó đồng quy)

Nếu không có 3 đường thẳng nào đồng quy thì mỗi đường thẳng sẽ cắt 5 đường thẳng còn lại tại thành 5 giao điểm.

Có 6 đường thẳng nên có $6.5=30$ giao điểm

Nhưng mỗi giao điểm lại được tính 2 lần, nên chỉ có $\frac{6.\cdot 5}{2}=15$ giao điểm.

Bài 25: Trên cùng một nửa mặt chứa tia Oy, có bờ chứa tia Ox. Cần vẽ thêm bao nhiêu tia phân biệt gốc O và không trùng với các tia đã vẽ trong hình để tạo thành 630 góc đỉnh O (chỉ tính các góc thuộc nửa mặt phẳng nói trên).

Trích đề HSG huyện Khoái Châu năm 2018-2019

Lời giải

Với n tia chung gốc O vẽ được: $\frac{n(n-1)}{2}$ góc đỉnh O

ta phải có: $n(n-1)=1260=36.35\Rightarrow n=36$

Vậy phải vẽ thêm: $36-5=31$ tia gốc O như yêu cầu đề bài.

Bài 26: Cho 2010 đường thẳng trong đó bất kỳ 2 đường thẳng nào cũng cắt nhau. Không có 3 đường thẳng nào đồng quy. Tính số giao điểm của chúng.

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2018 - 2019

Lời giải

Mỗi đường thẳng cắt 2009 đường thẳng còn lại tạo nên 2009 giao điểm

Mà có 2010 đường thẳng $\Rightarrow$ có: 2009.2010 giao điểm

Nhưng mỗi giao điểm được tính 2 lần $\Rightarrow$ Số giao điểm thực tế là:

$(2009.2010):2=2019045$ (giao điểm)

Bài 27: Trên mặt phẳng cho n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Biết rằng tổng số giao điểm mà n đường thẳng đó cắt nhau tạo ra bằng 465. Tìm n.

Trích đề HSG huyện Hậu Lộc năm 2022 - 2023

Lời giải

Có n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng nào đồng quy, nên mỗi đường thẳng sẽ cắt $n-1$ đường thẳng còn lại tạo ra $n-1$ giao điểm phân biệt.

Do đó n đường thẳng thì có $n(n-1)$ giao điểm .

Nhưng mỗi giao điểm đã được tính 2 lần nên thực tế chỉ có $\frac{n(n-1)}{2}$ giao điểm.

Theo bài ra ta có: $\frac{n(n-1)}{2}=465$

$\Rightarrow n(n-1)=930=31.30\Rightarrow n=31$

Vậy $n=31$

Bài 28: Cho 100 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm vẽ một đường thẳng. Số đường thẳng vẽ được là:

Trích đề HSG huyện Lâm Thao năm 2018- 2019

Lời giải

Lấy một điểm bất kì trong 100 điểm. Qua điểm đó và 99 điểm còn lại, ta vẽ được 99 đường thẳng.

Với 100 điểm ta có:

99 . 100 = 9900 đường thẳng

Mà mỗi đường thẳng được tính hai lần

⇒ Số đường thẳng có tất cả là: $9900:2=4950$ đường thẳng

Bài 29: Cho góc xOy và góc yOz là hai góc kề bù. Góc yOz bằng 30^0

a) Vẽ tia Om nằm trong góc xOy sao cho $\widehat{xOm}=75^0$; tia On nằm trong góc yOz sao cho $\widehat{yOn}=15^0$

b) Hình vẽ trên có mấy góc?

c) Nếu có n tia chung gốc thì sẽ tạo nên bao nhiêu góc ?

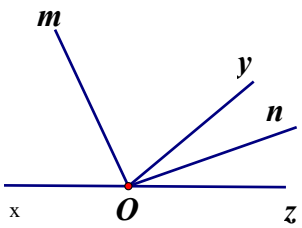
Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2018-2019

Lời giải

a) Vẽ được góc xOy và góc yOz kề bù và $\widehat{yOz}=30^0$

Vẽ được tia Om thỏa mãn điều kiện

Vẽ được tia On thỏa mãn điều kiện



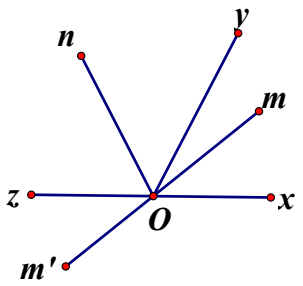
b) Hình vẽ trên có 10 góc

c) Lập luận : từ hình vẽ trên ta có mỗi tia với 1 tia còn lại tạo thành 1 góc. Xét 1 tia, tia đó cùng với 4 tia còn lại tạo thành 4 góc. Làm như vậy với 5 tia ta được 5.4 góc. Nhưng mỗi góc đã được tính 2 lần, do đó có tất cả là

$\frac{5.4}{2}=10$ góc

Từ đó suy ra tổng quát: với n tia chung gốc có $n.\left(\frac{n-1}{2}\right)$(góc)

Bài 30: Cho hình vẽ:



Cần vẽ thêm bao nhiêu tia phân biệt chung gốc O và không trùng với các tia đã vẽ trong hình để tạo thành tất cả 300 góc.

Trích đề HSG huyện Thạch Thành năm 2018-2019

Lời giải

Giả sử cần vẽ thêm n tia phân biệt chung gốc O và không trùng với các tia đã vẽ trong hình để tạo thành tất cả 300 góc. Khi đó tổng số tia gốc O trên hình là $n+6$

Cứ 1 tia gốc O tạo với $n+5$ tia gốc O còn lại thành $n+5$ góc, mà có $n+6$ tia như vậy nên tạo thành: $(n+5)(n+6)$ góc

Vì tia này tạo với tia kia và ngược lại nên mỗi góc được tính 2 lần, suy ra số góc tạo thành: $\frac{(n+5)(n+6)}{2}$ góc. Vì có 300 góc nên ta có:

$$\frac{(n+5)(n+6)}{2}=300 \Rightarrow (n+5)(n+6)=600=24.25 \Rightarrow n=19$$

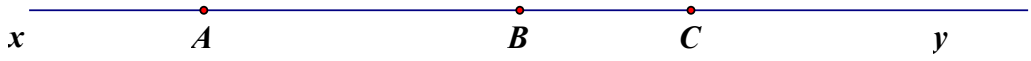
Bài 31: Cho đường thẳng xy, trên đó lấy ba điểm phân biệt A,B,C.

a) Biết $AB=5\text{cm}, AC=3\text{cm}$. Tính BC.

b) Trên xy lấy 4 điểm phân biệt (không trùng với A,B,C) và điểm O không nằm trên đường thẳng xy. Hỏi có thể vẽ được tất cả bao nhiêu tam giác có đỉnh là ba trong các điểm đã có trên hình vẽ.

Trích đề HSG huyện Lục Nam năm 2021 - 2022

Lời giải



a) Vì A $\in$ xy, B $\in$ xy, C $\in$ xy và AC < AB nên điểm C nằm giữa 2 điểm A và B

$\Rightarrow$ AC + CB = AB

$\Rightarrow$ BC = AB – AC

$\Rightarrow$ BC = 5 – 3

Vậy BC = 2cm

b) Ta có 7 điểm phân biệt trên đường thẳng xy và điểm 1 điểm không nằm trên xy

Chọn 1 điểm, nối điểm đấy lần lượt với 7 điểm còn lại được 7 đoạn thẳng.

Làm như vậy với 8 điểm ta được 7 . 8 = 56 (đoạn thẳng).

Như vậy mỗi đoạn thẳng được tính 2 lần. Do đó chỉ có 56 : 2 = 28 (đoạn thẳng)

Vì qua 3 điểm không thẳng hàng ta vẽ được một tam giác nên cứ nối 2 điểm đầu của một đoạn thẳng nằm trên đường thẳng xy với điểm O nằm ngoài xy ta được 1 tam giác.

Vậy số tam giác vẽ được bằng số đoạn thẳng nằm trên đường thẳng xy là 28 tam giác.

Bài 32: Lấy thêm 19 điểm phân biệt trên đường thẳng xy (các điểm này không trùng với điểm O) và một điểm A nằm ngoài đường thẳng xy. Hỏi vẽ được bao nhiêu tam giác nhận 3 trong các điểm trên làm đỉnh.

Trích đề HSG huyện Lập Thạch năm 2018 - 2019

Lời giải

Xét 20 điểm trên đường thẳng xy

Chọn một điểm nối điểm đó với lần lượt 19 điểm còn lại ta vẽ được 19 đoạn thẳng. Làm như vậy với 20 điểm ta được 19.20 đường thẳng.

Như vậy mỗi đường thẳng đã được tính 2 lần, do đó chỉ có $19.20:2$ đoạn thẳng

Vì qua ba điểm không thẳng hàng ta vẽ được một tam giác

Nên cứ nối hai điểm đầu của một đoạn thẳng nằm trên đường thẳng xy với điểm A nằm ngoài đường thẳng xy ta sẽ vẽ được một tam giác.

Vậy số tam giác vẽ được bằng số đoạn thẳng nằm trên đường thẳng xy.

Như vậy ta có 190 tam giác.

Bài 33: Trên mặt phẳng cho n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Biết rằng tổng số giao điểm mà n đường thẳng đó cắt nhau tạo ra bằng 465. Tìm n.

Trích đề HSG huyện Hậu Lộc năm 2022 - 2023

Lời giải

Có n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng nào đồng quy, nên mỗi đường thẳng sẽ cắt $n-1$ đường thẳng còn lại tạo ra $n-1$ giao điểm phân biệt.

Do đó n đường thẳng thì có $n(n-1)$ giao điểm .

Nhưng mỗi giao điểm đã được tính 2 lần nên thực tế chỉ có $\frac{n(n-1)}{2}$ giao điểm.

Theo bài ra ta có: $\frac{n(n-1)}{2}=465$ suy ra suy ra $n(n-1)=930=31.30$ suy ra $n=31$.

Vậy $n=31$.

Bài 34: Cho 2010 đường thẳng trong đó bất kì hai đường thẳng nào cũng cắt nhau. Không có ba đường thẳng nào đồng quy. Tính số giao điểm của chúng?

Trích đề HSG huyện ……năm 20…-20…

Lời giải

Mỗi đường thẳng cắt 2009 đường thẳng còn lại tạo nên 2009 giao điểm.

Mà có 2010 đường thẳng suy ra có 2009.2010 giao điểm.

Nhưng mỗi giao điểm được tính hai lần $\Rightarrow$ Số giao điểm thực tế là:

$(2009.2010):2=2019045$ (giao điểm)

Vậy số giao điểm là 2019045.

Bài 35: Cho n đường thẳng, trong đó bất cứ hai đường thăng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thăng nào đồng quy. Biết rằng số giao điểm cùa các đường thẳng đó là 903. Tính n?

Trích đề HSG huyện Hương Sơn năm 2021-2022

Lời giải

Từ n đường thẳng không có ba đường thẳng nào đồng quy ta có số giao điểm là $\frac{n(n-1)}{2}$.

Khi đó $\frac{n(n-1)}{2}=903$ suy ra $n(n-1)=1806=43.42$ suy ra $n=43$.

Bài 36: Cho 30 điểm trong đó có đúng 5 điểm thẳng hàng (ngoài ra không còn 3 điểm nào thẳng hàng). Qua 2 điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Trích đề HSG huyện Hậu Lộc năm 2021-2022

Lời giải

Giả sử có 30 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng thì số đường thẳng là:

$30.29:2=435$ (đường thẳng)

Với 5 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng thì vẽ được $5.4:2=10$ (đường thẳng)

Nhưng 5 điểm này thẳng hàng nên chỉ vẽ được 1 đường thẳng.

Do đó số đường thẳng giảm đi là: $10-1=9$ (đường thẳng)

Vậy vẽ được $435-9=426$ (đường thẳng)

Bài 37: Cho 25 điểm trong đó có đúng 8 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có ba điểm thẳng hàng. Vẽ các đường thẳng đi qua các cặp điểm. Hỏi vẽ được tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Trích đề HSG huyện Sóc Sơn năm 2021-2022

Lời giải

Nếu 25 điểm đã cho không có ba điểm nào thẳng hàng thì số đường thẳng vẽ được

$25.24:2=300$ (đường thẳng).

Với 8 điểm, không có điểm nào thẳng hàng vẽ được: $8.7:2=28$ (đường thẳng)

Còn nếu 8 điểm này thẳng hàng thì chỉ vẽ được 1 đường thẳng.

Do vậy số đường thẳng bị giảm đi là: $28-1=27$ (đường thẳng)

Số đường thẳng cần tìm là: $300-27=273$ (đường thẳng)

Bài 38: Cho 100 điểm (trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng). Nối từng cặp hai điểm trong 100 điểm đó thành các đoạn thẳng. Hỏi có bao nhiêu đoạn thẳng?

Trích đề HSG huyện Tiên Du năm 2021-2022

Lời giải

Kẻ từ 1 điểm bất kỳ đến 99 điểm còn lại ta được 99 (đoạn thẳng). Ta làm như vậy với tất cả 100 điểm nên được 100.99 (đoạn thẳng).

Nhưng theo cách đó mỗi đoạn thẳng được tính 2 lần. Do đó số đoạn thẳng thực vẽ được là:

$\frac{100.99}{2}=4950$ (đoạn thẳng)

Vậy có tất cả 4950 đoạn thẳng.

Bài 39: Cho 25 điểm trong đó có đúng 8 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có ba điểm thẳng hàng. Vẽ các đường thẳng đi qua các cặp điểm. Hỏi vẽ được tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Lời giải

Nếu 25 điểm đã cho không có ba điểm nào thẳng hàng thì số đường thẳng vẽ được $25.24:2 = 300$ đường thẳng .

Với 8 điểm, không có điểm nào thẳng hàng vẽ được: $8.7:2 = 28$ (đường thẳng)

Còn nếu 8 điểm này thẳng hàng thì chỉ vẽ được 1 đường thẳng.

Do vậy số đường thẳng bị giảm đi là: $28-1 = 27$ (đường thẳng)

Số đường thẳng cần tìm là: $300-27 = 273$ (đường thẳng)

Bài 40: Cho $n(n>2, n\in\mathbb{N})$ điểm phân biệt trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Tính n biết vẽ được tất cả 300 đường thẳng.

Trích đề HSG thị xã Kinh Môn năm 2021-2022

Lời giải

Chọn 1 điểm bất kì trong n điểm đó, qua điểm này và $(n-1)$ điểm còn lại ta kẻ được $(n-1)$ đường thẳng.

Cứ làm như vậy với n điểm thì số đường thẳng tạo thành là: $(n-1).n$ (đường thẳng).

Nhưng như vậy mỗi đường thẳng sẽ được tính 2 lần.

Do đó chỉ có số đường thẳng tạo thành là: $\dfrac{(n-1).n}{2}$ (đường thẳng)

Theo bài ta có tất cả 300 đường thẳng nên:

$\dfrac{(n-1).n}{2} = 300$

$(n-1).n = 600$

$(n-1).n = 24.25$

Do n là số tự nhiên nên $n = 25$.

Vậy $n = 25$.

Bài 41: Trên mặt phẳng cho n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Biết rằng tổng số giao điểm mà n đường thẳng đó cắt nhau tạo ra bằng 465. Tìm n.

Trích đề HSG huyện Hậu Lộc năm 2022 - 2023

Lời giải

Có n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng nào đồng quy, nên mỗi đường thẳng sẽ cắt $n-1$ đường thẳng còn lại tạo ra $n-1$ giao điểm phân biệt.

Do đó n đường thẳng thì có $n(n-1)$ giao điểm .

Nhưng mỗi giao điểm đã được tính 2 lần nên thực tế chỉ có $\dfrac{n(n-1)}{2}$ giao điểm.

Theo bài ra ta có: $\dfrac{n(n-1)}{2} = 465$

$\Rightarrow n(n-1) = 930 = 31.30 \Rightarrow n = 31$

Vậy $n = 31$

Bài 42: Cho 50 điểm phân biệt sao cho có đúng 3 điểm thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm phân biệt ta kẻ được 1 đường thẳng. Hỏi kẻ được tất cả bao nhiêu đường thẳng từ 50 điểm trên?

Trích đề HSG huyện Bình Giang năm 2021 - 2022

Lời giải

Nếu 50 điểm đã cho không có 3 điểm nào thẳng hàng:

Qua mỗi điểm ta kẻ các đường thẳng với 49 điểm còn lại, ta được 49 đường thẳng. Mà có tất cả 50 điểm như thế và mỗi đường thẳng đã được tính 2 lần nên số đường thẳng tạo thành là $50.49:2 = 1225$ đường thẳng.

Qua 3 điểm không thẳng hàng thì ta vẽ được 3 đường thẳng.

Qua 3 điểm thẳng hàng ta vẽ được 1 đường thẳng.

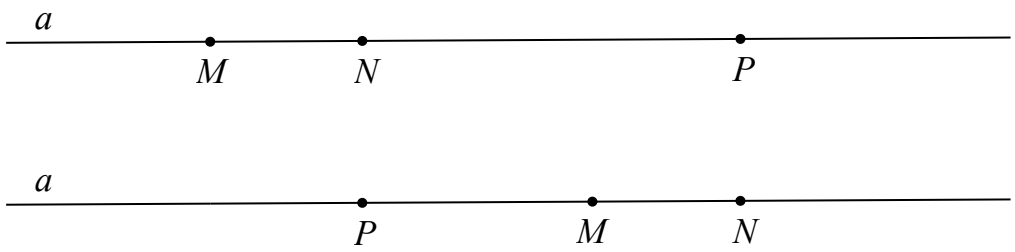
Vậy số đường thẳng tạo thành từ 50 điểm đã cho là:

$1225-3+1=1223$ đường thẳng

II. Trung điểm của đoạn thẳng

Dạng toán: Tính độ dài đoạn thẳng, chứng minh trung điểm của đoạn thẳng.

Bài 1: Trên đường thẳng a lấy ba điểm M, N, P sao cho: $MN = 2$ cm, $NP = 5$ cm. Khi đó độ dài đoạn thẳng MP bằng:



A. 3 cm. **B.** 7 cm. **C.** 3 cm hoặc 7 cm. **D.** 3,5 cm.

Trích đề HSG trường THCS Việt Tiến (Việt Yên) năm 2021 - 2022

Lời giải

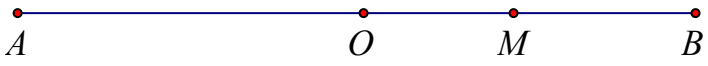
Đáp án: **C.** 3 cm hoặc 7 cm.

Bài 2: Cho ba điểm A, O, B sao cho $OA = 2$cm, $OB = 3$cm và $AB = 5$cm. Lấy điểm M nằm trên đường thẳng AB sao cho $OM = 1$cm. Tính độ dài đoạn thẳng AM.

Trích đề HSG huyện Hiệp Hoà năm 2021-2022

Lời giải

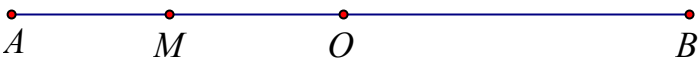
TH1: Điểm M thuộc tia OB. Ta có hình vẽ



Ta có O nằm giữa điểm A và M nên $OA + OM = AM$ hay $2+1 = AM$

Suy ra $AM = 3$ (cm).

TH2: Điểm M thuộc tia OA. Ta có hình vẽ



Ta có M nằm giữa điểm A và O nên $AM+OM=OA$ hay $AM+1=2$

suy ra $AM=3$ (cm).

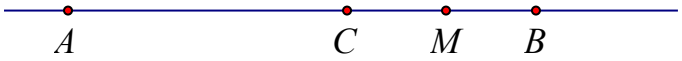
Vậy $AM=3$ (cm) hoặc $AM=1$ (cm).

Bài 3: Cho hai điểm A và B cùng nằm trên đường thẳng xy sao cho $AB=5\text{cm}$. Trên tia Ax lấy điểm C sao cho $AC=3\text{cm}$. Gọi M là trung điểm của BC. Tính độ dài đoạn thẳng $AM=1$ AM.

Trích đề HSG trường THCS Yên Phong năm 2021 - 2022

Lời giải

TH1: B, C nằm cùng phía với nhau so với điểm A.



Ta có: $AC<AB$ $(3<5)$ nên C nằm giữa hai điểm A và B

$AC+CB=AB$

$3+CB=5$

$CB=5-3=2\,(\text{cm})$

Vì M là trung điểm của BC nên M nằm giữa hai điểm C và B và $MC=MB=\dfrac{BC}{2}=1\,(\text{cm})$

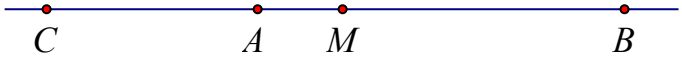
Mặt khác C nằm giữa hai điểm A và M

$AC+CM=AM$

$AM=3+1$

$AM=4\,(\text{cm})$

TH2: B, C nằm khác phía so với điểm A.



Vì A nằm giữa B và C

Nên $CB=CA+AB$

$CB=3+5$

$CB=8\,(\text{cm})$.

Vì M là trung điểm của BC nên M nằm giữa hai điểm C và B và $MC=MB=\dfrac{BC}{2}=4\,(\text{cm})$

Vì $AC<CM$ $(3<4)$ nên A nằm giữa hai điểm C và M

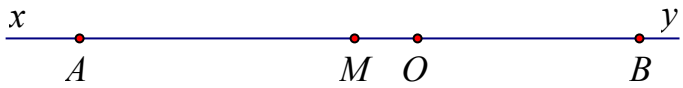
$CA+AM=CM$

$3+AM=4$

$AM=4-3=1$ (cm).

Bài 4: Cho hai tia Ox và Oy đối nhau, trên tia Ox lấy hai điểm A và M sao cho $OA=5\text{cm}$, $OM=1\text{cm}$; trên tia Oy lấy điểm B sao cho $OB=3\text{cm}$. Chứng tỏ: Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Lời giải



Vì điểm M nằm giữa O và A,

suy ra $OM + MA = OA$

$MA = OA - OM = 5 - 1 = 4$ (cm).

Vì điểm O nằm giữa hai điểm M và B.

Khi đó: $OM + OB = MB$

hay $MB = 1 + 3 = 4$ (cm).

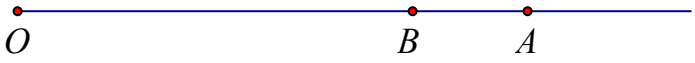
Vì điểm M nằm giữa hai điểm A và B và $MA = MB = 4$ (cm) nên M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Bài 5: Trên tia Ox lấy hai điểm A và B sao cho $OA = 8$cm, $AB = 2$cm. Tính độ dài đoạn thẳng OB.

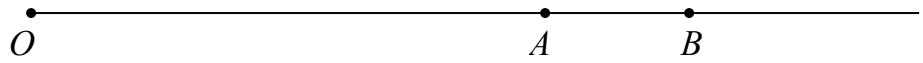
Trích đề HSG trường THCS Việt Tiến (Việt Yên) năm 2021 - 2022

Lời giải

TH1: Ta có $OB = OA - AB = 8 - 2 = 6$ (cm)



TH2: Ta có $OB = OA + AB = 8 + 2 = 10$ (cm)



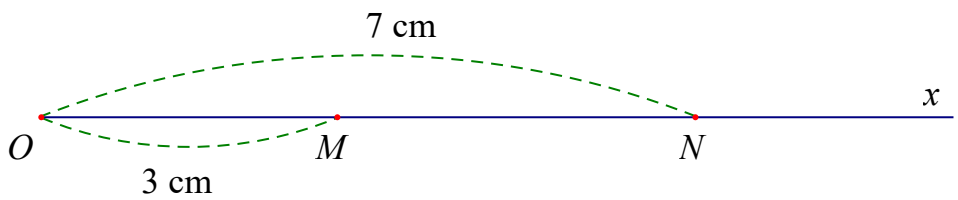
Bài 6: Trên tia Ox lấy hai điểm M và N sao cho $OM = 3$cm, $ON = 7$cm.

a) Tính độ dài đoạn thẳng MN.

b) Gọi P là điểm thuộc tia Ox sao cho $MP = 2$cm. Hỏi P có phải là trung điểm của đoạn thẳng MN không? Vì sao?

Trích đề HSG Trường THCS An Lễ năm 2021 - 2022

Lời giải

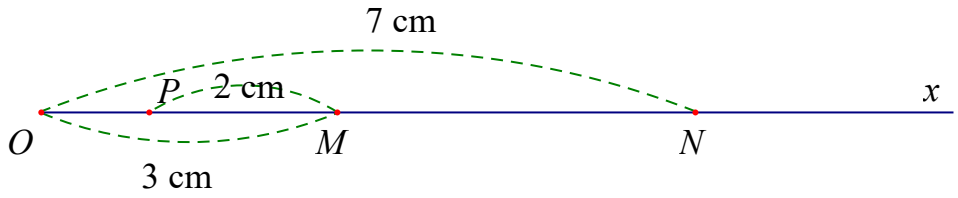


a) Vì M nằm giữa O và N nên $ON = OM + MN$

suy ra $MN = ON - OM = 7 - 3$

Vậy $MN = 4$cm.

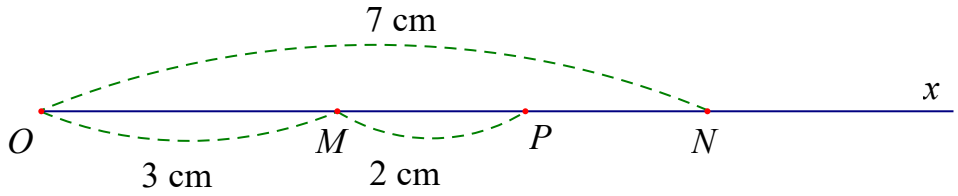
b) TH1: Điểm M và N nằm cùng phía đối với điểm P.



Vì M nằm giữa P và N

suy ra $PM \neq MN$ (vì $2 \neq 4$) nên P không là trung điểm của MN.

TH2: Điểm M và N nằm khác phía đối với điểm P.



M và N nằm khác phía đối với điểm P nên P nằm giữa M và N.

$MN = MP + PN$

$PN = MN - MP$

$PN = 4 - 2$

$PN = 2\ (\text{cm})$

Vì P nằm giữa M và N và $MP = PN\ (= 2\ \text{cm})$

suy ra P là trung điểm của MN.

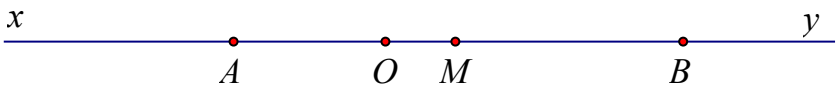
Bài 7: Lấy điểm O trên đường thẳng xy. Trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA = 2\text{cm}$. Trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho $OM = 1\text{cm}; OB = 4\text{cm}$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng BM.

b) Chứng tỏ rằng M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Trích đề HSG Trường THCS Ân Hữu năm 2021 - 2022

Lời giải



a) Vì Nằm giữa O và B

Do đó: $OM + MB = OB$

$1 + MB = 4$

$MB = 4 - 1 = 3\ (\text{cm})$

Vậy $MB = 3$ cm.

b) Vì O nằm giữa A và M

$MA = OM + OA$

$MA = 1 + 2 = 3\text{cm}$

Ta thấy: $MA = MB = 3\text{cm}$

Mà M nằm giữa A và B.

Vậy M là trung điểm của AB.

Bài 8: Lấy điểm O trên đường thẳng xy. Trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA = 2\text{cm}$. Trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho $OM = 1\text{cm}; OB = 4\text{cm}$.

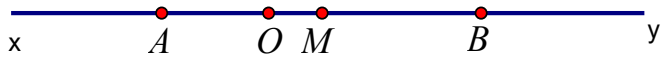
a) Tính độ dài đoạn thẳng BM.

b) Chứng tỏ rằng M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

c) Cho điểm Q không thuộc đường thẳng xy và lấy thêm 2017 điểm phân biệt khác thuộc đường thẳng xy và không trùng với 4 điểm A, B, M, O. Hỏi có thể vẽ được bao nhiêu đoạn thẳng có 2 đầu mút là 2 điểm trong số các điểm đã cho?

Trích đề HSG huyện Chí Linh năm 2021-2022

Lời giải



a) Vì M nằm giữa O và B nên $OM + MB = OB$

Từ đó tính được $MB = 3$ cm

b) Tính được độ dài $AB = 6$ cm

Tính được độ dài đoạn $AM = 3$ cm

Suy ra $AM = MB = \dfrac{AB}{2}$ nên M là trung điểm của AB.

c) Tổng số điểm trên đường thẳng xy là 2021 điểm

Gọi tên các điểm đó là $A, B, M, O, P_1, P_2, P_3, ..., P_{2017}$

Từ Q vẽ được 2021 đoạn thẳng khi nối với các điểm còn lại

Từ A vẽ được 2020 đoạn thẳng khi nối với các điểm còn lại (trừ điểm Q)

Từ B vẽ được 2019 đoạn thẳng khi nối với các điểm còn lại (trừ điểm A, Q)

Vậy tổng số đoạn thẳng vẽ được là:

$2021 + 2020 + 2019 + ... + 3 + 2 + 1$

$= 2022.1010 + 1011$

$= 2043231$

Bài 9: Trên tia Ox lấy hai điểm M và N, sao cho $OM = 5$ cm và $ON = 9$ cm.

a) Tính độ dài đoạn thẳng MN.

b) Lấy điểm P trên tia Ox, sao cho $MP = 2$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng OP.

Trích đề HSG huyện Bình Xuyên năm 2021-2022

Lời giải

a)

a) vì M nằm giữa hai điểm O và N.

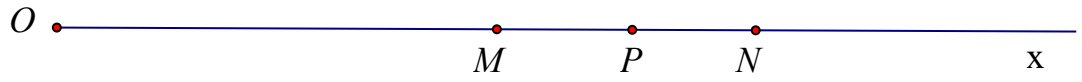
Suy ra $OM + MN = ON$.

Suy ra $5+MN=9$ suy ra $MN=9-5=4$ (cm).

Vậy $MN=4$ (cm).

b)

TH1: P nằm giữa M và N.

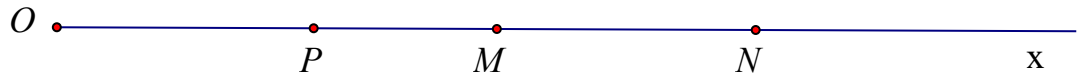


Vì M nằm giữa O và P

Suy ra $OP=OM+MP$

Suy ra $OP=5+2=7$ (cm)

TH2: P nằm giữa O và M.



Vì P nằm giữa O và M nên $OM=OP+PM$

Suy ra $5=OP+2$ suy ra $OP=3$ (cm).

Bài 10: Trên tia Ox lấy hai điểm A,B (điểm A không trùng với điểm O và độ dài OB lớn hơn độ dài OA). Gọi M là trung điểm của OA. Hãy so sánh độ dài MB với trung bình cộng độ dài OB, AB

Trích đề HSG huyện Tĩnh Gia năm 2018-2019

Lời giải

Ta có trung bình cộng BO, BA là $\dfrac{BO+AB}{2}=\dfrac{BO}{2}+\dfrac{BA}{2}$

Ta lại có $BO=BA+AO$ nên $\dfrac{BO+BA}{2}=\dfrac{BA}{2}+\dfrac{AO}{2}+\dfrac{BA}{2}=\dfrac{AO}{2}+BA$ (1)

Mặt khác ta có: $BM=BA+AM$ mà M là trung điểm của OA nên $BM=\dfrac{AO}{2}+BA$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $BM=\dfrac{BO+BA}{2}$. hay số đo BA bằng trung bình cộng số đo BO, BA

Bài 11: Trên đường thẳng xy lấy điểm O và hai điểm M,N sao cho $OM=2\text{cm}$, $ON=3cm$. Vẽ các điểm A,B trên đường thẳng xy sao cho M là trung điểm của OA; N là trung điểm của OB. Tính độ dài AB.

Trích đề HSG huyện Bá Thước năm 2021 - 2022

Lời giải

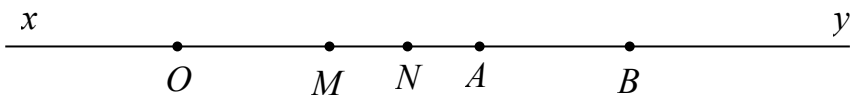
N là trung điểm của OB nên: $ON=\dfrac{OB}{2}$

Do đó: $OB=2ON=2.3=6\,cm$

N là trung điểm của OA nên: $OM=\dfrac{OA}{2}$

Do đó: $OA=2OM=2.2=4\,cm$

TH1: M nằm giữa hai điểm O và N.

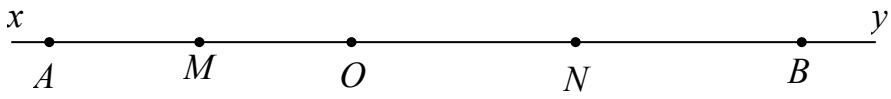


A nằm giữa O và B nên:

$OA + AB = OB$

$AB = OB - OA = 6 - 4 = 2\,cm$

TH2: O nằm giữa hai điểm N và M.



A nằm giữa O và B nên:

$AB = OB + OA = 6 + 4 = 10\,cm$

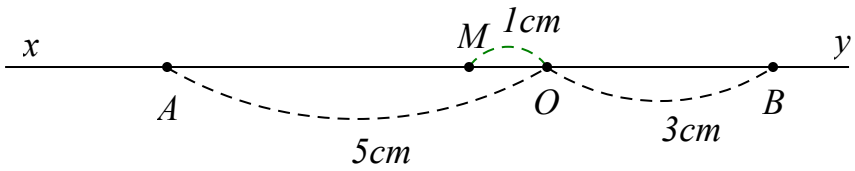
Nếu M nằm giữa hai điểm O và N thì $AB = 2\,cm$.

Nếu O nằm giữa hai điểm N và M thì thì $AB = 10\,cm$.

Bài 12: Cho hai tia Ox và Oy đối nhau. Trên tia Ox lấy hai điểm A và M sao cho $OA = 5cm$, $OM = 1cm$. Trên tia Oy lấy điểm B sao cho $OB = 3cm$. Chỉ ra: M là trung điểm của đoạn thẳng AB .

Trích đề HSG huyện Thọ Xuân năm 2021-2022

Lời giải



Điểm M nằm giữa O và A nên: $OM + MA = OA$.

$MA = OA - OM = 5 - 1 = 4\,(cm)$

Điểm O nằm giữa hai điểm M và B.

Khi đó: $OM + OB = MB$ hay $MB = 1 + 3 = 4\,(cm)$.

Điểm M nằm giữa hai điểm A và B

Mà $MA = MB = 4cm$

Do đó M là trung điểm AB.

Bài 13: Cho đường thẳng xy. Trên xy, lấy ba điểm A, B, C sao cho $AB = a\,(cm)$, $AC = b\,(cm)$ $(b > a)$. Gọi I là trung điểm của AB.

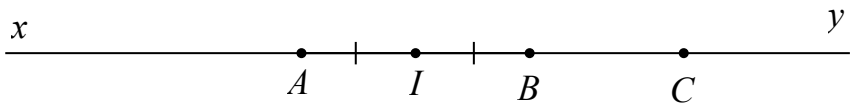
a) Tính IC.

b) Lấy 4 điểm M, N, P, Q nằm ngoài đường thẳng xy. Chứng tỏ rằng đường thẳng xy không cắt hoặc cắt ba, hoặc cắt bốn đoạn thẳng trong các đoạn thẳng sau: MN, MP, MQ, NP, NQ, PQ.

Trích đề HSG huyện Thanh Chương năm 2019 -2020

Lời giải

a) TH1: $B,\ C$ nằm cùng phía với nhau so với A



I là trung điểm của AB nên: $IA = IB = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{a}{2}$

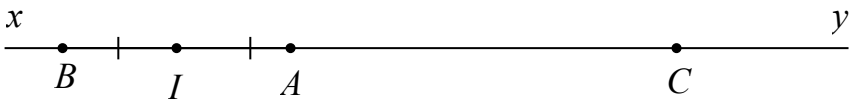
Trên xy, lấy ba điểm A, B, C sao cho $AB = a\ (cm)$, $AC = b(cm)$ mà $(b > a)$.

B nằm giữa A và C nên:

$BC = AC - AB = b - a$

$IC = IB + BC = \dfrac{a}{2} + b - a = b - \dfrac{a}{2}$ (cm)

Th2: B, C nằm khác phía so với điểm A



Học sinh tính được: $IC = b + \dfrac{a}{2}$

b) TH1: Nếu cả 4 điểm cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng xy thì đường thẳng xy không cắt các đoạn thẳng: MN, MP, MQ, NP, NQ, PQ.

*Th2: Nếu có 3 điểm (giả sử M, N, P) cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng xy còn 1 điểm Q nằm khác phía bờ là đường thẳng xy thì đường thẳng xy cắt 3 đoạn thẳng sau: MQ, NQ, PQ

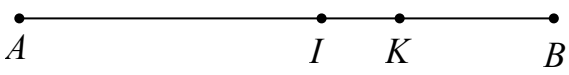
*Th3: Nếu có 2 điểm (giả sử M, N) cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng còn 2 điểm $(P; Q)$ nằm khác phía bờ là đường thẳng xy thì đườn thẳng xy cắt 4 đoạn sau: MP, MQ, NP, NQ.

Bài 14: a) Cho đoạn thẳng $AB = 7cm$. Trên tia AB lấy điểm I sao cho $AI = 4cm$. Trên tia BA lấy điểm K sao cho $BK = 2cm$. Tính IK.

b) Trên tia Ox cho 4 điểm A, B, C, D. Biết rằng A nằm B và C, B nằm giữa C và D; $OA = 5cm, OD = 2cm, BC = 4cm$ và độ dài AC gấp đôi độ dài BD. Tính độ dài các đoạn BD, AC.

Trích đề HSG huyện Hoằng Hóa năm 2017 -2018

Lời giải



a) Điểm K nằm giữa A và B nên: $AK + KB = AB$

$AK = 7 - 2 = 5cm$

Điểm I nằm giữa A và K nên: $AI + IK = AK$

$4 + IK = 5$

$IK = 5 - 4 = 1\ (cm)$

b) Điểm A nằm giữa B và C nên: $BA + AC = BC$

$BA + AC = 4 \quad (1)$

Điểm D nằm giữa O và A nên: $OD + DA = OA$

$2 + DA = 5$

$DA = 5 - 2 = 3cm$

Ta có : $DB + BA = DA$

$DB + BA = 3 \quad (2)$

Từ (1), (2) ta có: $AC - DB = 1$

Mà theo đề bài ta có: $AC = 2BD$

Ta có: $2BD - BD = 1$.

$BD = 1(cm)$

$AC = 2BD = 2(cm)$

Bài 15: Cho tam giác ABC có $BC = 6cm$. Trên tia đối của tia BC lấy điểm D sao cho $BD = 3cm$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng CD.

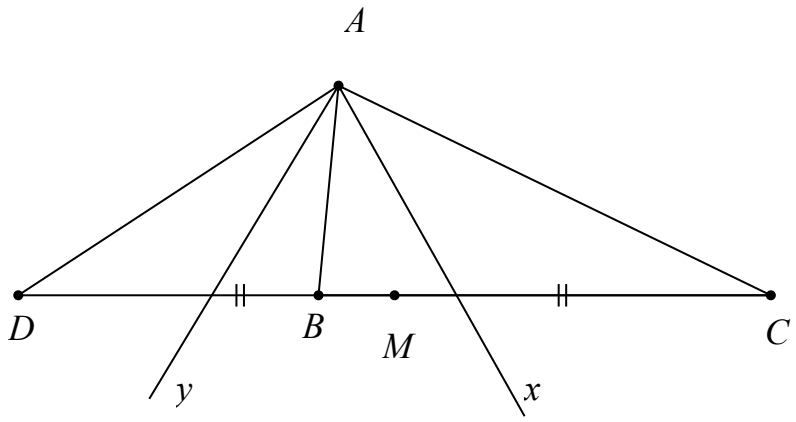
b) Gọi M là trung điểm của CD. Tính độ dài đoạn thẳng BM.

c) Biết góc $\widehat{DAC} = 120°$. Vẽ Ax và Ay lần lượt là các tia nằm chính giữa của góc $\widehat{BAC}$ và góc $\widehat{BAD}$.

d) Trên nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AB không chứa điểm D, nếu vẽ thêm n tia gốc A phân biệt không trùng với các tia AB, AC, Ax thì có tất cả bao nhiêu góc đỉnh A được tạo thành?

Trích đề HSG huyện Phù Ninh năm 2015 -2016

Lời giải



a) Vì điểm D thuộc tia đối của tia BC nên điểm B nằm giữa hai điểm C và D, ta có:

$CD = BC + BD = 6 + 3 = 9 \ (cm)$.

b) Vì M là trung điểm của đoạn CD nên $CM = MD = \dfrac{CD}{2} = \dfrac{9}{2} = 4,5 \ (cm)$

điểm M nằm giữa hai điểm C và B.

Ta có: $BC = BM + CM$

$BM = BC - CM = 6 - 4,5 = 1,5 \ (cm)$.

c) Vì Ax là các tia nằm chính giữa của $\widehat{BAC}$

Vì Ay là các tia nằm chính giữa của $\widehat{BAD}$

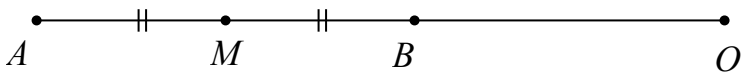
d) Ta có: $n + 3$ tia gốc A phân biệt (kể cả các tia AB, AC, Ax)

Mỗi tia trong $n + 3$ tia hợp với $n + 2$ tia còn lại một góc. Có $n + 3$ tia như vậy nên có tất cả $(n + 3)(n + 2)$ góc. Tính như thế mỗi góc đã được tính hai lần nên có tất cả $(n + 3)(n + 2) : 2$ góc đỉnh A.

Bài 16: Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Trên tia đối của tia BA lấy O (O khác B). So sánh độ dài đoạn thẳng OM và trung bình cộng của hai đoạn thẳng OA và OB.

Trích đề HSG huyện Sông Lô năm 2015 -2016

Lời giải



M là trung điểm của đoạn thẳng AB nên M nằm giữa A và B và $MA = MB$ (1)

Vì B nằm giữa O và M

Ta có $OM = OB + BM$ (2).

Vì M nằm giữa A và O.

Vậy $OM + MA = OA$

$OM = OA - MA$ (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $2OM = OA + OB$ hay $OM = \dfrac{OA + OB}{2}$.

Bài 17: Cho đoạn thẳng $AB = 5cm$. Lấy điểm M thuộc đoạn thẳng AB, trên tia đối của tia AB lấy điểm N sao cho $AN = AM$.

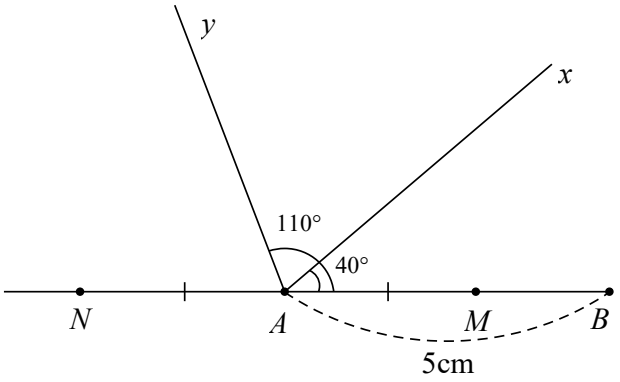
a) Tính BN khi $BM = 2cm$.

b) Vẽ các tia Ax và Ay sao cho tia Ax nằm giữa hai tia Ay và AB, $\widehat{BAx} = 40°$, $\widehat{BAy} = 110°$. Tính $\widehat{yAx}$, $\widehat{NAy}$.

c) Xác định vị trí của điểm M trên đoạn thẳng AB để đoạn thẳng BN có độ dài lớn nhất.

Trích đề HSG THCS Ái Thượng năm 2021-2022

Lời giải



a) Vì M thuộc AB nên

$AM + MB = AB \Rightarrow AM + 2 = 5 \Rightarrow AM = 3cm$

Có $AN = AM \Rightarrow AN = 3cm$

Do N thuộc tia đối của tia AB nên điểm A nằm giữa N và B

$BN = AB + AN = 5 + 3 = 8cm$. Vậy $BN = 8cm$

b) Tia Ax nằm giữa hai tia AB và Ay nên ta có: $\widehat{BAx}+\widehat{xAy}=\widehat{BAy}$ hay $40°+\widehat{xAy}=110°$

$\widehat{xAy}=110°-40°=70°$

+ ta có $\widehat{BAy}$ và $\widehat{NAy}$ là hai góc kề bù

Ta có $\widehat{BAy}+\widehat{NAy}=180°$

hay $110°+\widehat{NAy}=180°$

$\widehat{NAy}=180°-110°=70°$

c) Vì $BN=AB+AN=5+AN\Rightarrow BN$ có độ dài lớn nhất khi AN có độ dài lớn nhất

Mà $AN=AM$ nên BN có độ dài lớn nhất khi AM có độ dài lớn nhất

Có $AM\le AB$ nên AM lớn nhất khi $AM=AB$ khi đó điểm M trùng với điểm B.

Vậy khi điểm M trùng với điểm B thì BN có độ dài lớn nhất.

Bài 18: Trên đường thẳng xy lấy điểm O. Trên tia Ox lấy điểm A, trên tia Oy lấy điểm B,C sao cho $OA=OC=2cm$ và $OB=7cm$.

1) Vẽ hình sau đó:

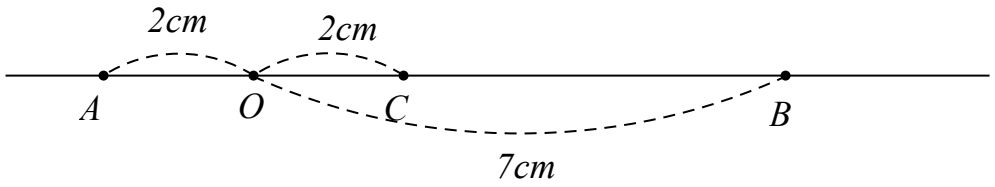
a) Tính độ dài đoạn thẳng BC.

b) Cho biết điểm O có là trung điểm đoạn thẳng AC không? Vì sao?

2) Cần lấy thêm trên đường thẳng xy bao nhiêu điểm phân biệt không trùng với các điểm đã cho để trên đường thẳng có 465 đoạn thẳng mà mỗi đoạn thẳng có mút là hai trong các điểm đó.

Trích đề HSG huyện Đông Hưng năm 2021-2022

Lời giải



1) a) Vì điểm C nằm giữa điểm O và điểm B nên ta có: $OC+CB=OB$

$BC=OB-OC=7-2=5(cm)$.

Vậy $BC=5cm$.

b) Ta có điểm O nằm giữa hai điểm A và C và $OA=OC=2cm$

Vậy điểm O là trung điểm của đoạn thẳng AC.

2) Trên đường thẳng có n điểm thì số đoạn thẳng được tạo thành là: $\dfrac{(n-1)n}{2}$ đoạn thẳng;

Theo bài ra, ta có: $\dfrac{(n-1).n}{2}=465$

$(n-1).n=930$

$(n-1).n=30.31$

$n=31$

Vậy để có 465 đoạn thẳng thì cần có 31 điểm mà đã có 4 điểm nên ta phải thêm vào 27 điểm nữa là đạt yêu cầu của đầu bài.

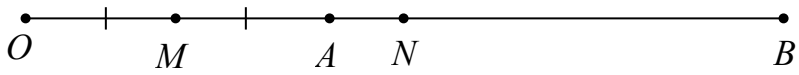
Bài 19: Cho đoạn thẳng AB, điểm O thuộc tia đối của tia AB. Gọi M, N thứ tự là trung điểm OA, OB

a) Chứng tỏ rằng $OA < OB$

b) Chứng tỏ rằng độ dài đoạn thẳng MN không phụ thuộc vào vi trí điểm O (O thuộc tia đối tia AB)

Trích đề HSG cấp trường THCS Hà Huy Tập năm 2018-2019

Lời giải



a) Vì O thuộc tia đối của tia AB nên A nằm giữa O và B

Ta có $OA + AB = OB$ nên $OA < OB$ (vì độ dài các đoạn thẳng là số dương)

b) Vì điểm M nằm giữa hai điểm O và N nên ta có: $OM + MN = ON$

$MN = ON - OM$

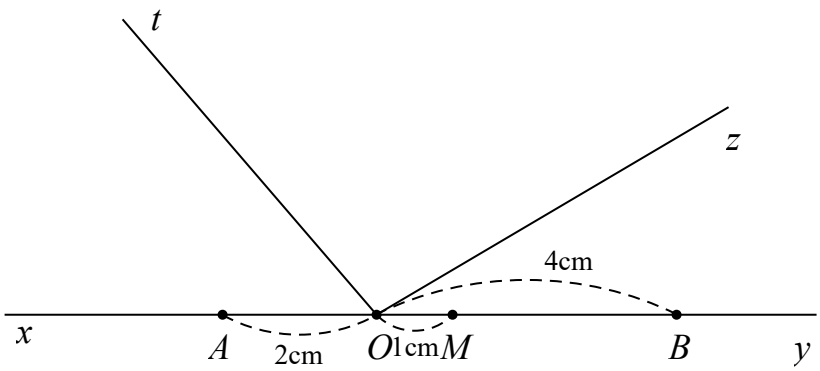
$$MN = \frac{OB - OA}{2} = \frac{AB}{2}$$

Vì AB có độ dài không đổi, nên MN có độ dài không đổi, hay độ dài đoạn thẳng MN không phụ thuộc vào vị trí của điểm O (O thuộc tia đối của tia AB)

Bài 20: Cho góc bẹt xOy, trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA = 2cm$; trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho $OM = 1cm, OB = 4cm$. Chứng tỏ điểm M nằm giữa hai điểm O và B. Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB

Trích đề HSG huyện Thanh Chương năm 2018-2019

Lời giải



Vì M nằm giữa O và B

Ta có $MO + MB = OB$

$MB = OB - MO = 3cm$ (1)

Vì Ox, Oy đối nhau, $A \in Ox$, $M \in Oy$ nên O nằm giữa A và M

$AM = AO - OM = 3cm$ (2)

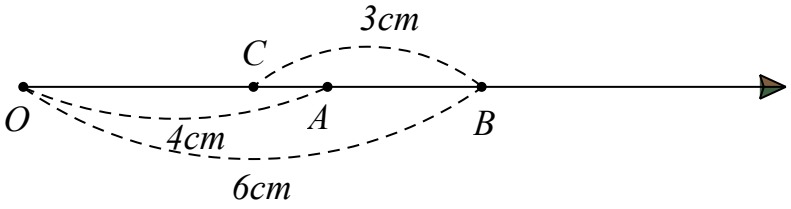
Từ (1) và (2) suy ra $MB = MA = 3(cm)$

Vậy M là trung điểm của AB

Bài 21: Gọi A và B là hai điểm trên tia Ox sao cho $OA = 4cm, OB = 6cm$. Trên tia BA lấy điểm C sao cho $BC = 3cm$. So sánh AB với AC.

Trích đề HSG cấp trường vòng 2 THCS Tân Lập năm 2018-2019

Lời giải



Vì điểm A nằm giữa O và B suy ra

$AB = OB - OA = 6 - 4 = 2(cm)$

Vì điểm A nằm giữa hai điểm B và C

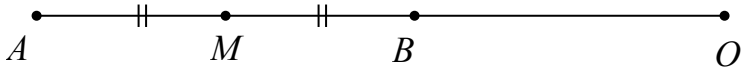
Suy ra : $AC = BC - BA = 3 - 2 = 1(cm)$

Vậy $AB > AC \quad (2 > 1)$

Bài 22: Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Trên tia đối của tia BA lấy O (O khác B). So sánh độ dài đoạn thẳng OM và trung bình cộng của hai đoạn thẳng OA và OB

Trích đề thi chọn HSG Tam Dương năm 2016-2017

Lời giải



M là trung điểm của đoạn thẳng AB nên M nằm giữa A và B; $MA = MB$ (1)

Mà B nằm giữa O và M

Ta có $OM = OB + BM$ (2)

Vì M nằm giữa A và O

Vậy $OM + MA = OA$

Do đó $OM = OA - MA$ (3)

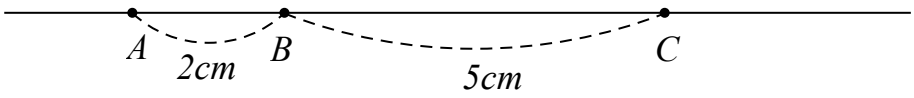
Từ (1),(2) và (3) suy ra $2OM = OA + OB$ hay $OM = \dfrac{OA + OB}{2}$

Bài 23: Cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng 2 cm. Lấy điểm C thuộc đường thẳng AB sao cho $BC = 5\,cm$. Tính độ dài đoạn thẳng AC

Trích đề chọn HSG Trực Ninh năm 2017-2018

Lời giải

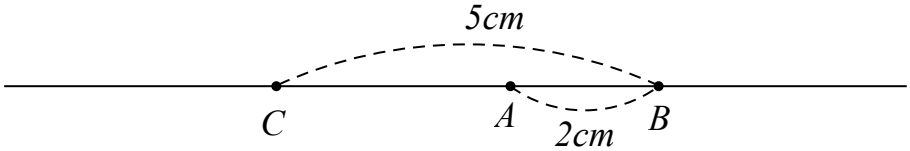
a) Trường hợp điểm C thuộc tia đối của tia BA



Vì điểm B nằm giữa hai điểm A và C

Ta có: $AB + BC = AC$ thay số tính được $AC = 7\,cm$

Trường hợp điểm C thuộc tia BA



Trên tia BA, $BA < BC$ $(2\,cm < 5cm)$ nên điểm A nằm giữa hai điểm B và C

Ta có: $AB + AC = BC$ Thay số tính được $AC = 3\,cm$

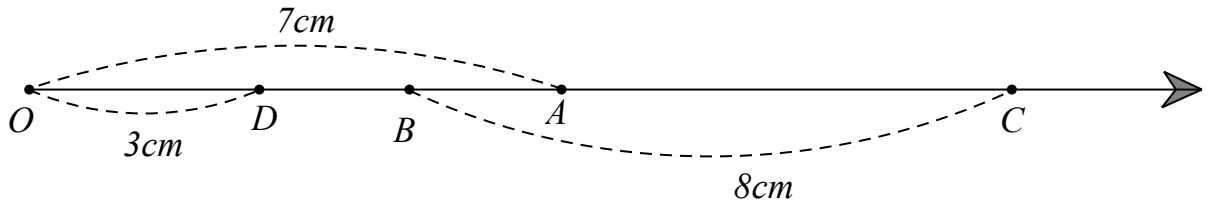
Bài 24: Trên tia Ox cho 4 điểm A, B, C, D. Biết rằng A nằm giữa B và C; B nằm giữa C và D; $OA = 7\,cm$; $OD = 3\,cm$; $BC = 8\,cm$ và $AC = 3BD$

a) Tính độ dài AC

b) Chứng tỏ rằng: Điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AD

Trích đề chọn HSG Nga Sơn năm 2017-2018

Lời giải



a) Đặt $BD = x\,(cm) \Rightarrow AC = 3x\,(cm)$

Vì D nằm giữa O và A nên: $OD + DA = OA \Rightarrow DA = 4$

$DB + BA = 4$ *hay* $x + BA = 4$ (1)

Vì A nằm giữa B và C nên: $BA + AC = BC$ hay $3x + BA = 8$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $(3x + BA) - (x + BA) = 8 - 4$

$2x = 4$

$x = 2$

$AC = 3.2 = 6\,(cm)$

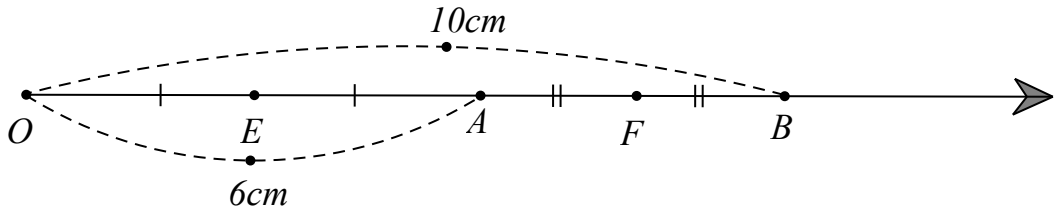
b) Theo (1) ta có: $x + BA = 4$ mà $x = 2$ nên $BA = 2$

Mà $BD = x = 2$ nên $BD = BA = 2$. Do đó B là trung điểm của đoạn thẳng AD

Bài 25: Trên tia Ox lấy 2 điểm A, B sao cho $OA = 6\,cm, OB = 10\,cm$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của OA, AB. Tính độ dài đoạn thẳng EF.

Trích đề chọn HSG Nga Sơn năm 2017-2018

Lời giải



Vì điểm A nằm giữa hai điểm O và B. Do đo $OA + AB = OB$

Thay số $6 + AB = 10$

$AB = 4$

Vậy $AB = 4cm$

Vì E là trung điểm OA nên $EA = \dfrac{OA}{2}$, thay số $EA = 6 : 2 = 3\,cm$

F là trung điểm của AB nên $AF = \dfrac{AB}{2}$

Thay số: $AF = 4:2 = 2\,cm$

Do điểm A nằm giữa hai điểm E và F

Ta có $EF = EA + AF = 3 + 2 = 5\,(cm)$

Vậy $EF = 5\,cm.$

Bài 26: Trên đường thẳng a lấy 3 điểm M, N, P sao cho $MN = 2cm$, $NP = 5cm$. Khi đó độ dài đoạn thẳng MP bằng:

A. 3 cm B. 3 cm hoặc 7 cm C. 7 cm D. 3,5 cm

Trích đề HSG huyện Khoái Châu năm 2018-2019

Bài 27: Cho đoạn thẳng AB = 12cm. Biết điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho AM = 7cm, khi đó AM - MB bằng:

A. 3 cm B. 4 cm C. 2 cm D. 5 cm

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2021-2022

Bài 28: Cho đoạn thẳng CD = 20 cm. Gọi M là trung điểm của CD, I là trung điểm của MC, K là trung điểm của MD, khi đó IK có độ dài là

A. 10 cm B. 5 cm C. 6 cm D. 2,5 cm

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2021-2022

Bài 29: Cho đoạn thẳng $AB = a$; điểm C nằm giữa hai điểm A và B, điểm M là trung điểm của AC, điểm N là trung điểm của CB. Hãy chứng tỏ rằng $MN = \frac{a}{2}$

Trích đề HSG tỉnh Bắc Ninh năm 2016 - 2017

Lời giải

M là trung điểm của AC nên: $AM = MC = \frac{1}{2}AC$

N là trung điểm CB nên: $CN = NB = \frac{1}{2}CB \Rightarrow MC + CN = \frac{1}{2}(AC + CB)$

C nằm giữa A và B nên C nằm giữa M và N

C nằm giữa M và N $\Rightarrow MC + CN = MN$

C nằm giữa A và B $\Rightarrow AC + CB = AB = a$

Do đó $MN = \frac{a}{2}$

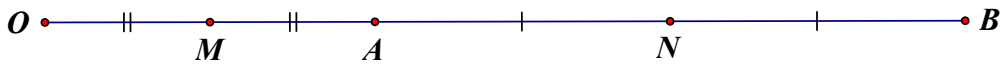
Bài 30: Cho đoạn thẳng AB, điểm O thuộc tia đối của tia AB. Gọi M, N thứ tự là trung điểm của OA, OB.

a) Chứng tỏ rằng $OA < OB$

b) Chứng tỏ rằng độ dài đoạn thẳng MN không phụ thuộc vào vị trí của điểm O (O thuộc tia đối của tia AB)

Trích đề HSG Toán 6 năm 2019 -2020

Lời giải



a) Hai tia AO, AB đối nhau, nên điểm A nằm giữa hai điểm O và B, suy ra:

$\Rightarrow OA < OB$

b) Từ hình vẽ ta có

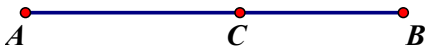
$$OM + MN = ON \Rightarrow MN = ON - OM \Rightarrow MN = \frac{OB - OA}{2} = \frac{AB}{2}$$

Vì AB có độ dài không đổi nên MN có độ dài không đổi, hay độ dài đoạn thẳng MN không phụ thuộc vào vị trí của điểm O (O thuộc tia đối của tia AB)

Bài 31: Cho đoạn thẳng $AB = 8$cm. Lấy điểm C nằm giữa hai điểm A và B sao cho $BC = 4{,}5$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng AC.

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2021-2022

Lời giải



Vì điểm C nằm giữa hai điểm A và B nên ta có

$AC + CB = AB \Rightarrow AC = AB - CB$

Thay $AB = 8$cm, $BC = 4{,}5$cm ta được $AC = 8 - 4{,}5 = 3{,}5\,(\text{cm})$

Vậy $AC = 3{,}5$ cm.

Bài 32: Cho ΔABC có $BC = 5{,}5$ cm. Điểm M thuộc tia đối của tia CB sao cho $CM = 3\,\text{cm}$

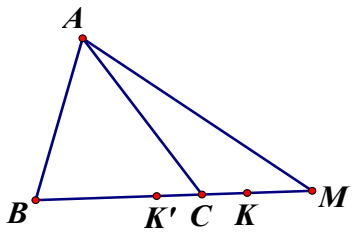
a) Tính độ dài đoạn thẳng BM

b) Biết $\widehat{BAM} = 80^0$, $\widehat{BAC} = 60^0$ Tính $\widehat{CAM}$

c) Tính độ dài đoạn thẳng BK thuộc đoạn BM biết $CK = 1\,\text{cm}$

Trích đề HSG huyện .....năm 2019-2020

Lời giải



a) C nằm giữa B và M

$\Rightarrow BC + CM = BM$

$\Rightarrow BM = 3 + 5,5 = 8,5(\text{cm})$

b) C nằm giữa B và $M \Rightarrow AC$ là tia nằm giữa hai tia AB , AM

$\Rightarrow \widehat{BAC} + \widehat{CAM} = \widehat{BAM}$

$\Rightarrow \widehat{CAM} = \widehat{BAM} - \widehat{BAC}$

$\Rightarrow \widehat{CAM} = 80^0 - 60^0 = 20^0$

c) Xét 2 trường hợp:

+ Nếu K nằm giữa C và M tính được: $BK = BC + CM = 5,5 + 1 = 6,5\,\text{cm}$

+ Nếu K nằm giữa C và B tính được: $BK = 4,5\,\text{cm}$

Bài 33: Cho đoạn thẳng $AB = 8\,\text{cm}$ và C là trung điểm của nó, lấy điểm D là trung điểm của CB, E là trung điểm của CD. Tính độ dài đoạn thẳng EB.

Trích đề HSG Trường THCS Quảng Tiến năm 2019-2020

Lời giải

Hình vẽ:

C là trung điểm của AB nên : $CB = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4(\text{cm})$

D là trung điểm của CB nên: $DB = \frac{1}{2}CB = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2(\text{cm})$

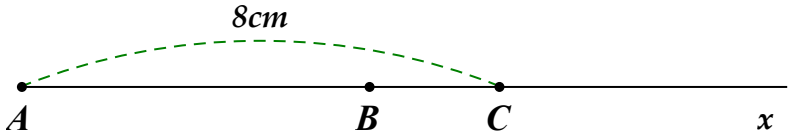
E là trung điểm của CD nên: $ED = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1(\text{cm})$

$EB = ED + DB = 1 + 2 = 3(\text{cm})$

Bài 34: Vẽ tia Ax. Trên tia Ax xác định hai điểm B và C sao cho B nằm giữa A, C và $AC = 8\text{cm}$, $AB = 3BC$. Tính độ dài các đoạn AB, BC.

Trích đề HSG huyện Nghi Sơn năm 2021 - 2022

Lời giải



Có điểm nằm giữa $A, C \Rightarrow AB + BC = AC$ B

$\Rightarrow 3BC + BC = 8$

$\Rightarrow 4BC = 8$

$\Rightarrow BC = 2 \Rightarrow AB = 6$

Vậy $AB = 6\,cm; \text{BC} = 2\,cm$

Bài 35: Trên đường thẳng a lấy ba điểm M, N, P sao cho $MN = 2cm, NP = 5cm.$ Khi đó độ dài đoạn MP bằng bao nhiêu

Trích đề HSG huyện Lâm Thao năm 2018- 2019

Lời giải

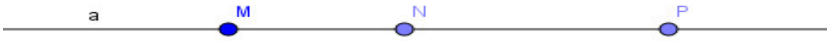
TH1: M nằm giữa N và P

Từ hình vẽ ta có: $NP = MN + MP$

$\Rightarrow 5 = 2 + MP$

$\Rightarrow MP = 3(cm)$

TH2: N nằm giữa M và P



Từ hình vẽ ta có: $MP = MN + NP$

$\Rightarrow MP = 2 + 5$

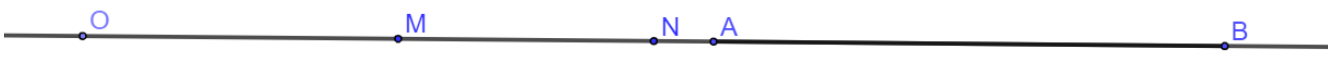
$\Rightarrow MP = 7(cm)$

Bài 36: Cho đoạn thẳng AB; điểm O thuộc tia đối của tia AB, Gọi M, N thứ tự là trung điểm của $OA, OB.$

Chứng tỏ rằng độ dài đoạn thẳng MN không phụ thuộc vào vị trí của điểm O (O thuộc tia đối của tia AB)

Trích đề HSG huyện Lâm Thao năm 2018- 2019

Lời giải



Vì M là trung điểm OA nên $OM = \dfrac{OA}{2}$

Vì N là trung điểm OB nên . $OM = \dfrac{OB}{2}$.

$MN = ON - OM = \dfrac{OB - OA}{2} = \dfrac{AB}{2}$

$MN = \dfrac{AB}{2}$. Vì AB có độ dài không đổi nên MN có độ dài không đổi.

Bài 37: Cho góc xAy, trên tia Ax lấy điểm B sao cho $AB = 6cm$. Trên tia đối của tia Ax lấy điểm D sao cho $AD = 4cm$.

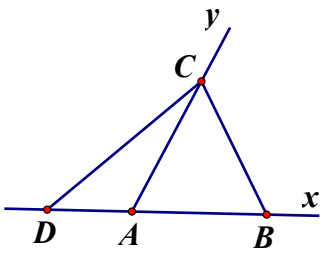
a) Tính BD

b) Lấy C là một điểm trên tia Ay. Biết $BCD = 80^0, BCA = 45^0$. Tính góc ACD

c) Biết $AK = 2cm$ (K thuộc BD). Tính BK.

Trích đề HSG huyện Việt Yên năm 2018-2019

Lời giải



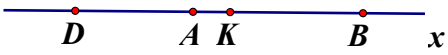
a) Vì B thuộc tia Ax, D thuộc tia đối của tia $Ax \Rightarrow A$ nằm giữa D và B

$\Rightarrow BD = BA + AD = 6 + 4 = 10(cm)$

b) Vì A nằm giữa D và B $\Rightarrow$ tia CA nằm giữa hai tia CB, CD.

$\Rightarrow ACD + ACB = BCD \Rightarrow ACD = BCD - ACB = 80^0 - 45^0 = 35^0$

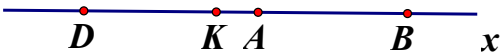
c) Trường hợp 1: K thuộc tia Ax



- Lập luận chỉ ra được K nằm giữa A và B
- Suy ra $AK + KB = AB \Rightarrow KB = AB - AK = 6 - 2 = 4(cm)$

Trường hợp 2: K thuộc tia đối của tia Ax

- Lập luận chỉ ra được A nằm giữa K và B



Suy ra $KB = KA + AB \Rightarrow KB = 6 + 2 = 8(cm)$

Kết luận : Vậy $KB = 4cm$ hoặc $KB = 8cm$.

Bài 38: Cho đoạn thẳng AB, điểm O thuộc tia đối của tia AB. Gọi M, N thứ tự là trung điểm của OA, OB.

a) Chứng tỏ rằng $OA < OB$

b) Chứng tỏ rằng độ dài đoạn thẳng MN không phụ thuộc vào vị trí của điểm O (O thuộc tia đối của tia AB)

Trích đề HSG huyện Nông Cống năm 2019-2020

Lời giải

a) Hai tia AO, AB đối nhau, nên điểm A nằm giữa hai điểm O và B, suy ra:

$\Rightarrow OA < OB$

b) Vì điểm M nằm giữa hai điểm O và N, nên ta có:

$$\Rightarrow OM + MN = ON \Rightarrow MN = ON - OM \Rightarrow MN = \frac{OB - OA}{2} = \frac{AB}{2}$$

Vì AB có độ dài không đổi nên MN có độ dài không đổi, hay độ dài đoạn thẳng MN không phụ thuộc vào vị trí của điểm O (O thuộc tia đối của tia AB)

Bài 40: Vẽ đoạn thẳng $AB = 5cm$

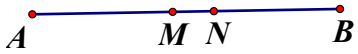
a) Trên đoạn thẳng AB lấy hai điểm M, N sao cho $MN = 1cm$. Tính $AM + BN$?

b) Trên đoạn thẳng AB lấy hai điểm M, N sao cho $AM + BN = 7cm$. Tính MN?

Trích đề HSG huyện Quế Sơn năm 2018-2019

Lời giải

Trường hợp 1:

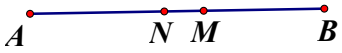


M nằm giữa hai điểm A, N :. $AM + MN = AN \Rightarrow AM = AN - MN$

N nằm giữa hai điểm A, B nên $AN + NB = AB \Rightarrow BN = AB - AN$

$\Rightarrow AM + BN = AB - AN + AN - MN = AB - MN = 5 - 1 = 4cm$

Trường hợp 2



N nằm giữa A, M : $AN + NM = AM$ hay $AM = AN + MN$

N nằm giưa hai điểm A, B nên:

$AN + NB = AB \Rightarrow BN = AB - AN \Rightarrow AM + BN = AB - AN + AN + MN$

$= AB + MN = 5 + 1 = 6cm$

$AM + BN = 7cm$ (*)

$AN + BN = 5cm \Rightarrow AM > AN \Rightarrow N$ nằm giữa hai điểm A, M

N nằm giữa hai điểm A, M được: $AM = AN + NM$

Thay vào (*) được: $AN + NM + BN = 7cm$

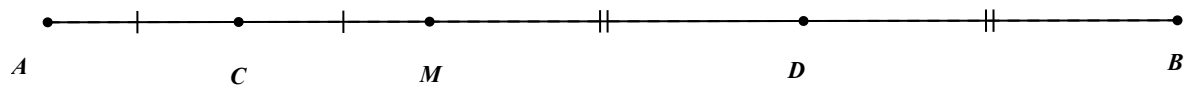
N nằm giữa hai điểm A, B nên $AN + BN = AB = 5cm$

Thay vào trên được: $5 + NM = 7 \Rightarrow MN = 7 - 5 = 2cm$

Bài 41: Cho đoạn thẳng $AB = 6\,\text{cm}$. M là điểm nằm giữa hai điểm A và B. Gọi C và D lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AM và MB. Tính độ dài đoạn thẳng CD.

Trích đề HSG huyện Sơn Tây năm 2021-2022

Lời giải



Vì điểm M nằm giữa hai điểm A và B nên $AM + MB = AB$.

Vì C và D lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AM và MB nên ta có:

$CM = \dfrac{AM}{2}$, $MD = \dfrac{MB}{2}$.

Vì M nằm giữa A và B, C nằm giữa A và M, D nằm giữa M và B, suy ra M nằm giữa C và D.

Do đó: $CD = CM + MD = \dfrac{AM}{2} + \dfrac{MB}{2} = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{6}{2} = 3(\text{cm})$.

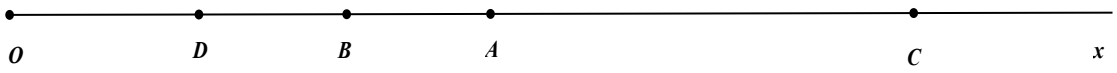
Bài 42: Trên tia Ox cho 4 điểm A, B, C, D. Biết rằng B nằm giữa A và D; A nằm giữa B và C; $OA = 7\,\text{cm}$; $OD = 3\,\text{cm}$; $BC = 8\,\text{cm}$ và $AC = 3BD$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng AD?

b) Chứng tỏ rằng: Điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AD.

Trích đề HSG huyện Hương Sơn năm 2021-2022

Lời giải



a) Vì D nằm giữa O và A nên:

$OA = OD + DA$

$7 = 3 + DA$

$DA = 4\,\text{cm}$.

b) Ta có: $OA + BC = 7 + 8$

$OD + DB + BA + BA + AC = 15$

$3 + DB + BA + BA + 3DB = 15$

$2DA + 2DB = 12$

$8 + 2DB = 12$

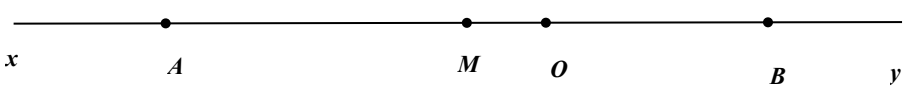
$DB = 2\,\text{cm}$.

Suy ra $DB = \dfrac{DA}{2} = 2\,\text{cm}$ và B nằm giữa A và D nên điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AD.

Bài 43: Cho hai tia Ox và Oy đối nhau, trên tia Ox lấy hai điểm A và M sao cho $OA = 5\,\text{cm}$; $OM = 1\,\text{cm}$ trên tia Oy lấy điểm B sao cho $OB = 3\,\text{cm}$. Chứng tỏ: Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Trích đề HSG huyện Hậu Lộc năm 2021-2022

Lời giải



Vì điểm M nằm giữa O và A, suy ra:

$OM + MA = OA$

$MA = OA - OM = 5 - 1 = 4(\text{cm})$.

Vì điểm O nằm giữa hai điểm M và B. Khi đó:

$OM + OB = MB$

$MB = 1 + 3 = 4(\text{cm})$.

Vì điểm M nằm giữa hai điểm A và B và $MA = MB = 4(\text{cm})$ nên M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Bài 44: Trên đường thẳng xy lấy điểm O. Trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA = 5\,\text{cm}$. Trên tia Oy lấy hai điểm B và C sao cho $OB = 5\,\text{cm}$ và $OC = a(\text{cm})$, với $0 < a < 5$.

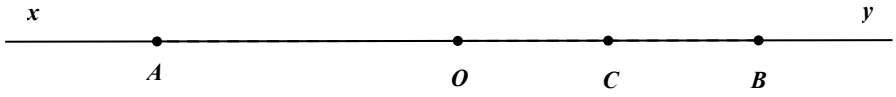
a) Điểm O có là trung điểm của đoạn thẳng AB không? Vì sao?

b) Xác định giá trị của a để C là trung điểm của đoạn thẳng OB.

c) Trên đường thẳng xy lấy thêm 15 điểm phân biệt (không trùng với A, B, O, C). Tính tất cả số đoạn thẳng phân biệt được tạo thành từ các điểm trên hình.

Trích đề HSG huyện Lý Nhân năm 2021-2022

Lời giải



a) Điểm O là trung điểm của đoạn thẳng AB vì O nằm giữa A và B và $OA = OB = 5\,\text{cm}$.

b) C là trung điểm của đoạn thẳng OB khi $OC = BC = \dfrac{OB}{2} = \dfrac{5}{2} = 2,5(\text{cm})$.

Vậy $a = 2,5(\text{cm})$.

c) Trên hình vẽ có tất cả $15 + 4 = 19$ (điểm)

Cứ 1 điểm nối với 18 điểm còn lại ta được 18 đoạn thẳng.

Có 19 điểm như thế nên được số đoạn thẳng là 18.19, nhưng do mỗi đoạn thẳng được tính 2 lần. Do đó số đoạn thẳng vẽ được là. $18.19 : 2 = 171$ (đoạn thẳng)

Bài 45: Cho đoạn thẳng AB bằng 1 đơn vị độ dài.

a) Lấy C_1 là trung điểm của AB. Tính tỷ số $\dfrac{AB}{AC_1}$.

b) Tương tự, lấy các điểm $C_2; C_3; ...; C_{2022}$ lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng $AC_1; AC_2; AC_3; ...; AC_{2021}$. Đặt $F = 2 + 2^2 + 2^3 + ... + 2^{2022}$. So sánh F với 2^{2023}.

Trích đề HSG Thanh Ba năm 2021-2022

Lời giải

a. Vì C_1 là trung điểm của AB nên $AC_1 = \dfrac{1}{2}AB$ suy ra $AB = 2AC_1$ suy ra $\dfrac{AB}{AC_1} = \dfrac{2AC_1}{AC_1} = 2$.

b. Từ câu a) ta có $AB = 2AC_1$. Tương tự:

$AC_1 = 2AC_2$ suy ra $AB = 2^2 AC_2$

$AC_2 = 2AC_3$ suy ra $AB = 2^3 AC_3$

...

$AC_{2021} = 2AC_{2022}$ suy ra $AB = 2^{2022} AC_{2022}$

Suy ra $F = 2 + 2^2 + 2^3 + ... + 2^{2022}$

Suy ra $2F = 2^2 + 2^3 + ... + 2^{2022} + 2^{2023}$

Suy ra $2F - F = 2^{2023} - 2$

Suy ra $F = 2^{2023} - 2 < 2^{2023}$

Vậy $F < 2^{2023}$.

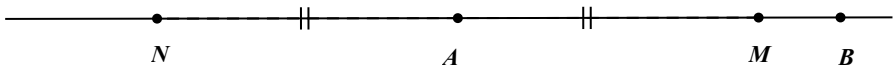
Bài 46: Trên đoạn thẳng $AB = 4\,\text{cm}$ lấy điểm M, trên tia đối của tia AB lấy điểm N sao cho $AM = AN$.

a) Nếu $BM = 1\,\text{cm}$. Tính BN.

b) Xác định vị trí của điểm M để BN có độ dài lớn nhất. Giá trị lớn nhất đó là bao nhiêu?

Trích đề HSG Kim Sơn (Quang Thiện) năm 2021-2022

Lời giải



a) Vì M thuộc đoạn thẳng AB nên:

$AM + MB = AB$

$AM = AB - MB = 4 - 1 = 3\,\text{cm}.$

$AN = AM = 3\,\text{cm}$

Vì N thuộc tia đối của tia AB nên A nằm giữa N và B

Suy ra: $BN = AB + AN = 4 + 3 = 7\,\text{cm}.$

b) $BN = AB + AN = AB + AM = 4 + AM$

Suy ra BN lớn nhất khi AM lớn nhất.

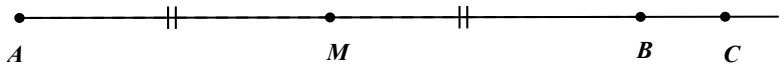
AM lớn nhất khi và chỉ khi M trùng với B suy ra $AM = AB = 4\,\text{cm}$.

Khi đó $BN = 8\,\text{cm}.$

Bài 47: Cho đoạn thẳng AB. Điểm C thuộc tia đối của tia BA. M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Chứng tỏ rằng: $CM = \dfrac{CA + CB}{2}$.

Trích đề HSG Tiên Du năm 2021-2022

Lời giải



Do M là trung điểm của AB, và C là điểm thuộc tia đối của tia BA.

Theo hình vẽ điểm M nằm giữa A và C nên: $CA = MA + MC$ (1)

Ta có B nằm giữa M và C nên $CB = CM - MB$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $CA + CB = MA + MC + CM - MB$

$CA + CB = 2CM$ (Do $MA = MB$)

Suy ra: $MC = \dfrac{CA + CB}{2}$.

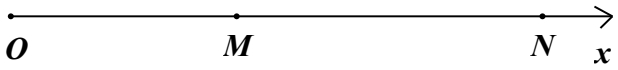
Vậy $CM = \dfrac{CA + CB}{2}$.

Bài 48: Trên tia Ox lấy hai điểm M và N, sao cho $OM = 3$ cm và $ON = 7$ cm.

a) Tính độ dài đoạn thẳng MN.

b) Lấy điểm P trên tia Ox, sao cho $MP = 2$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng OP.

Lời giải



a) Nhìn hình vẽ, ta thấy M nằm giữa hai điểm O và N

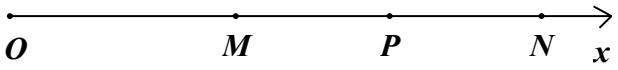
$\Rightarrow OM + MN = ON$

$\Rightarrow 3 + MN = 7$

$\Rightarrow MN = 7 - 3 = 4$ (cm)

Vậy $MN = 4$ (cm).

b) TH1: P nằm giữa M và N.



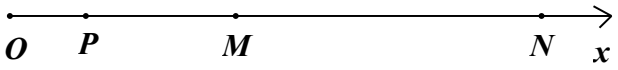
Vì P nằm giữa M và N mà M nằm giữa hai điểm O và N

Nên M nằm giữa O và P

$\Rightarrow OP = OM + MP$

$\Rightarrow OP = 3 + 2 = 5$ (cm)

TH2: P nằm giữa O và M.



Vì P nằm giữa O và M

Nên $OM = OP + PM$

$\Rightarrow 3 = OP + 2$

$\Rightarrow OP = 1$ (cm).

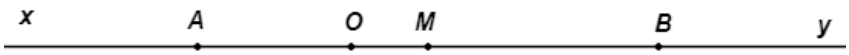
Bài 49: Lấy điểm O trên đường thẳng xy. Trên tia Ox lấy điểm A sao cho OA=2cm. Trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho $OM = 1\text{cm}; OB = 4\text{cm}$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng BM.

b) Chứng tỏ rằng điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Trích đề HSG thị xã Kinh Môn năm 2021-2022

Lời giải



a) Vì M nằm giữa O và B nên $OM + MB = OB$

Từ đó tính được $MB = 3$ cm

b) Tính được độ dài $AB = 6$ cm

Tính được độ dài đoạn $AM = 3$ cm.

Suy ra $AM = MB = \dfrac{AB}{2}$ nên M là trung điểm của AB.

Bài 50: Trên đoạn thẳng $AB=12\text{cm}$ lấy điểm M nằm giữa A và B. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AM; K là trung điểm của đoạn thẳng AB.

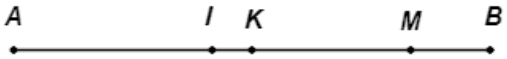
a) Biết $AM=9\text{cm}$. Tính IK?

b) Giả sử $AM=a(\text{cm})(0<a<12)$. Tìm a để K là trung điểm của đoạn thẳng IM.

Trích đề HSG huyện Thiệu Hoá năm 2021 - 2022

Lời giải

a) Theo bài ra ta có hình vẽ sau:



Vì K là trung điểm của đoạn thẳng $AB \Rightarrow AK=\frac{1}{2}AB$

Mà $AB=12\text{cm} \Rightarrow AK=6\text{cm}$

Vì I là trung điểm của đoạn thẳng $AM \Rightarrow AI=\frac{1}{2}AM$

mà $AM=9\text{cm} \Rightarrow AI=4,5\text{cm}$

Ta có: $AI+IK=AK$

Thay số được: $4,5+IK=6 \Rightarrow IK=6-4,5=1,5(\text{cm})$

b) Theo bài ra ta có hình vẽ sau:

Lập luận tương tự câu a, ta có: $AK=6\text{cm}$; $AI=\frac{1}{2}a$

Theo hình vẽ ta có: $AI+IK=AK \Rightarrow IK=6-\frac{1}{2}a$

$AK+KM=AM \Rightarrow KM=a-6$

Để K là trung điểm của đoạn thẳng IM thì $IK=KM$

$\Rightarrow 6-\frac{1}{2}a=a-6 \Rightarrow a=8(cm)$

Vậy khi $a=8(cm)$ thì K là trung điểm của đoạn thẳng IM.

Bài 51: Cho điểm A nằm giữa hai điểm B và C sao cho $AB=3\text{cm}$, $BC=6\text{cm}$. Chứng tỏ rằng điểm A là trung điểm của đoạn thẳng BC ***(không cần vẽ hình).***

Trích đề HSG huyện Bình Giang năm 2021 - 2022

Lời giải

Vì điểm A nằm giữa hai điểm B và C

$\Rightarrow AB+AC=BC$

$\Rightarrow 3+AC=6$

$\Rightarrow AC=6-3=3(\text{cm})$ mà $AB=3\text{cm} \Rightarrow AB=AC$

Vì $AB=AC$ và A nằm giữa hai điểm B và C

$\Rightarrow$ Điểm A là trung điểm của đoạn thẳng BC.

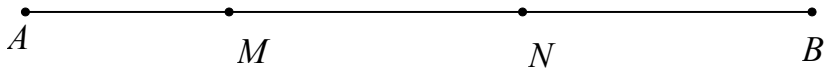
Bài 52: Cho ba điểm $A,M;B$ thẳng hàng và $AM=3$ cm; $AB=\frac{8}{3}AM$. Biết điểm N là trung điểm của đoạn thẳng MB. Tính độ dài đoạn thẳng NA?

Trích đề HSG huyện Yên Mỹ năm 2021- 2022

Lời giải

1. Ta có: $AM = 3$ cm; $AB = \frac{8}{3}AM \Rightarrow AB = \frac{8}{3}.3 = 8\,(\text{cm})$

TH1: Điểm M nằm giữa A và B

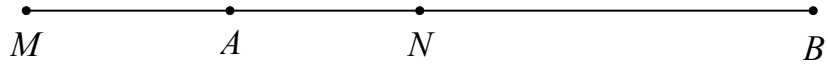


Theo hình vẽ ta có: $AM + MB = AB \Rightarrow MB = 8 - 3 = 5\,(\text{cm})$

Vì điểm N là trung điểm của đoạn thẳng MB nên $MN = NB = \frac{MB}{2} = \frac{5}{2} = 2,5\,(\text{cm})$

Theo hình vẽ ta có: $AN + NB = AB \Rightarrow AN = 8 - 2,5 = 5,5\,(\text{cm})$

TH2: Điểm A nằm giữa M và B



Theo hình vẽ ta có: $MA + AB = MB \Rightarrow MB = 8 + 3 = 11\,(\text{cm})$

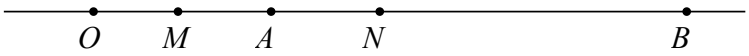
Vì điểm N là trung điểm của đoạn thẳng MB nên $MN = NB = \frac{MB}{2} = \frac{11}{2} = 5,5\,(\text{cm})$

Theo hình vẽ ta có: $AN + NB = AB \Rightarrow AN = 8 - 5,5 = 2,5\,(\text{cm})$

Bài 53: Cho đoạn thẳng AB dài 8 cm, điểm O thuộc tia đối của tia AB. Gọi M, N thứ tự là trung điểm của đoạn thẳng OA, OB. Tính độ dài đoạn thẳng MN.

Trích đề HSG huyện Thanh Miện năm 2021-2022

Lời giải



Vì điểm A nằm giữa hai điểm O và B, suy ra: $\Rightarrow OA < OB$

Ta có: M, N thứ tự là trung điểm OA, OB nên $\Rightarrow OM = \frac{OA}{2}; ON = \frac{OB}{2}$

Vì điểm M nằm giữa hai điểm O và N

Vì điểm M nằm giữa hai điểm O và N, nên ta có:

$\Rightarrow OM + MN = ON \Rightarrow MN = ON - OM$

$\Rightarrow MN = \frac{OB - OA}{2} = \frac{AB}{2} = 4$ cm

Bài 54: Trên đường thẳng xy lấy điểm O. Trên tia Oy lấy điểm C, trên tia Ox lấy hai điểm A, B sao cho $OC = 3$ cm, $OA = 2$ cm và $OB = 4$ cm.

a) Tính độ dài đoạn thẳng AB.

b) Gọi điểm I là trung điểm đoạn thẳng AB. Chứng tỏ điểm O là trung điểm của đoạn thẳng IC.

Trích đề HSG huyện Tiền Hải năm 2021-2022

Lời giải

Điểm A nằm giữa điểm O và điểm B

$OB = OA + AB$

$\Rightarrow AB = OB - OA = 4 - 2 = 2$ (cm)

Vì I là trung điểm đoạn thẳng AB. $\Rightarrow AI = IB = AB : 2 = 2 : 2 = 1$(cm).

Điểm I nằm giữa điểm B và điểm O

$\Rightarrow BO = BI + IO \Rightarrow IO = BO - BI = 4 - 1 = 3(cm) \Rightarrow OI = OC$ (1)

Vì điểm O nằm giữa điểm I và điểm C. (2)

Từ (1) và (2) suy ra điểm O là trung điểm của IC.

CHỦ ĐỀ: HÌNH HỌC

A. PHẦN NỘI DUNG

III. Độ lớn góc

Dạng toán: Tính số đo góc

Bài 1: Cho $\widehat{xOy}=80^\circ$, tia Oz nằm giữa hai tia Ox và Oz sao cho $\widehat{xOz}=30^\circ$. Số đo $\widehat{yOz}$ là:

A. 50°. **B.** 110°. **C.** 50° hoặc 110°. **D.** 80°.

Trích đề HSG trường THCS Việt Tiến (Việt Yên) năm 2021 - 2022

Lời giải

Đáp án: **A.** 50°

Bài 2: Cho 2021 tia chung gốc O (trong đó không có hai tia nào đối nhau). Hỏi có bao nhiêu góc có hai cạnh là hai trong 2021 tia đã cho?

Trích đề HSG trường THCS Yên Phong năm 2021 - 2022

Lời giải

Có 2021 tia gốc O. Chọn ra một tia, tia đó tạo với mỗi tia trong $(2021-1)$ tia tạo thành một góc.

Làm như thế với 2021 tia ta có $2021.(2021-1)=4082420$ góc, trong đó mỗi góc đã được tính hai lần.

Do đó số góc tạo thành là: $4082420:2=2041210$ (góc).

Bài 3: Cho $\widehat{xAy}$, trên tia Ax lấy điểm B sao cho $AB=6\text{cm}$. Trên tia đối của tia Ax lấy điểm D sao cho $AD=4\text{cm}$.

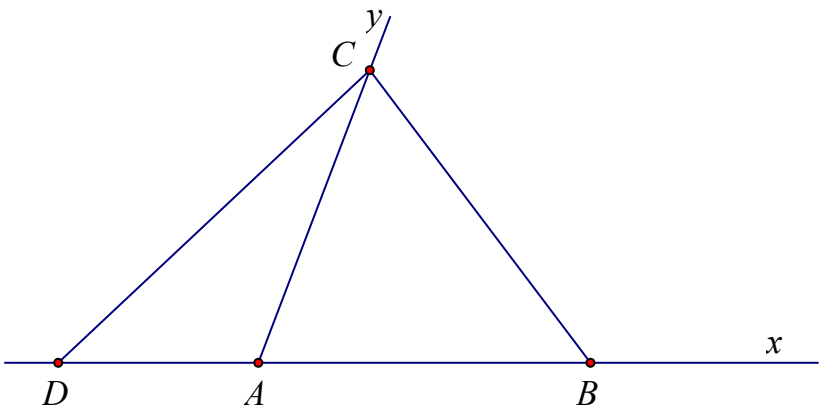
1. Tính BD.

2. Lấy C là một điểm trên tia Ay. Biết $\widehat{BCD}=80^\circ, \widehat{BCA}=45^\circ$. Tính $\widehat{ACD}$.

3. Biết $AK=2\text{cm}$ (K thuộc BD). Tính BK.

Trích đề HSG Trường THCS Minh Đức năm 2021 - 2022

Lời giải



a) Ta có A nằm giữa D và B.

Suy ra: $BD=BA+AD=6+4=10\ (\text{cm})$.

b) Ta có tia CA nằm giữa 2 tia CB và CD.

Suy ra $\widehat{ACD}+\widehat{ACB}=\widehat{BCD}$

$$\widehat{ACD}=\widehat{BCD}-\widehat{ACB}=80°-45°=35°.$$

c) * Trường hợp 1: K thuộc tia Ax.

Ta có K nằm giữa A và B

Suy ra: $AK+KB=AB$

$$KB=AB-AK=6-2=4\ (\text{cm})$$

Vậy $KB=4$ cm.

* Trường hợp 2: K thuộc tia đối của tia Ax

Ta có A nằm giữa K và B

Suy ra: $KB=KA+AB$

$$KB=6+2=8\ (\text{cm})$$

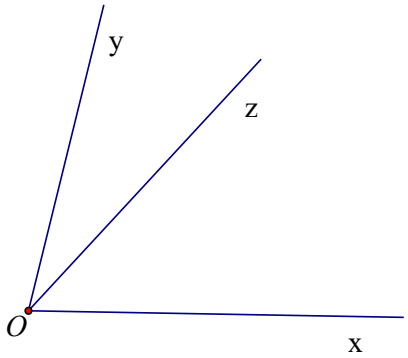
Vậy $KB=4\text{cm}$ hoặc $KB=8\text{cm}$.

Bài 4: Trên cùng nửa mặt phẳng cho trước có bờ Ox vẽ hai tia Oy,Oz sao cho $\widehat{xOy}=70^0,\widehat{yOz}=30^0$

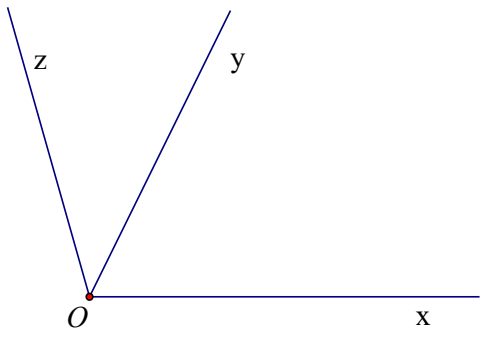
Xác định số đo của $\widehat{xOz}$

Trích đề HSG huyện Tĩnh Gia năm 2018-2019

Lời giải



(A)



(B)

Trường hợp hình (A) khi Oz nằm giữa 2 tia Ox,Oy ta có:

Số đo $\widehat{xOz}=70^0-30^0=40^0$

Trường hợp hình (B) khi Oz không nằm giữa hai tia Ox,Oy ta có

$\widehat{xOy}=70^0+30^0=100^0$

Bài 5: Cho góc $\widehat{xBy} = 55°$. Trên các tia Bx, By lần lượt lấy các điểm A, C $(A \neq B, B \neq C)$. Trên đoạn thẳng AC lấy điểm D sao cho $\widehat{ABD} = 30°$.

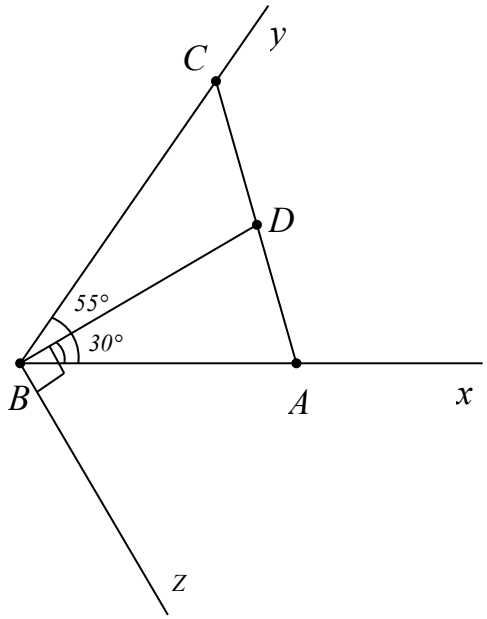
a) Tính độ dài AC, biết $AD = 4cm, CD = 3cm$.

b) Tính số đo góc $\widehat{DBC}$.

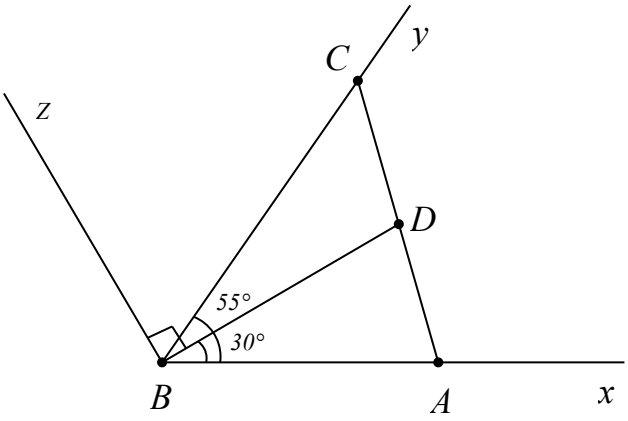
c) Từ B vẽ tia Bz sao cho $\widehat{DBz} = 90°$. Tính số đo $\widehat{ABz}$.

Trích đề HSG huyện Lương Tài năm 2015 -2016

Lời giải



Trường hợp 1



Trường hợp 2

a) Ta có D nằm giữa A và C.

$AC = AD + CD = 4 + 3 = 7cm$

b) Ta có tia BD nằm giữa hai tia AB và BC

Ta có đẳng thức: $\widehat{ABC} = \widehat{ABD} + \widehat{DBC}$

$$\widehat{DBC} = \widehat{ABC} - \widehat{ABD} = 25°$$

c) Xét hai trường hợp:

- Trường hợp 1: Tia BA nằm giữa hai tia Bz và BD.

Tính được $\widehat{ABz} = 90° - \widehat{ABD} = 90° - 30° = 60°$

- Trường hợp 2: Tia BD nằm giữa hai tia Bz và BA.

Tính được $\widehat{ABz} = 90° + \widehat{ABD} = 90° + 30° = 120°$.

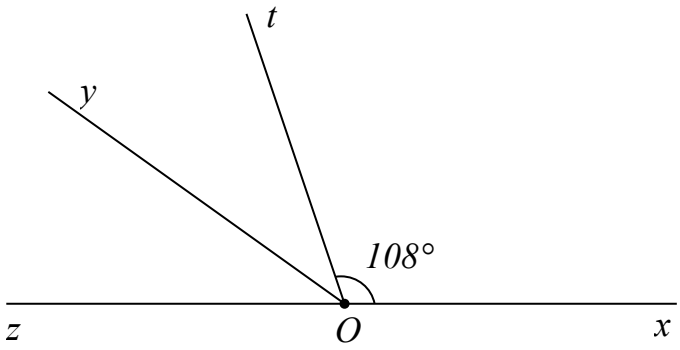
Bài 6: Cho hai góc $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$ kề bù sao cho $\widehat{xOy} = 4\,\widehat{yOz}$.

a) Tính số đo mỗi góc có trên hình vẽ?

b) Vẽ tia Ot sao cho $\widehat{xOt} = 108°$. Tính góc $\widehat{tOy}$?

Trích đề HSG huyện Vĩnh Tường năm 2021 - 2022

Lời giải



a) Có góc $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$ là hai góc kề bù

$\widehat{xOy}+\widehat{yOz}=180°$

Mà $\widehat{xOy}=4\widehat{yOz}$

$4\widehat{yOz}+\widehat{yOz}=180°$

$5\widehat{yOz}=180°$

$\widehat{yOz}=36°$

$\widehat{xOy}=4.36=144°$.

Vậy $\widehat{xOy}=144°$; $\widehat{yOz}=36°$.

b) Ta có O nằm giữa Ox và Oy.

Ta có $\widehat{xOt}+\widehat{tOy}=\widehat{xOy}$

Có $\widehat{xOt}=108°$

$108°+\widehat{tOy}=144°$

$\widehat{tOy}=144-108=36°$.

Vậy $\widehat{tOy}=36°$.

Bài 7: Cho $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$ là hai góc kề bù. Góc $\widehat{yOz}$ bằng $30°$

a) Vẽ tia Om nằm trong góc $\widehat{xOy}$ sao cho $\widehat{xOm}=75°$; tia On nằm trong $\widehat{yOz}$ sao cho $\widehat{yOn}=15°$

b) Hình vẽ trên có mấy góc?

c) Nếu có n tia chung gốc thì sẽ tạo nên bao nhiêu góc ?

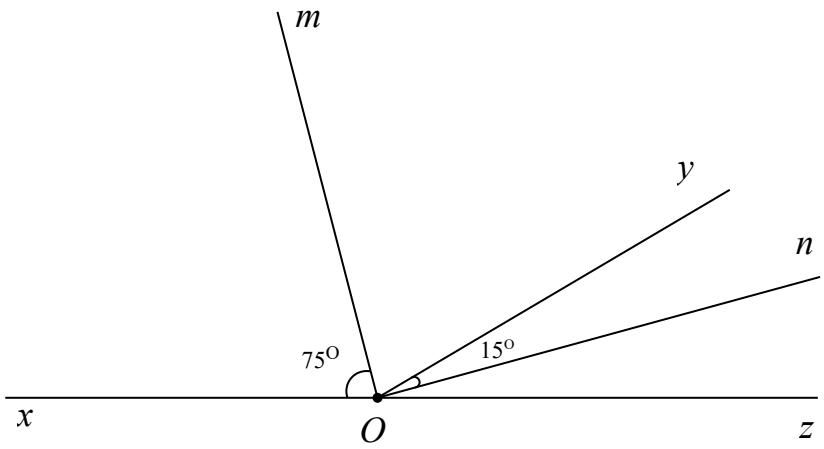
Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2018-2019

Lời giải

a) Vẽ được góc $\widehat{xOy}$ và góc $\widehat{yOz}$ kề bù và $\widehat{yOz}=30°$

Vẽ được tia Om thỏa mãn điều kiện

Vẽ được tia On thỏa mãn điều kiện



b) Hình vẽ trên có 10 góc

c) Lập luận : *từ hình vẽ trên ta có mỗi tia với* 1 *tia còn lại tạo thành* 1 *góc. Xét* 1 *tia, tia đó cùng với* 4 *tia còn lại tạo thành* 4 *góc. Làm như vậy với* 5 *tia ta được* 5.4 *góc. Nhưng mỗi góc đã được tính* 2 *lần, do đó có tất cả là* $\frac{5.4}{2}=10$ *góc*

Từ đó suy ra tổng quát: với n tia chung gốc có $n.\left(\frac{n-1}{2}\right)$(góc)

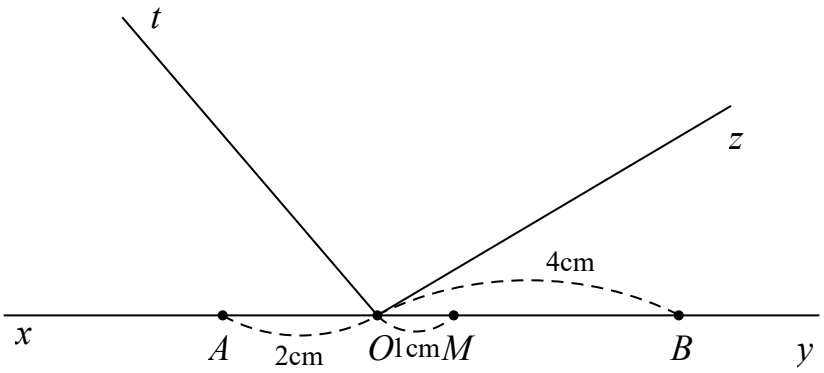
Bài 8: Cho góc bẹt $\widehat{xOy}$, trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA=2cm$; trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho $OM=1cm$; $OB=4cm$.

a) Chứng tỏ điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB

b) Từ O kẻ hai tia Ot,Oz sao cho $\widehat{tOy}=130°$; $\widehat{zOy}=30°$. Tính số đo $\widehat{tOz}$

Trích đề HSG huyện Thanh Chương năm 2018-2019

Lời giải



a) Ta có M nằm giữa O và B

$MO+MB=OB$

$MB=OB-MO=3cm$ (1)

Ta có O nằm giữa A và M

$AM=AO-OM=3cm$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $MB=MA=3cm\Leftrightarrow M$ là trung điểm của AB

b) Ta có 2 trường hợp

Ot, Oz nằm cùng phía $xy:\widehat{tOz}=100°$

Ot, Oz nằm khác phía $xy:\widehat{tOz}=160°$

Bài 9: Cho 10 đường thẳng đồng quy tại O. Hỏi có bao nhiêu góc ở đỉnh O được tạo thành (không kể góc bẹt)

Trích đề thi chọn HSG Tam Dương năm 2016-2017

Lời giải

Vì có 10 đường thẳng đồng quy tại O nên có 20 tia gốc O. Chọn ra một tia, tia đó tạo với mỗi tia trong $(20-1)$ tia tạo thành một góc. Làm như thế với 20 tia ta có $20.(20-1)=380$ góc, trong đó mỗi góc đã được tính hai lần.

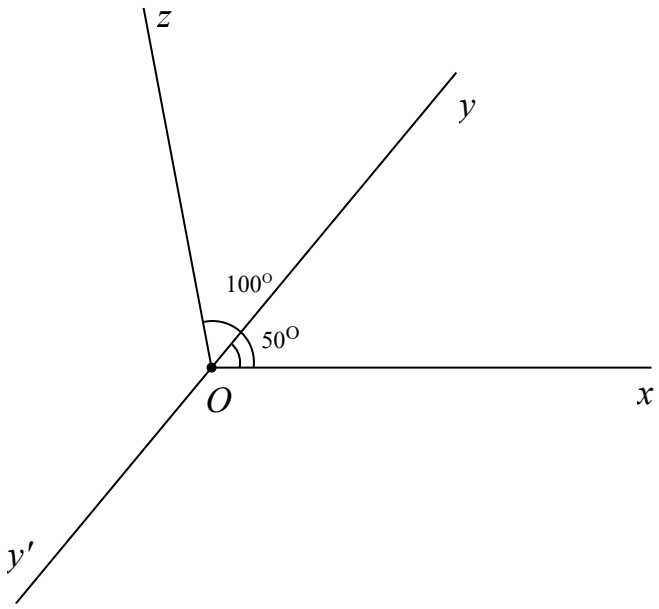
Do đó số góc tạo thành là: $380:2=190$ (góc)

Bài 10: Cho $\widehat{xOy}=50°;\widehat{xOz}=100°$ sao cho tia Oy nằm giữa hai tia Ox,Oz. Vẽ tia Oy' là tia đối của tia Oy. Tính số đo $\widehat{y'Oz}$

Trích đề chọn HSG Nga Sơn năm 2017-2018

Lời giải

Trường hợp 1.



Ta có tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz

$\widehat{xOy}+\widehat{yOz}=\widehat{xOz}$.

Thay số $50^{\circ}+\widehat{yOz}=100^{\circ}\Rightarrow\widehat{yOz}=50^{\circ}$

Do tia Oy' là tia đối của tia Oy nên $\widehat{y'Oz},\widehat{yOz}$ là hai góc kề bù

Do đó $\widehat{y'Oz}+\widehat{yOz}=180°$.

Thay số : $\widehat{y'Oz}+50°=180°$

$\widehat{y'Oz}=130°$

Vậy $\widehat{y'Oz}=130°$

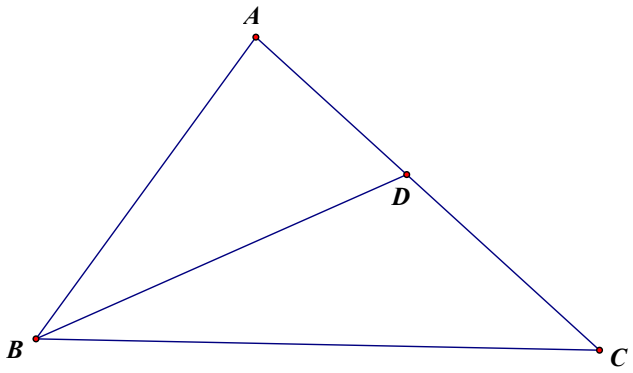
Bài 11: Cho tam giác ABC có $\widehat{ABC}=55^0$, trên cạnh AC lấy điểm D (D không trùng với A và C)

a) Tính số đo $\widehat{DBC}$ biết $\widehat{ABD}=30^0$

b) Từ B dựng tia Bx sao cho $\widehat{DBx}=90^0$. Tính số đo $\widehat{ABx}$

Trích đề HSG cấp trường năm 2018 -2019

Lời giải

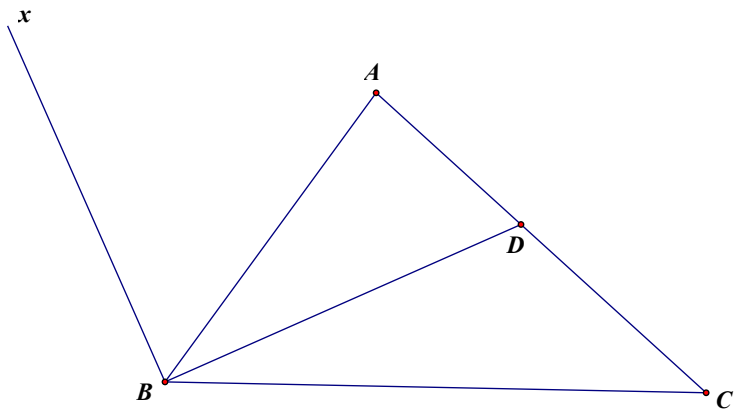


a) Tia BD nằm giữa hai tia BA và BC nên $\widehat{ABC} = \widehat{ABD} + \widehat{DBC}$

$\Rightarrow \widehat{DBC} = \widehat{ABC} - \widehat{ABD} = 55^0 - 30^0 = 25^0$

b) Xét hai trường hợp:

- Trường hợp 1: Tia Bx và BD nằm về cùng 1 phía với AB

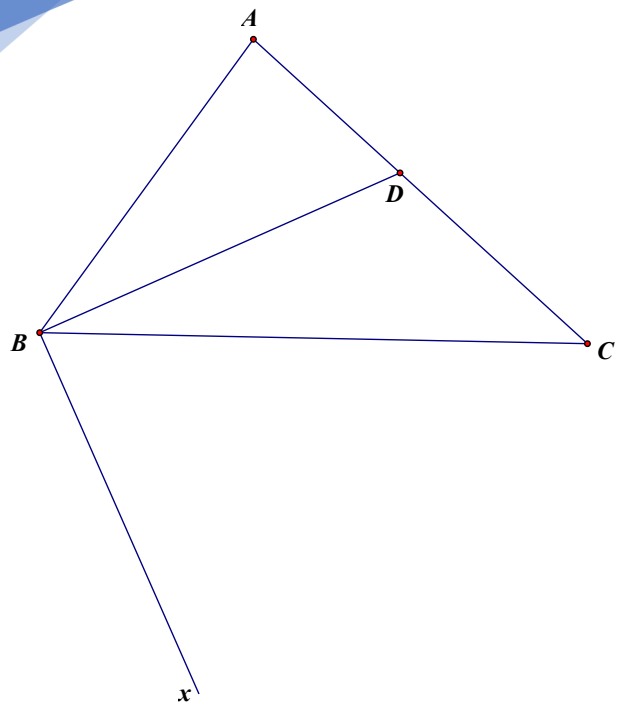


Tính được: $\widehat{ABx} = 90^0 - \widehat{ABD}$

Mặt khác tia BD nằm giữa hai tia BA, BC nên $0^0 < \widehat{ABD} < 55^0$

$\Rightarrow 90^0 - 55^0 < \widehat{ABx} < 90^0 - 0^0 \Leftrightarrow 35^0 < \widehat{ABx} < 90^0$

- Trường hợp 2: Tia Bx, BD nằm khác phía với AB



Tính được: $\widehat{ABx} = 90^0 + \widehat{ABD}$

Lập luận tương tự trường hợp 1 chỉ ra được: $90^0 < \widehat{ABx} < 145^0$

Vậy $35^0 < \widehat{ABx} < 145^0, \widehat{ABx} \neq 90^0$

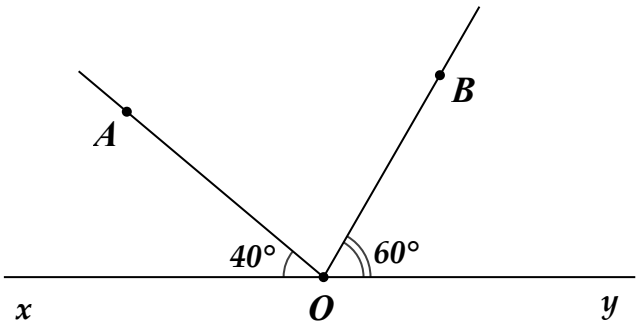
Bài 12: Cho điểm O thuộc đường thẳng xy. Vẽ các tia OA, OB sao cho góc $\widehat{AOx} = 40°$, $\widehat{BOy} = 60°$ .Tính số đo $\widehat{AOB}$.

Trích đề HSG huyện Nghi Sơn năm 2021 - 2022

Lời giải

Ta có hai trường hợp hình vẽ:

Trường hợp 1:



Hai góc $\widehat{xOB}; \widehat{BOy}$ kề bù $\Rightarrow \widehat{xOB} + \widehat{BOy} = 180^0$

$\Rightarrow \widehat{xOB} + 60° = 180°$

$\Rightarrow \widehat{xOB} = 120°$

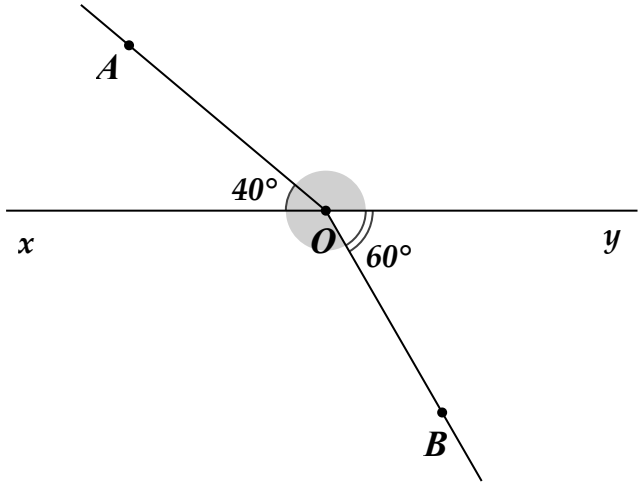
Tia OA nằm giữa hai tia $Ox; OB$

$\Rightarrow \widehat{xOA} + \widehat{AOB} = \widehat{xOB}$

$\Rightarrow 40° + \widehat{AOB} = 120°$

$\Rightarrow \widehat{AOB} = 80°$

Trường hợp 2:



Hai góc $\widehat{xOB}; \widehat{BOy}$ kề bù $\Rightarrow \widehat{xOB} + \widehat{BOy} = 180°$

$\Rightarrow \widehat{xOB} + 60° = 180°$

$\Rightarrow \widehat{xOB} = 120°$

Từ hình vẽ ta có: $\widehat{xOA} + \widehat{xOB} = \widehat{AOB}$

$\Rightarrow 40° + 120° = \widehat{AOB}$

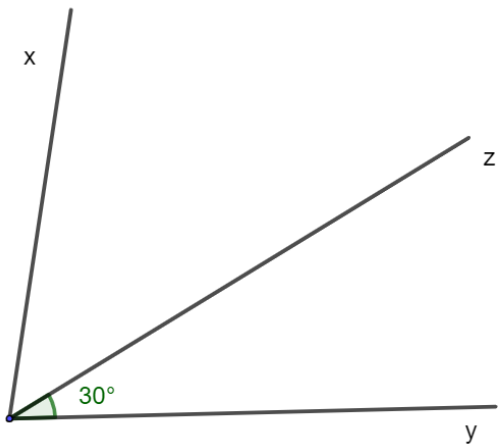
$\Rightarrow \widehat{AOB} = 160°$

Vậy $\widehat{AOB} = 80°$ hoặc $\widehat{AOB} = 160°$

Bài 13: Cho $\widehat{xOy} = 80^0$, tia Oz nằm giữa hai tia Ox, Oy sao cho $\widehat{xOz} = 30^0$. Số đo $\widehat{yOz}$ là bao nhiêu?

Trích đề HSG huyện Lâm Thao, năm 2018- 2019

Lời giải



Từ hình vẽ ta có: $\widehat{xOy} = \widehat{xOz} + \widehat{zOy}$

$\Rightarrow 80° = 30° + \widehat{zOy}$

$\Rightarrow \widehat{zOy} = 80° - 30° = 50°$

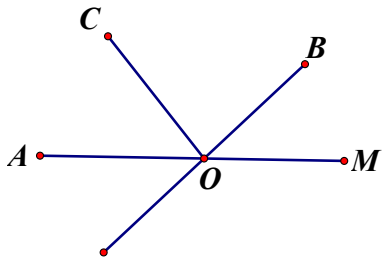
Bài 14: Trên đường thẳng AM lấy một điểm O (O nằm giữa A và M). Vẽ các tia OB, OC sao cho OB nằm giữa tia OM, OC và $\widehat{MOC} = 115^0, \widehat{BOC} = 70^0$. Vẽ tia OD (D không cùng phía với B, C) sao cho $\widehat{AOD} = 45^0$.

a) Tính $\widehat{MOB}, \widehat{AOC}$

c) Chứng tỏ rằng 3 điểm D, O, B thẳng hàng.

Trích đề 59 HSG huyện năm 2018- 2019

Lời giải



a) Từ hình vẽ ta có: $\widehat{MOB} + \widehat{BOC} = \widehat{MOC}$

$\Rightarrow \widehat{MOB} = \widehat{MOC} - \widehat{BOC} = 115^0 - 70^0 = 45^0$

Hai góc $\widehat{AOC}, \widehat{COM}$ là hai góc kề bù nên $\widehat{AOC} + \widehat{COM} = 180^0$

$\Rightarrow \widehat{AOC} = 180^0 - \widehat{COM} = 180^0 - 115^0 = 65^0$

b) Hai góc $\widehat{AOB}, \widehat{BOM}$ là hai góc kề bù $\Rightarrow \widehat{AOB} + \widehat{BOM} = 180^0$

$\Rightarrow \widehat{AOB} = 180^0 - 45^0 = 135^0$

Hai góc $\widehat{DOA}, \widehat{AOB}$ là 2 góc có cạnh chung OA.

Ta có $\widehat{DOA} + \widehat{AOB} = 45^0 + 135^0 = 180^0 \Rightarrow OD, OB$ là hai tia đối nhau

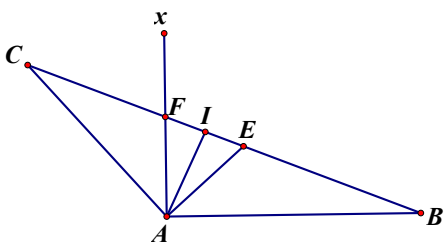
$\Rightarrow D, O, B$ thẳng hàng

Bài 15: Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 120^0$. Điểm E nằm giữa B và C sao cho $\widehat{BAE} = 30^0$. Trên mặt phẳng có bờ AC chứa điểm B kẻ tia Ax sao cho $\widehat{CAx} = 30^0$, tia Ax cắt BC ở F

Tính số đo của $\widehat{EAF}$

Trích đề HSG huyện Vũ Thư, năm 2018- 2019

Lời giải



Ta có: $\widehat{BAE} + \widehat{EAC} = \widehat{BAC}$

Hay $30^0 + \widehat{EAC} = 120^0 \Rightarrow \widehat{EAC} = 120^0 - 30^0 = 90^0$

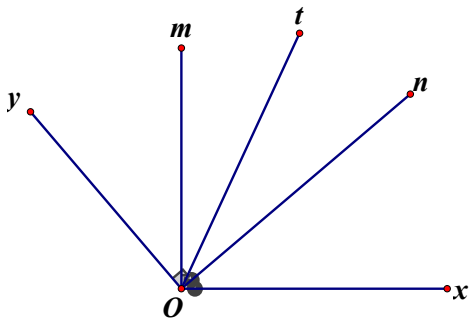
Xét nửa mặt phẳng bờ AC có chứa điểm B

$\widehat{CAF} + \widehat{FAE} = \widehat{CAE} \Rightarrow 30^0 + \widehat{FAE} = 90^0 \Rightarrow \widehat{FAE} = 60^0$

Bài 16: Cho góc tù xOy. Bên trong góc xOy, vẽ tia Om sao cho $\widehat{xOm} = 90^0$ và vẽ tia On sao cho $\widehat{yOn} = 90^0$. Chứng minh $\widehat{xOn} = \widehat{yOm}$

Trích đề HSG trường Nguyễn Khuyến năm 20…-20…

Lời giải



Lập luận được $\widehat{xOm} + \widehat{mOy} = \widehat{xOy}$ hay $90^0 + \widehat{mOy} = \widehat{xOy}$

$\widehat{yOn} + \widehat{nOx} = \widehat{xOy}$ hay $90^0 + \widehat{nOx} = \widehat{xOy}$

$\Rightarrow \widehat{xOn} = \widehat{yOm}$

Bài 17: Cho tia Oz nằm trong góc vuông xOy. Vẽ tia Ot sao cho Ox là tia phân giác của $\widehat{tOz}$. Vẽ tia Om sao cho tia Oy là phân giác của $\widehat{zOm}$.

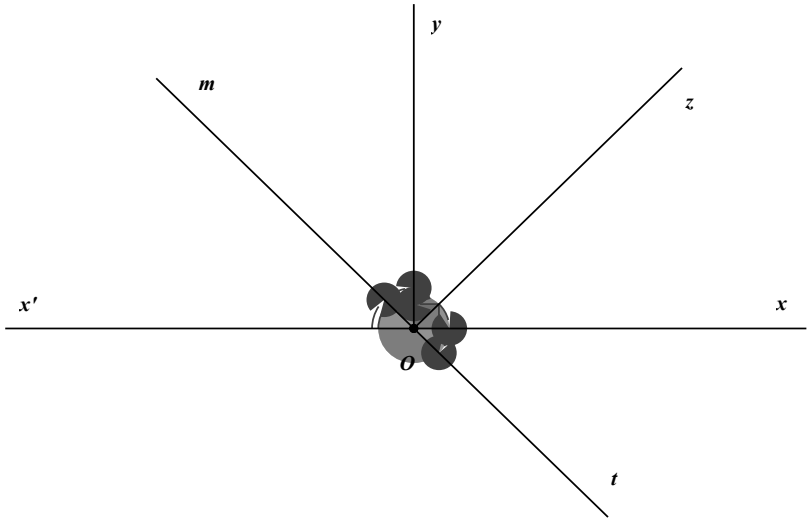
a) Chứng minh rằng tia Om và tia Ot là hai tia đối nhau.

b) Gọi Ox' là tia đối của tia Ox, biết $\widehat{x'Om} = 30^0$. Tính $\widehat{tOz}$.

c) Vẽ thêm 2014 tia phân biệt gốc O (không trùng với các tia Ox, Oz, Oy, Om, Ox' và Ot). Hỏi trong hình vẽ có tất cả bao nhiêu góc?

Trích đề HSG huyện Nga Sơn năm 2021-2022

Lời giải



a) * Chứng minh: $\widehat{tOz}+\widehat{zOm}=180^0$.

Tia Oz nằm trong góc $\widehat{xOy}$ nên: $\widehat{xOz}+\widehat{zOy}=\widehat{xOy}=90^0$.

Vì Ox là tia phân giác của $\widehat{tOz}$ nên: $\widehat{xOz}=\frac{1}{2}\widehat{tOz}$

Vì Oy là tia phân giác của $\widehat{zOm}$ suy ra $\widehat{zOy}=\frac{1}{2}\widehat{zOm}$.

Ta có: $\widehat{xOz}+\widehat{zOy}=90^0$ suy ra $\frac{1}{2}\widehat{tOz}+\frac{1}{2}\widehat{zOm}=90^0$ suy ra $\frac{1}{2}.\left(\widehat{tOz}+\widehat{zOm}\right)=90^0$

Suy ra $\widehat{tOz}+\widehat{zOm}=180^0$. (1)

* Chứng minh $\widehat{tOz}$ và $\widehat{zOm}$ là hai góc kề nhau:

Vì hai $\widehat{tOz}$ và $\widehat{zOm}$ là hai góc có cạnh chung Oz và nằm trên hai nửa mp có bờ là cạnh Oz.(2)

Từ (1) và (2) suy ra: tia Om và tia Ot là hai tia đối nhau.

b) Ta có: $\widehat{tOx}=\widehat{mOx'}=30^0$ (Cùng kề bù với $\widehat{mOx}$)

Vì Ox là tia phân giác của $\widehat{tOz}$ nên $\widehat{tOx}=\widehat{xOz}=30^0$.

Suy ra $\widehat{tOz}=\widehat{tOx}+\widehat{xOz}=30^0+30^0=60^0$.

c) Giả sử vẽ thêm n tia phân biệt gốc O không trùng với các tia Ox,Oz,Oy,Om,Ot,Ox'.

Tất cả trong hình vẽ có $n+6$ tia phân biệt.

Cứ 1 tia trong $n+6$ tia đó tạo với $n+5$ tia còn lại thành $n+5$ góc.

Có $n+6$ tia nên tạo thành $(n+5)(n+6)$ góc , nhưng như thế mỗi góc được tính hai lần . Vậy có tất cả là $\frac{(n+5)(n+6)}{2}$ góc.

Thay $n=2014$ ta được số góc là: $(2014+6)(2014+5):2=2039190$ (góc)

Bài 18: 1) Trong các hình sau đây: Hình chữ nhật, hình thang, hình bình hành, hình thoi, hình vuông, hình tròn, hình lục giác đều. Hình nào có trục đối xứng, hình nào có tâm đối xứng? (nếu có, hãy chỉ ra trục đối xứng, tâm đối xứng đó). Hình nào không có trục đối xứng, hình nào không có tâm đối xứng?

2) Cho $\widehat{xOy}=60^0$. Trên tia Oy lấy điểm A sao cho $OA=5\,\text{cm}$. Trên tia Ox lấy điểm B và C sao cho $OB=6\,\text{cm}, BC=2\,\text{cm}$. Nối AB, AC. Hỏi:

a) Có mấy tam giác được tạo thành? Gọi tên các tam giác đó.

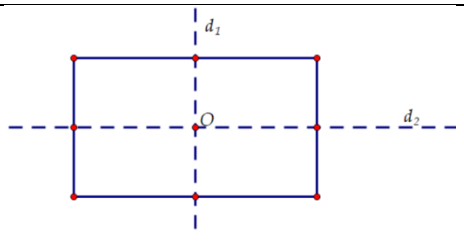
b) Vẽ tia Om là tia đối với tia Ox. Tính số đo góc mOy.

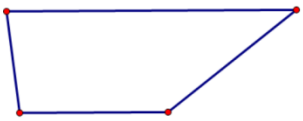
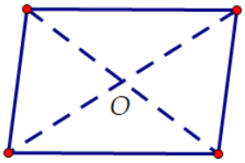
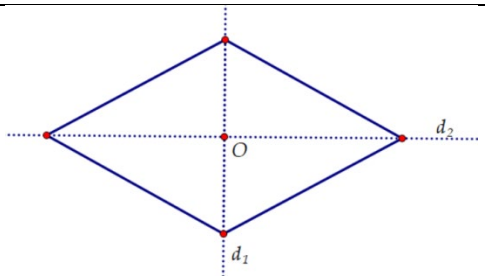
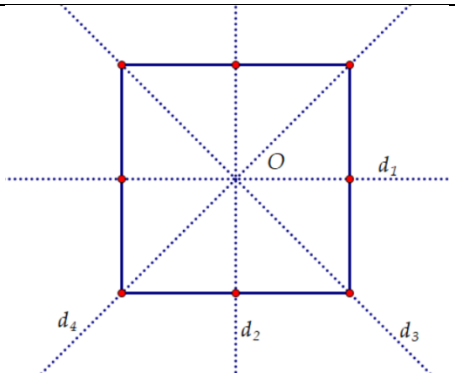
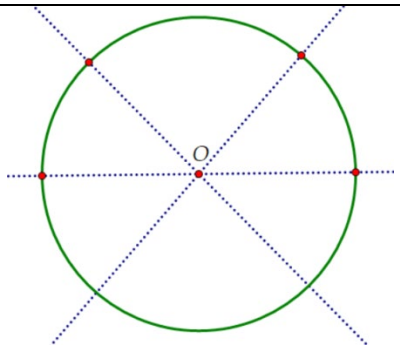
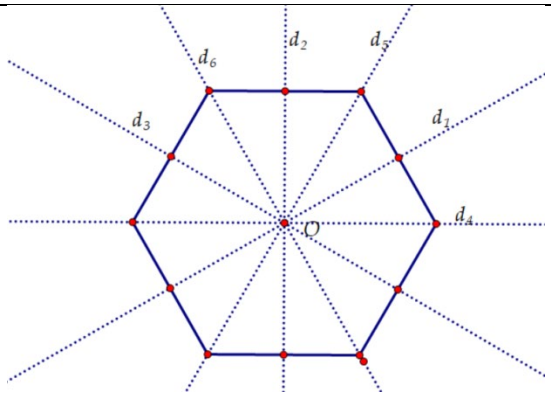
c) Tính độ dài đoạn thẳng OC.

Trích đề HSG Thanh Ba năm 2021-2022

Lời giải

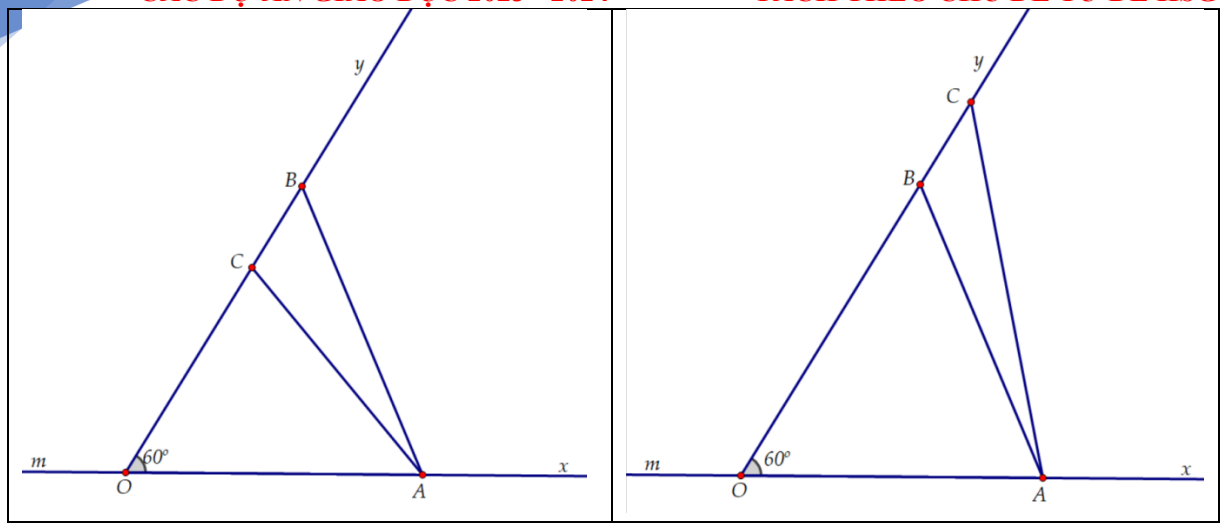
1) Ta có bảng sau đây:

Hình	Hình vẽ	Tâm đối xứng và trục đối xứng
Hình chữ nhật		Điểm O là tâm đối xứng của hình chữ nhật. Các đường thẳng $d_1; d_2$ là hai trục đối xứng của hình chữ nhật

Hình thang		Hình thang không có trục đối xứng và không có tâm đối xứng.
Hình bình hành		O là tâm đối xứng của hình bình hành Hình bình hành không có trục đối xứng.
Hình thoi		Tâm đối xứng của hình thoi là O. Trục đối xứng của hình thoi là $d_1; d_2$
Hình vuông		Tâm đối xứng của hình thoi là O. Trục đối xứng của hình thoi là $d_1; d_2; d_3; d_4$.
Hình tròn		Tâm O là tâm đối xứng của hình tròn. Bất kỳ đường kính nào đều là trục đối xứng của hình tròn.
Hình lục giác đều		Hình lục giác đều có 1 tâm đối xứng là O Hình lục giác đều có 6 trục đối xứng là $d_1; d_2; d_3; d_4; d_5; d_6$

2)

TH1	TH2



a) Trên hình vẽ có 3 tam giác, đó là các tam giác ΔOAC, ΔOAB; ΔABC.

b) Vì Om là tia đối của tia Ox nên ta có: $\widehat{mOy}+\widehat{yOx}=180^0$

suy ra $\widehat{mOy}+60^0=180^0$ suy ra $\widehat{mOy}=120^0$.

c) Tính OC.

Trường hợp 1: Điểm C nằm giữa O và B nên:

$OC+CB=OB$

$OC=OB-CB=6-2=4(\text{cm})$

Trường hợp 2: Điểm B nằm giữa O và C nên:

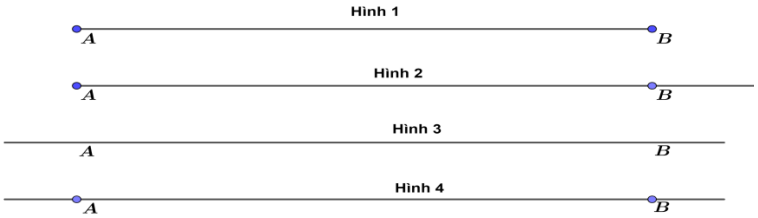
$OB+BC=OC$

$OC=6+2=8(\text{cm})$

Bài 19: 1) Trong hình vẽ dưới, có bao nhiêu đoạn thẳng phân biệt:

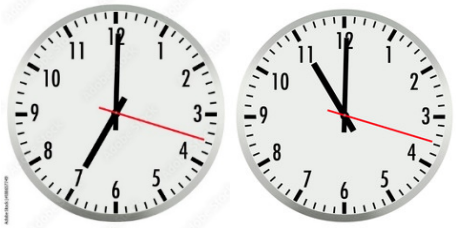
A. 4. B. 6. C. 8. D. 10.

2) Đâu là hình vẽ đúng của đường thẳng AB:



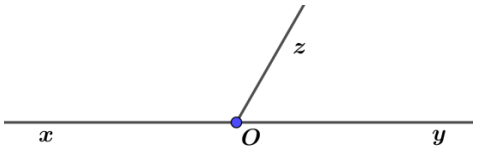
A. Hình 1. B. Hình 3 và hình 4. C. Hình 4. D.Tất cả 4 hình.

3) Buổi sáng, bạn Trang vào lớp thì đồng hồ trên tường chỉ 7h đúng. Đến khi tan trường đồng hồ chỉ đúng 11h trưa. Hỏi kim giờ trên đồng hồ đã quay được một góc bao nhiêu độ?



A.100^0. B.110^0. C.120^0. D.130^0.

4) Trong hình vẽ sau:



Góc $\widehat{yOz}$ bằng 50% góc $\widehat{xOz}$ và tia Ox, Oy là hai tia đối nhau. Số đo góc $\widehat{yOz}$ là:

A. 70^0. B. 80^0. C. 50^0. D. 60^0.

Trích đề HSG Quận Thanh Ba năm 2021-2022

Lời giải

1) Đáp án B
2) Đáp án C
3) Đáp án C
4) Đáp án D

IV. Các bài toán về chu vi, diện tích

Dạng toán: Giải các bài toán về chu vi diện tích

Bài 1: Bác An muốn làm hàng rào cho khu vườn hình vuông trồng hoa hồng của mình. Biết khu vườn có cạnh 5 m, tính độ dài hàng rào?

A. 25 m. **B.** 20 m. **C.** 10 m. **D.** 5 m.

Trích đề HSG trường THCS Việt Tiến (Việt Yên) năm 2021 - 2022

Lời giải

Đáp án: **B.** 20 m.

Bài 2: Một hình chữ nhật có chiều dài là 12m, chiều rộng là 8m, một hình vuông có chu vi bằng chu vi hình chữ nhật. Diện tích hình vuông đó là:

A. 96 m^2. **B.** 25 m^2. **C.** 40 m^2. **D.** 100 m^2.

Trích đề HSG trường THCS Việt Tiến (Việt Yên) năm 2021 - 2022

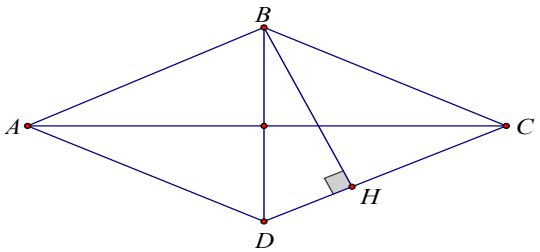
Lời giải

Đáp án: **D.** 100 m^2.

Bài 3:

Cho hình thoi $ABCD$ có độ dài cạnh là 30cm

(Hình vẽ 1). Tổng độ dài hai đường chéo là 84cm, hiệu độ dài hai đường chéo là 12cm. Tính độ dài đường cao BH.



Hình vẽ 1

Trích đề HSG trường THCS Yên Phong năm 2021 - 2022

Lời giải

Ta có: $AC + BD = 84$ và $AC - BD = 12$

nên $AC = (84 + 12) : 2 = 48$

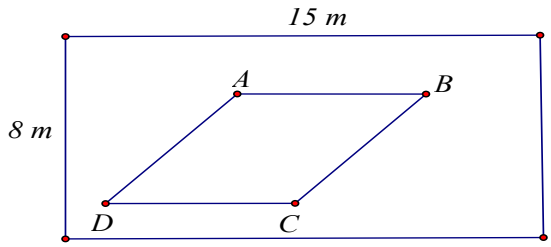
$BD = (84 - 12) : 2 = 36$

$S_{ABCD} = \dfrac{AC.BD}{2} = \dfrac{48.36}{2} = 864$

Lại có $S_{ABCD} = BH.CD = 864\,(\text{cm}^2)$

Suy ra $BH = 864 : 30 = 28,8\ (\text{cm})$.

Bài 4: Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài 15m, chiều rộng 8m. Người ta trồng một vườn hoa hình thoi ở trong mảnh đất đó, biết diện tích phần còn lại là $75\,\text{m}^2$. Tính độ dài đường chéo AC, biết $BD = 9\,\text{m}$.



Trích đề HSG trường THCS Nghĩa Đồng (Tân Kỳ) năm 2021 - 2022

Lời giải

Diện tích mảnh đất hình chữ nhật là: $15.8 = 120\ (\text{m}^2)$

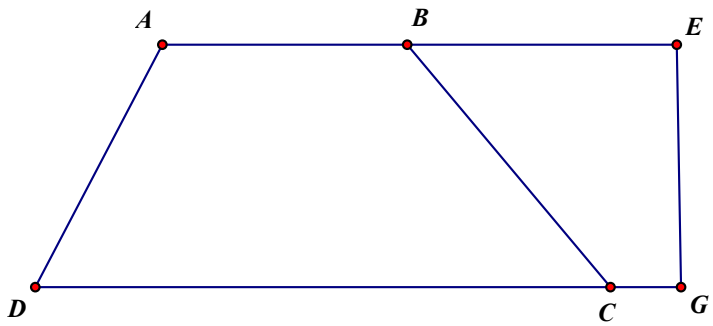
Diện tích phần trồng hoa hình thoi là: $120 - 75 = 45\ (\text{m}^2)$

Độ dài đường chéo AC là : $45\ .\ 2\ :\ 9 = 10\ (\text{m})$.

Bài 5: Một thửa ruộng hình thang có diện tích là $1155\,\text{m}^2$ và có đáy bé kém đáy lớn 33m. Người ta kéo dài đáy bé thêm 20m và kéo dài đáy lớn thêm 5m về cùng một phía để được hình thang mới. Diện tích hình thang mới này bằng diện tích của một hình chữ nhật có chiều rộng là 30m và chiều dài 51m. Hãy tính đáy bé, đáy lớn của thửa ruộng ban đầu.

Trích đề HSG trường THCS Việt Tiến (Việt Yên) năm 2021 - 2022

Lời giải



Gọi hình thang ban đầu là $ABCD$, hình thang mới là $AEGD$.

Hình thang $AEGD$ có diện tích bằng diện tích của một hình chữ nhật có chiều rộng 30m và chiều dài 51m.

Do đó diện tích hình thang $AEGD$ là: $30.51 = 1530\ (\text{m}^2)$

Diện tích phần tăng thêm $BEGC$ là: $1530 - 1155 = 375\ (\text{m}^2)$

Chiều cao BH của hình thang $BEGC$ là: $375.2:(20+5)=30(\text{m})$

Chiều cao BH cũng là chiều cao của hình thang $ABCD$. Do đó tổng hai đáy AB và CD là:

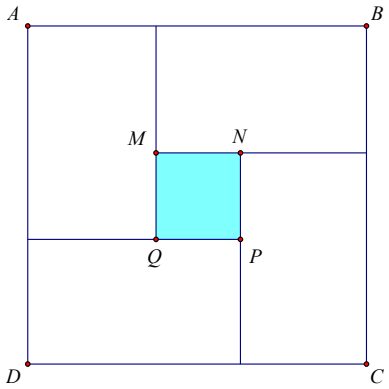
$$1155.2:30=77(\text{m})$$

Đáy bé là: $(77-33):2=22(\text{m})$

Đáy lớn là: $77-22=55\ (\text{m})$

Vậy đáy bé: $22\,\text{m}$; đáy lớn: $55\,\text{m}$.

Bài 6: Người ta xếp bốn hình chữ nhật bằng nhau có chiều rộng mỗi hình là 5cm; chiều dài là 8cm để được một hình vuông $ABCD$ và bên trong có là một hình vuông $MNPQ$ (như hình vẽ). Tính diện tích hình vuông $MNPQ$.



Trích đề HSG Trường THCS Hoài Ân năm 2021 - 2022

Lời giải

Độ dài cạnh hình vuông $MNPQ$ là: $8-5=3\ (\text{cm})$.

Diện tích hình vuông $MNPQ$ là: $3.3=9\ (\text{cm}^2)$.

Bài 7: Sân nhà Nam là hình chữ nhật có chiều dài $10,25$ mét và chiều rộng $6,9$ mét. Bố bạn Nam đang tính toán để mua gạch lát sân. Tại cửa hàng vật liệu xây dựng có loại gạch lát kích thước $500x500\text{mm}$ (mỗi viên gạch hình vuông cạnh 500mm). Gạch được bán nguyên thùng, mỗi thùng có 4 viên. Biết rằng khi lát sân, nếu gặp khoảng trống nhỏ hơn khích thước viên gạch thì người thợ phải cắt viên gạch để có kích thước vừa khít với khoảng trống và loại bỏ phần dư của viên gạch nếu phần dư đó không dùng đủ cho khoảng trống khác. Em hãy tính giúp bố bạn Nam xem cần mua ít nhất bao nhiêu thùng gạch mới đủ để lát sân trên.

Trích đề HSG huyện Kỳ Anh năm 2021-2022

Lời giải

Kích thước mỗi viên gạch hình vuông là: $500\text{mm}=0,5\text{m}$

Nên để lát mỗi mét dài ta cần: $1:0,5=2$ (viên gạch)

Chiều dài của sân là $6,9$ mét. Vì $6,9\cdot 2=13,8$ nên để lát theo chiều dài thì ta cần 14 viên, trong đó viên cuối cùng phải cắt bỏ phần thừa

Chiều rộng sân là 10,25 mét nên cần $10,25\cdot 2=20,5$ viên gạch (gồm: 20 viên gạch nguyên và $\frac{1}{2}$ viên gạch được cắt ra từ viên gạch nguyên). Như vậy phần cắt còn lại $\frac{1}{2}$ viên vẫn sử dụng được.

Tổng số viên gạch cần dùng là: $14\cdot 20,5 = 287$ (viên)

Vì mỗi thùng gạch có 4 viên mà $287:4=71,75$ nên bố bạn Nam cần mua ít nhất 72 thùng gạch.

Bài 8: Để đảm bảo đủ ánh sáng phòng học của con, gia đình ông Nam đã sửa căn phòng có nền là hình chữ nhật với kích thước là $4,2\,\text{m}$ và $5,4\,\text{m}$, có hai cửa sổ hình chữ nhật kích thước là 1m và $1,6\,\text{m}$ và một cửa ra vào hình chữ nhật có kích thước là $1,2\,\text{m}$ và $2\,\text{m}$.

a) Hỏi căn phòng trên sau khi sửa có đạt chuẩn về ánh sáng hay không? Biết căn phòng đạt mức chuẩn về ánh sáng nếu tổng diện tích các cửa lớn hơn hoặc bằng 20% diện tích nền.

b) Trên thị trường có các loại gạch với kích thước như sau $50\,\text{cm}\times 50\,\text{cm}$; $60\,\text{cm}\times 60\,\text{cm}$; $80\,\text{cm}\times 80\,\text{cm}$. Gia đình ông Nam muốn lát kín căn phòng trên bằng một loại gạch có cùng kích thước mà không phải cắt (các viên gạch phải lát liền nhau, coi như không có khe hở). Em hãy giúp gia đình ông Nam chọn loại gạch có kích thước phù hợp và tính xem cần bao nhiêu viên gạch để vừa đủ?

Trích đề HSG huyện Bình Xuyên năm 2021-2022

Lời giải

a) Diện tích của các cửa là: $1.1,6.2+2.1,2=5,6\,\text{m}^2$

Diện tích nền là: $4,2.\,5,4=22,68\,\text{m}^2$

Diện tích các cửa so với diện tích nền là: $5,6:22,68$ gần bằng $24,69\%>20\%$

Vậy căn phòng trên đạt chuẩn về ánh sáng.

b) Ta có $4,2\,\text{m}=420\,\text{cm};\ 5,4\,\text{m}=540\,\text{cm}$

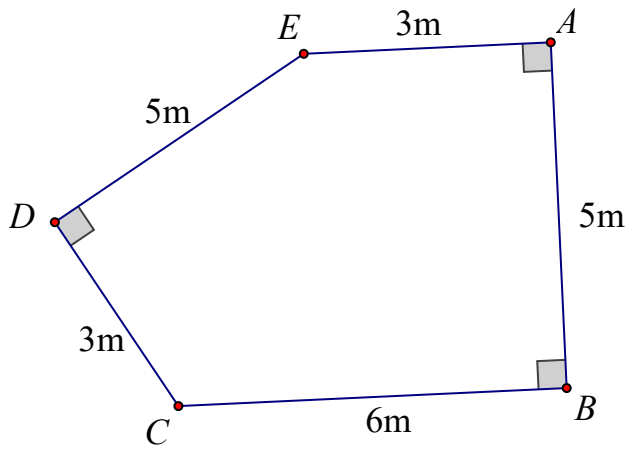
ta có $\text{ƯCLN}(420;540)=60$

Vì 60 không chia hết cho 50; 80 nên ta chọn gạch có kích thước là $60\,\text{cm}\times 60\,\text{cm}$

Diện tích nền là: $4,2.\,5,4=22,68\,\text{m}^2=226800\,\text{cm}^2$

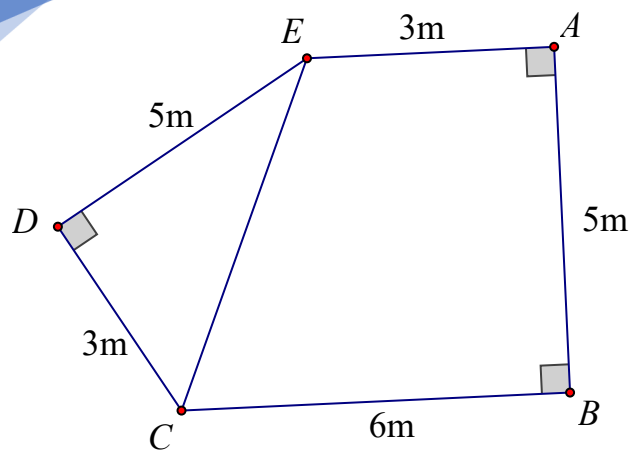
Do đó số viên gạch để lát vừa đủ căn phòng là $226800:(60.60)=63$ viên.

Bài 9: . Một mảnh đất được vẽ trên giấy như hình vẽ bên dưới.
Hỏi diện tích mảnh đất là bao nhiêu mét vuông?



Trích đề HSG Liên trường năm 2021-2022

Lời giải



Ta có:

$S_{EDC}=\frac{1}{2}ED.DC=\frac{1}{2}.5.3=\frac{15}{2}\left(\text{m}^2\right)$

$S_{AECB}=\frac{1}{2}\left(AE+CB\right)AB=\frac{1}{2}.\left(3+6\right)5=\frac{45}{2}\left(\text{m}^2\right)$

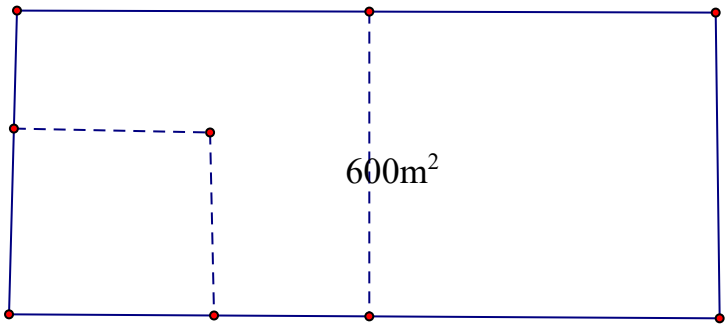
$S=S_{EDC}+S_{AECB}=30\left(\text{m}^2\right)$

Bài 10. Người ta mở rộng một cái ao hình vuông để được một cái ao hình chữ nhật có chiều dài gấp 2 lần chiều rộng. Sau khi mở rộng, diện tích ao tăng thêm $600\,\text{m}^2$ và diện tích ao mới gấp 4 lần ao cũ. Hỏi phải dùng bao nhiêu chiếc cọc để đủ rào xung quanh ao mới? Biết rằng cọc nọ cách cọc kia 1m và ở một góc ao người ta để lối lên xuống rộng 2m .

Trích đề HSG Liên trường năm 2021-2022

Lời giải

Ta có hình vẽ:



Diện tích ao mới là:

$600:\left(4-1\right)\times 4=800\ \left(\text{m}^2\right)$ Ta chia ao mới thành hai hình vuông có diện tích bằng nhau như hình vẽ.

Diện tích một hình vuông là:

$800:2=400\ \left(\text{m}^2\right)$

Vì $400=20\times 20$

Cạnh của hình vuông hay chiều rộng của ao mới là 20m

Chiều dài của ao mới là: $20\ \times 2=40\ \left(\text{m}\right)$

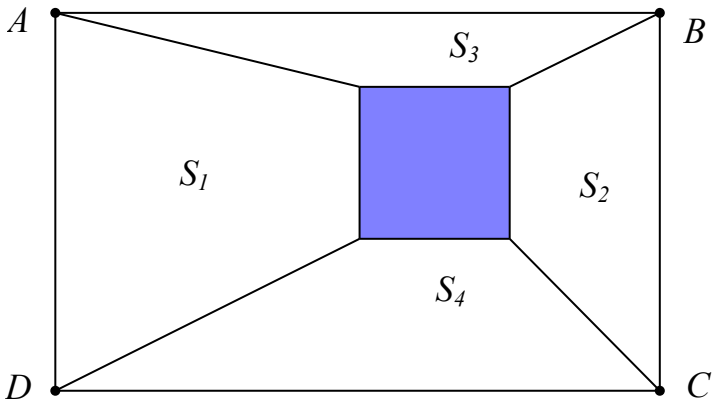
Chu vi áo mới là:

$\left(40+20\right)\times 2=120\left(\text{m}\right)$

Số cọc để rào xung quanh ao mới là:

$\left(120-3\right):1=117$ (chiếc)

Bài 11: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài AB hơn chiều rộng BC là $4cm$. Hình chữ nhật được chia thành một hình vuông và bốn hình thang (H1). Biết rằng 4 hình thang có diện tích là $S_1;S_2;S_3;S_4$ và $S_1+S_2=49\,\text{cm}^2;\ S_3+S_4=41\,\text{cm}^2$. Tính cạnh của hình vuông.



Trích đề HSG huyện Bá Thước năm 2021 - 2022

Lời giải

1) Cách 1: Nối các đỉnh hình vuông tới các đỉnh hình chữ nhật và các cạnh hình vuông kéo dài cắt các cạnh hình chữ nhật như hình vẽ.

Gọi chiều cao các hình thang có diện tích $S_1;S_2;S_3;S_4$ lần lượt là $h_1;h_2;h_3;h_4$

Đường chéo mỗi hình chữ nhật ở góc chia hình chữ nhật đó thành hai tam giác có diện tích bằng nhau:

$S_a=S_b;S_c=S_d;S_m=S_n;S_x=S_y$

$S_5=ah_1;S_6=ah_2;S_7=ah_3;S_8=ah_4$

$h_1+h_2=AB-a;\ h_3+h_4=BC-a$

$h_1+h_2-h_3-h_4=AB-a-BC+a=AB-BC=4$

$(h_1+h_2)-(h_3+h_4)=AB-a-BC+a=AB-BC=4$

$S_1=S_5+S_x+S_m;\ S_2=S_6+S_b+S_d;\ S_3=S_7+S_a+S_y;\ S_4=S_8+S_c+S_m$

$(S_1+S_2)-(S_3+S_4)=S_5+S_x+S_m+S_6+S_b+S_d-S_7-S_a-S_y-S_8-S_c-S_m$

$(S_1+S_2)-(S_3+S_4)=S_5+S_6-S_7-S_8+(S_x-S_y)+(S_b-S_a)+(S_x-S_y)+(S_d-S_c)$

$49-41=ah_1+ah_2-ah_3-ah_4$

$8=(h_1+h_2-h_3-h_4)a$

$8=4a$

$a=2$

Vậy cạnh hình vuông là 2 cm.

Cách 2: Gọi cạnh của hình vuông là $a\ (cm)$. Gọi chiều cao các hình thang có diện tích $S_1;S_2;S_3;S_4$ lần lượt là $h_1;h_2;h_3;h_4$

$$S_1=\frac{(AD+a)h_1}{2};$$

$$S_2=\frac{(BC+a)h_2}{2}=\frac{(AD+a)h_2}{2}\ (AD=BC)$$

$$S_3=\frac{(AB+a)h_3}{2};$$

$S_4 = \dfrac{(CD+a)h_4}{2} = \dfrac{(AB+a)h_4}{2}\ (AB = CD)$.

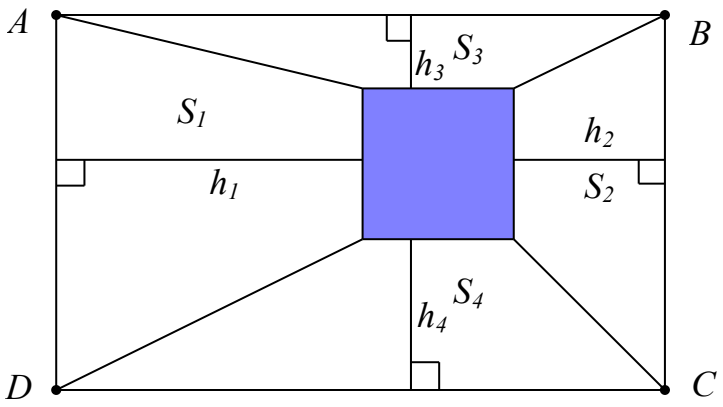
$S_1 + S_2 = 49 \Rightarrow \dfrac{(AD+a)h_1}{2} + \dfrac{(AD+a)h_2}{2} = 49$

$\dfrac{(AD+a)(h_1+h_2)}{2} = 49$

$\dfrac{(AD+a)(AB-a)}{2} = 49$

$\dfrac{(AD+a)(AD+4-a)}{2} = 49$

$\dfrac{(AD+a)(AD-a)}{2} + \dfrac{(AD+a)4}{2} = 49 \qquad (1)$



$S_3 + S4 = 4q$

$\dfrac{(AB+a)h_3}{2} + \dfrac{(AB+a)h_4}{2} = 41$

$\dfrac{(AB+a)(h_3+h_4)}{2} = 41$

$\dfrac{(AB+a)(AD-a)}{2} = 41$

$\dfrac{(AD+4+a)(AD-a)}{2} = 41$

$\dfrac{(AD+a)(AD-a)}{2} + \dfrac{4(AD-a)}{2} = 41 \qquad (2)$

Trừ từng vế (1) và (2) ta có:

$\dfrac{(AD+a)4}{2} - \dfrac{(AD-a)4}{2} = 8$

$\dfrac{4AD+4a}{2} - \dfrac{4AD-4a}{2} = 8$

$\dfrac{4AD+4a-4AD+4a}{2} = 8$

$4a = 8$

$a = 2$

Vậy cạnh hình vuông là 2 cm.

Bài 12: Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài 15 m, chiều rộng 8 m. Người ta trồng một vườn hoa hình thoi ở trong mảnh đất đó, biết diện tích phần còn lại là $75\,\text{m}^2$. Tính độ dài đường chéo AC, biết $BD = 9$ m.

Trích đề HSG huyện Thọ Xuân năm 2021-2022

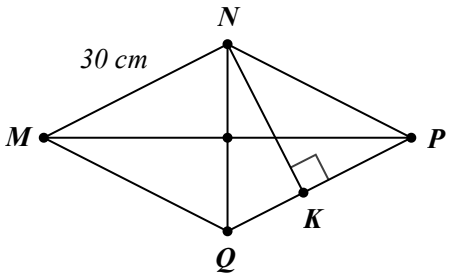
Lời giải

Diện tích mảnh đất hình chữ nhật là: $15.8 = 120\,(\text{m}^2)$

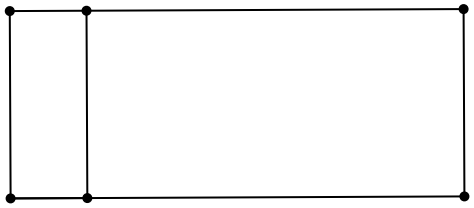
Diện tích phần trồng hoa hình thoi là: $120 - 75 = 45\,(\text{m}^2)$

Độ dài đường chéo AC là: $45.2 : 9 = 10(m)$

Bài 13: 1. Cho hình thoi $MNPQ$ có độ dài cạnh là 30 cm (Hình vẽ 1). Tổng độ dài hai đường chéo là 84, hiệu độ dài hai đường chéo là 12 cm. Tính độ dài chiều cao NK.



Hình vẽ 1



Hình vẽ 2

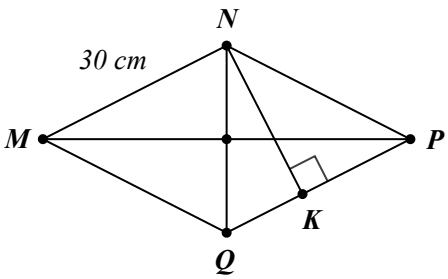
2. Một thửa ruộng hình chữ nhật được chia thành hai mảnh hình chữ nhật (Hình vẽ 2), một mảnh nhỏ trồng rau và mảnh còn lại trồng ngô. Diện tích của mảnh trồng ngô gấp 6 lần diện tích của mảnh trồng rau. Chu vi mảnh trồng ngô gấp 4 lần chu vi mảnh trồng rau.Tính diện tích thửa ruộng ban đầu, biết chiều rộng của nó là 5 mét.

3. Nếu giảm chiều dài của một hình chữ nhật đi 20% và muốn diện tích không thay đổi thì chiều rộng phải thay đổi như thế nào?

Trích đề HSG huyện Triệu Sơn năm 2021-2022

Lời giải

1.



Hình vẽ 1

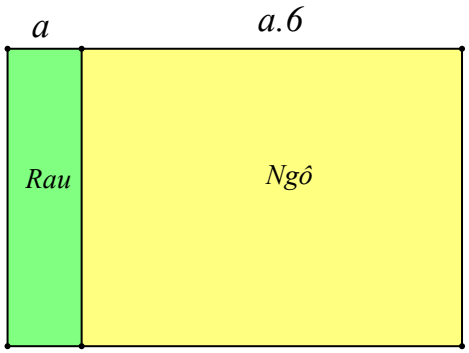
Ta có $MP + NQ = 84$ và $MP - NQ = 12$ nên $MP = (84 + 12) : 2 = 48$ (cm);

$\Rightarrow MP = 84 - 48 = 36$ (cm)

Ta có $S_{MNPQ} = \dfrac{MP.NQ}{2} = \dfrac{48.36}{2} = 864$

Lại có $S_{MNPQ} = NK.PQ = 864 \Rightarrow NK = 386 : 30 = 28,8$ (cm)

2.



Hình vẽ 2

Vì diện tích trồng ngô gấp 6 lần diện tích trồng rau mà hai mảnh chung một cạnh nên độ dài cạnh còn lại của mảnh trồng ngô gấp 6 lần độ dài cạnh còn lại của mảnh trồng rau

Gọi độ dài cạnh còn lại của mảnh trồng rau là: a

Vậy độ dài cạnh còn lại của mảnh trồng ngô là: $6a$

Nửa chu vi mảnh trồng ngô là: $6a+5$

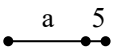
Nửa chu vi mảnh trồng rau là: $a+5$

Nửa chu vi mảnh trồng ngô hơn nửa chu vi mảnh trồng rau là:

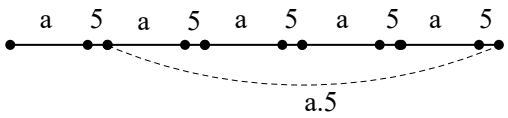
$$6a+5-(a+5)=5a$$

Mà chu vi mảnh trồng ngô gấp 4 lần chu vi mảnh trồng rau nên ta có sơ đồ:

$\frac{1}{2}P_2$:



$\frac{1}{2}P_1$:



Nhìn vào sơ đồ ta có: $3(a+5)=5a$

$$3a+15=5a$$
$$5a-3a=15$$
$$2a=15$$
$$a=7,5$$

Độ dài cạnh còn lại của mảnh trồng rau là: $7,5$ (m)

Độ dài cạnh còn lại của mảnh trồng ngô là: $7,5.6=45$ (m)

Diện tích thửa ruộng ban đầu là: $(45+7,5).6=262\,(m^2)$

3. Khi chiều dài của hình chữ nhật đó giảm đi 20% thì diện tích của hình chữ nhật cũng giảm đi 20%

Diện tích của hình chữ nhật sau khi giảm 20% là: $100\%-20\%=80\%$

Chiều rộng tăng số phần trăm là: $\frac{100}{80}.100\%=125\%$

Số phần trăm chiều rộng cần tăng thêm là: $125\%-100\%=25\%$

Vậy chiều rộng phải tăng lên 25% để diện tích của hình chữ nhật đó không thay đổi.

Bài 14: Cho tam giác ABC có diện tích bằng $42\,cm^2$. Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $CE=\frac{1}{3}AE$, trên cạnh BC lấy điểm F sao cho $BF=\frac{1}{2}FC$, đoạn EF cắt AB tại K.

1. Tính diện tích của tam giác ABF và tam giác AEF?

2. Tính tỉ số độ dài giữa KB và KA?

Trích đề HSG TP Bắc Ninh năm 2021-2022

Lời giải

1. Ta có $S_{ABF}=\frac{1}{2}S_{AFC}=\frac{1}{3}S_{ABC}$ (do có chung đường cao hạ từ đỉnh A xuống đáy BC; mà $BF=\frac{1}{2}FC=\frac{1}{3}BC$) $\Rightarrow S_{ABF}=42\cdot\frac{1}{3}=14\ cm^2$

Ta có: $S_{AEF}=\frac{3}{4}S_{ACF}$ (do có chung đường cao hạ từ đỉnh F xuống đáy AC và $CE=\frac{1}{3}AE$ nên $AE=\frac{3}{4}AC$) mà $S_{ABF}=42-14=28\ cm^2$ nên $S.AEF=28.\frac{3}{4}=21$ cm^2.

2. Ta có: $S_{KBE}=\frac{1}{2}S_{KCF}$ (có chung chiều cao hạ từ K xuống BC và $BF=\frac{1}{2}FC$)

$S_{EBF}=\frac{1}{2}S_{ECF}$ (có chung chiều cao hạ từ E xuống BC và $BF=\frac{1}{2}FC$)

Suy ra $S_{KBE}=\frac{1}{2}S_{KCE}$.

Mà $S_{KCE}=\frac{1}{3}S_{KAE}$ (có chung chiều cao hạ từ K xuống AC và $CE=\frac{1}{3}AE$)

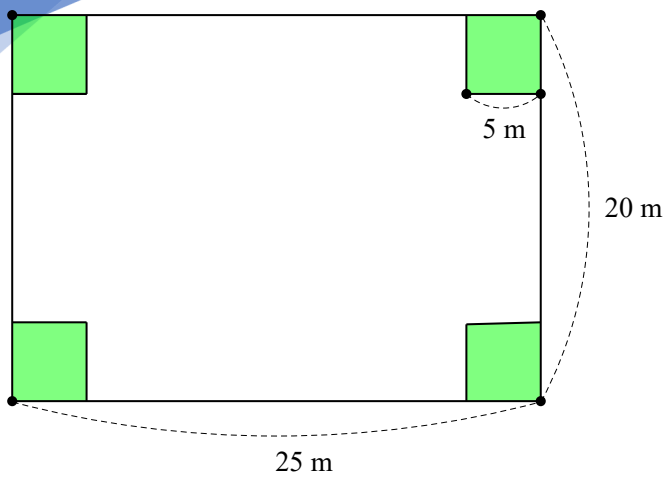
Do đó $S_{KBE}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}S_{KAE}=\frac{1}{6}S_{KAE}$.

Mà hai tam giác KBE và KAE có chung chiều cao hạ từ E xuống AB $\Rightarrow KB=\frac{1}{6}KA$.

Hay $\frac{KB}{KA}=\frac{1}{6}$. Vậy $\frac{KB}{KA}=\frac{1}{6}$.

Bài 15: Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài 25 m, chiều rộng 20 m. Người ta trồng hoa hồng vào bồn hình vuông ở các góc vườn (như hình vẽ bên) và phần diện tích còn lại trồng hoa cúc.

1) Tính diện tích phần đất trồng hoa mỗi loại.



2) Biết mỗi mét vuông làm đất và trồng hoa hồng phải trả 50000 đồng tiền công, mỗi mét vuông làm đất và trồng hoa cúc phải trả 40000 đồng. Tính số tiền công phải trả để trồng hoa cho cả mảnh vườn đó.

Trích đề HSG huyện Đông Hưng năm 2021-2022

Lời giải

1) Phần diện tích trồng hoa hồng là: $4.5^2 = 4.25 = 100\,(\text{m}^2)$.

Tổng diện tích của vườn là: $20.25 = 500\,(\text{m}^2)$.

Diện tích trồng hoa cúc là $500 - 100 = 400\,(\text{m}^2)$.

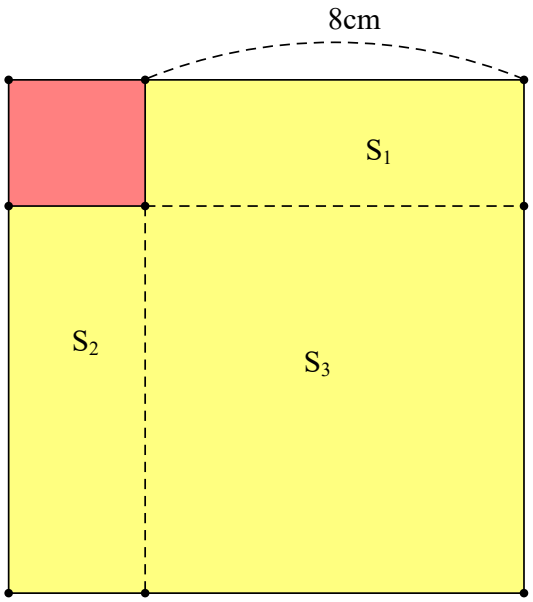
2) Số tiền công phải trả để trồng hoa là: $100.50 + 400.40 = 5000 + 16000 = 21000$ (nghìn đồng).

Vậy tổng số tiền phải trả là 21 triệu đồng.

Bài 16: Minh có hai tờ giấy hình vuông mà số đo các cạnh hơn kém nhau $8\,cm$. Minh đem đặt tờ giấy hình vuông nhỏ nằm trọn trong tờ giấy hình vuông lớn thì phần diện tích còn lại không bị che của tờ giấy hình vuông lớn là $96\,cm^2$. Tính độ dài cạnh của mỗi tờ giấy.

Trích đề HSG TP Bắc Ninh năm 2021-2022

Lời giải



Gọi diện tích các phần được chia ra lần lượt là: S_1, S_2, S_3 như hình vẽ.

Theo đề bài ta có: $S_1+S_2+S_3=96\left(cm^2\right)$.

Mặt khác: S_3 là diện tích hình vuông cạnh $8\,cm$ nên $S_3=8.8=64\left(cm^2\right)$.

$S_1=S_2$ vì là diện tích hai hình chữ nhật có kích thước bằng nhau (chiều rộng bằng độ dài cạnh hình vuông nhỏ, chiều dài bằng $8\,cm$).

Suy ra $S_1=S_2=\left(96-S_3\right):2=\left(96-64\right):2=32:2=16\left(cm^2\right)$.

Cạnh của hình vuông nhỏ là: $16:8=2\left(cm\right)$.

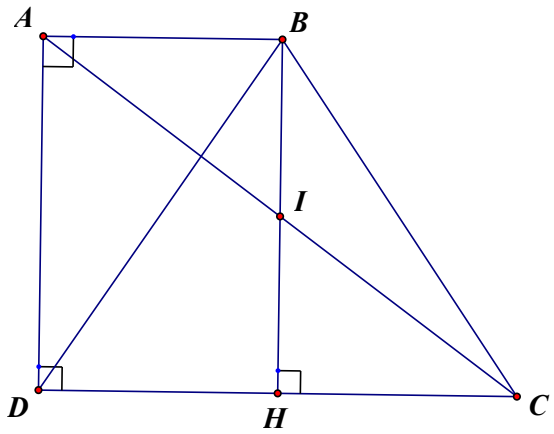
Cạnh của hình vuông lớn là: $2+8=10\left(cm\right)$.

Vậy hai tờ giấy hình vuông có cạnh là $2\,cm$ và $8\,cm$.

Bài 17: Hình thang vuông ABCD có góc A và D vuông. Đường chéo AC cắt đường cao BH tại I.So sánh diện tích tam giác IDC và diện tích tam giác BHC.

Trích đề HSG tỉnh Bắc Ninh năm 2016 - 2017

Lời giải



Nối BD. Ta có: $S_{BDC}=S_{ADC}$ (cùng đáy DC và chiều cao BH = AD)

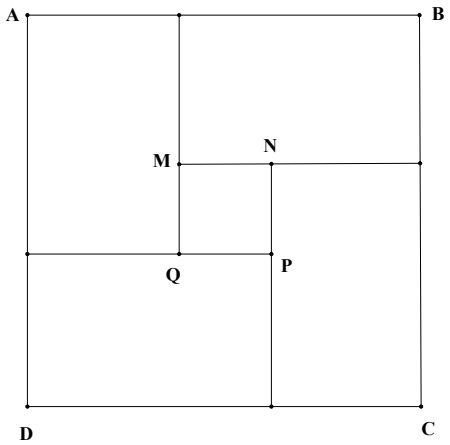
$S_{BDH}=S_{DBA}\left(=\frac{1}{2}S_{ABHD}\right)$; $S_{DBA}=S_{IAD}$ (cùng đáy AD và chiều cao bằng nhau)

Do đó:

$S_{BHC}=S_{BDC}-S_{BDH}=S_{BDC}-S_{DBA}=S_{ADC}-S_{IAD}=S_{IDC}$

Vậy $S_{BHC}=S_{IDC}$

Bài 18: Người ta xếp bốn hình chữ nhật bằng nhau có chiều rộng mỗi hình là 5 cm; chiều dài là 8 cm để được một hình vuông $ABCD$ và bên trong có là một hình vuông $MNPQ$ (như hình vẽ). Tính diện tích hình vuông $MNPQ$.



Trích đề HSG huyện Hà Trung năm 2021-2022

Lời giải

Cạnh hình vuông $ABCD$ là $5+8=13\ (\text{cm})$

Diện tích hình chữ nhật nhỏ là: $5.8=40\ (cm^2)$

Diện tích hình vuông $ABCD$ là: $13.13=169\ (cm^2)$

2) Độ dài đường chéo thứ nhất của hình thoi là:

$(84+12):2=48(\text{cm})$

Độ dài đường chéo thứ hai của hình thoi là:

$48-12=36(\text{cm})$

Diện tích hình thoi $MNPQ$ là:

$48\cdot 36:2=864(\text{cm}^2)$

Diện tích hình thoi còn được tính như sau: $S_{MNPQ}=NK\cdot PQ$

$\Rightarrow NK=S_{MNPQ}:PQ=864:30=28,8(\text{cm})$

Đáp số: $NK=28,8\,\text{cm}$

Bài 19: Một khu đất hình chữ nhật có chu vi là 132*m*. Nếu giảm chiều rộng đi 5*m* và tăng chiều dài lên 5*m* thì chiều dài gấp đôi chiều rộng. Người ta dùng 30% diện tích khu đất để trồng rau, $\frac{11}{30}$ diện tích khu đất để trồng cây ăn quả, diện tích còn lại để xây nhà. Hỏi diện tích xây nhà là bao nhiêu?

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2022-2023

Lời giải

Khi giảm chiều rộng 5*m* và tăng chiều dài 5*m* thì chu vi không đổi.

Ta có nửa chu vi lúc sau là: 132: 2 = 66 (*m*)

Lúc sau chiều dài gấp đôi chiều rộng hay chiều rộng bằng $\frac{1}{2}$ chiều dài.

Suy ra chiều rộng lúc sau bằng $\frac{1}{3}$ nửa chu vi.

Chiều rộng khu đất đó là: $66.\frac{1}{3}+5=27\ (m)$

Chiều dài khu đất đó là: $66-27=39\ (m)$

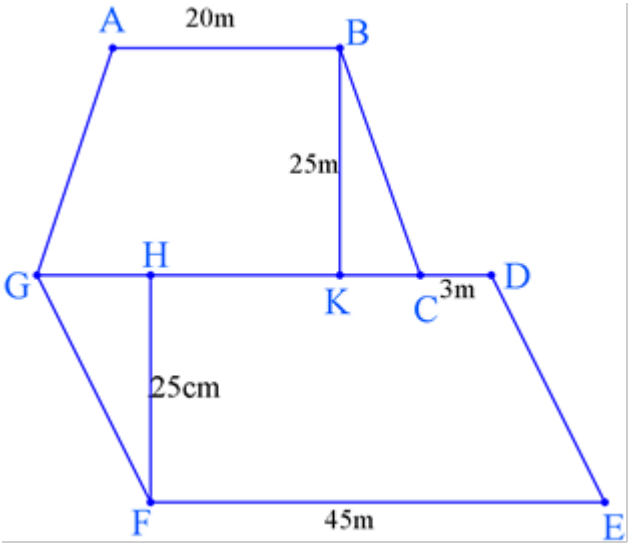
Diện tích khu đất đó là: $27.39=1053\ (m^2)$

Đổi: $30\%=\frac{3}{10}$

Diện tích đất làm nhà chiếm số phần là: $1-\frac{3}{10}-\frac{11}{30}=\frac{1}{3}$ (diện tích khu đất)

Diện tích đất xây nhà là: $1053.\frac{1}{3}=351\ (m^2)$

Bài 20: Bác Hai có một thửa ruộng có dạng như hình bên (dộ dài đoạn thẳng CD bằng 3 mét). Bác Hai trồng lúa trên toàn bộ thửa ruộng đó. Nếu trên mỗi mét vuông bác Hai thu được $0.8kg$ thóc thì số tiền bác Hai thu được là bao nhiêu? Biết mỗi tạ thóc có giá 700.000 đồng.



Trích đề HSG huyện Nghi Sơn năm 2021 - 2022

Lời giải

Có $GD=FE=45\ m$

$GC=GD-CD=45-3=42\ (m)$

Diện tích hình thang $ABCG$ là: $S_1=\frac{(AB+CG).BK}{2}=\frac{(20+42).25}{2}=775\left(m^2\right)$

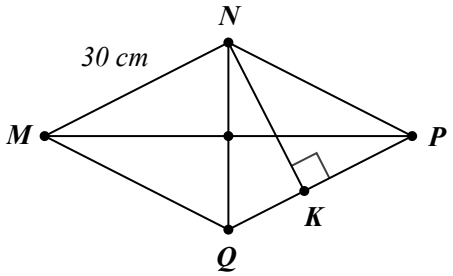
Diện tích hình bình hành $GFDE$ là $S_2=FH.FE=25.45=1125\left(m^2\right)$

Diện tích cả thửa ruộng là: $S=S_1+S_2=775+1125=1900\left(m^2\right)$

Tổng số thóc thu hoạch được trên thửa ruộng là: $0,8.1900=1520\left(kg\right)=15,2$ (tạ)

Tổng số tiền bác Hai thu được là: $15,2.700\,000=10\,640\,000$ (đồng)

Bài 21: Cho hình thoi $MNPQ$ có độ dài cạnh là $30cm$ (Hình vẽ 1). Tổng độ dài hai đường chéo là $84cm$, hiệu độ dài hai đường chéo là $12cm$. Tính độ dài chiều cao NK.



Hình vẽ 1

Trích đề HSG huyện Triệu Sơn năm 2021-2022

Lời giải

Ta có: MP + NQ = 84 và MP - NQ = 12

nên MP = (84 + 12) : 2 = 48

NQ= 84 – 48 = 36

$$S_{MNPQ} = \frac{MP.NQ}{2} = \frac{48.36}{2} = 864$$

Lại có $S_{MNPQ} = NK.PQ = 864$

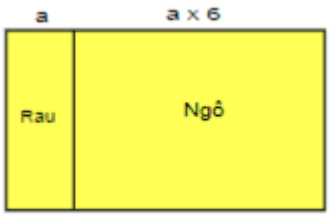
⇨ NK = 864 : 30 = 28,8 (cm)

Bài 22: Một thửa ruộng hình chữ nhật được chia thành 2 mảnh hình chữ nhật (hình vẽ 2), một mảnh nhỏ trồng rau và mảnh còn lại trồng ngô. Diện tích của mảnh trồng ngô gấp 6 lần diện tích của mảnh trồng rau. Chu vi mảnh trồng ngô gấp 4 lần chu vi mảnh trồng rau.Tính diện tích thửa ruộng ban đầu , biết chiều rộng của nó là 5 mét.

Nếu giảm chiều dài của một hình chữ nhật đi 20% và muốn diện tích không thay đổi thì chiều rộng phải thay đổi như thế nào?

Trích đề HSG huyện Triệu Sơn năm 2021-2022

Lời giải



Vì diện tích trồng ngô gấp 6 lần diện tích trồng rau mà 2 mảnh chung 1 cạnh nên độ dài cạnh còn lại của mảnh trồng ngô gấp 6 lần độ dài cạnh còn lại của mảnh trồng rau

Gọi độ dài cạnh còn lại của mảnh trồng rau là: a

Vậy độ dài cạnh còn lại của mảnh trồng ngô là: a x 6

Nửa chu vi mảnh trồng ngô là: a x 6 + 5

Nửa chu vi mảnh trồng rau là: a + 5

Nửa chu vi mảnh trồng ngô hơn nửa chu vi mảnh trồng rau là:

a x 6 + 5 – (a + 5) = a x 5

Mà chu vi mảnh trồng ngô gấp 4 lần chu vi mảnh trồng rau nên ta có sơ đồ:

Nhìn vào sơ đồ ta có: (a + 5).3 = 5.a

15 = 5a – 3a = 2.a

⇨ a = 7,5

Độ dài cạnh còn lại của mảnh trồng rau là: 7,5m

Độ dài cạnh còn lại của mảnh trồng ngô là: 7,5 x 6 = 45 (m)

Diện tích thửa ruộng ban đầu là: (45+ 7,5) x 6 = 262 (m^2)

* Nếu giảm chiều dài của một hình chữ nhật đi 20% và muốn diện tích không thay đổi thì chiều rộng phải thay đổi như thế nào?

Khi chiều dài của hình chữ nhật đó giảm đi 20% thì diện tích của hình chữ nhật cũng giảm đi 20%

Diện tích của hình chữ nhật sau khi giảm 20% là:100 -20 =80 (%)

Chiều rộng tăng số phần trăm là:100 :80 x100 = 125 (%)

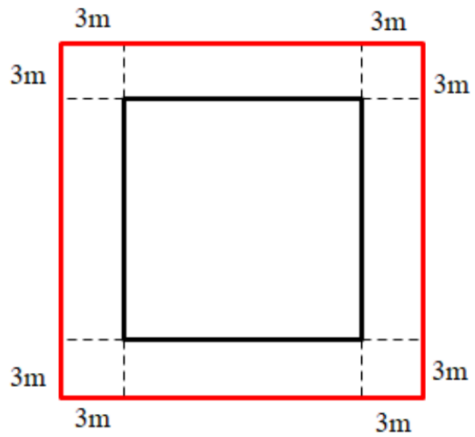
Số phần trăm chiều rộng cần tăng thêm là:125 -100 =25(%)

Vậy chiều rộng phải tăng lên 25% để diện tích của hình chữ nhật đó không thay đổi.

Bài 23: Một bác nông dân có một khu vườn hình vuông. Ông ấy mở rộng vườn thêm 3m về mỗi phía như hình bên và thấy rằng diện tích khu vườn rộng thêm 84m^2. Tìm diện tích của khu vườn ban đầu.

Trích đề HSG THCS Quỳnh Thiện năm 2022 - 2023

Lời giải



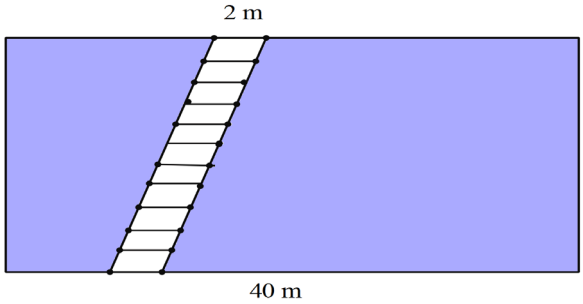
Diện tích tăng thêm gồm 4 hình vuông có cạnh bằng 3 và 4 hình chữ nhật bằng nhau nên ta có:

Diện tích mỗi hình chữ nhật là: $\left(84 - 4.3.3\right):4=48:4=12\left(m^2\right)$

Chiều dài của hình chữ nhật (tức là cạnh của hình vuông ban đầu) là: 12: 3 = 4 (m)

Vậy diện tích của khu vườn ban đầu là: 4,4 = 16 (m^2)

Bài 24: Nhà bác Sơn có một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài bằng 40 mét và chiều dài gấp đôi chiều rộng. Trong khu vườn, bác Sơn làm một lối đi để tiện chăm sóc và tưới cho cây với kích thước được cho như hình vẽ. Bác dùng lưới B40 rào xung quanh khu vườn. Chi phí để làm cho mỗi mét hàng rào là 150000 đồng và cho mỗi mét vuông làm lối đi là 350000 đồng (bao gồm cả tiền công thợ và tiền vật liệu). Hỏi bác Sơn phải trả bao nhiêu tiền để làm hàng rào và làm lối đi cho khu vườn?



Trích đề HSG huyện ……năm 20…-20…

Lời giải

Chiều rộng khu vườn là: $40:2=20(\text{m})$.

Chiều dài lưới B40 dùng để rào khu vườn là: $(40+20).2=120(\text{m})$.

Diện tích của lối đi là: $2.20=40(\text{m}^2)$

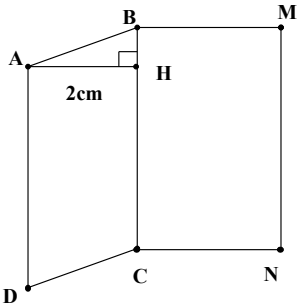
Chi phí để làm hàng rào là: $120.150000=18000000$ (đồng).

Chi phí để làm lối đi là: $40.350000=14000000$ (đồng).

Số tiền bác Sơn phải trả để làm hàng rào và làm lối đi cho khu vườn là:

$8000000+14000000=32000000$ (đồng).

Bài 25: Tìm diện tích của hình H gồm hình bình hành $ABCD$ và hình chữ nhật $BMNC$, biết hình chữ nhật $BMNC$ có chu vi bằng 18cm và chiều dài MN gấp hai lần chiều rộng BM.



Trích đề HSG TX Sơn Tây năm 2021-2022

Lời giải

Nửa chu vi hình chữ nhật $BMNC$ bằng: $18:2=9$ (cm)

Coi chiều dài hình chữ nhật $BMNC$ gồm 2 phần bằng nhau thì chiều rộng của nó gồm 1 phần như thế.

Tổng số phần bằng nhau là: $2+1=3$ (phần)

Chiều rộng của hình chữ nhật $BMNC$: $9:3=3(\text{cm})$

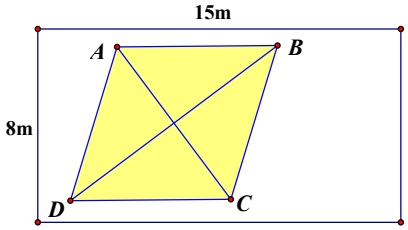
Chiều dài của hình chữ nhật $BMNC$: $3.2=6(\text{cm})$

Diện tích của hình chữ nhật $BMNC$: $6.3=18(\text{cm}^2)$

Diện tích hình bình hành: $ABCD$: $6.2=12(\text{cm}^2)$

Diện tích hình H là: $12+18=30\left(\text{cm}^2\right)$

Bài 26: Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài $15\,\text{m}$, chiều rộng $8\,\text{m}$. Người ta trồng một vườn hoa hình thoi ở trong mảnh đất đó, biết diện tích phần còn lại là $75\,\text{m}^2$. Tính độ dài đường chéo AC, biết $BD=9m$.



Trích đề HSG huyện Tân Kì (Nghĩa Đông) và huyện Hậu Lộc năm 2021-2022

Lời giải

Diện tích mảnh đất hình chữ nhật là: $15.8=120\left(\text{m}^2\right)$

Diện tích phần trồng hoa hình thoi là: $120-75=45\left(\text{m}^2\right)$

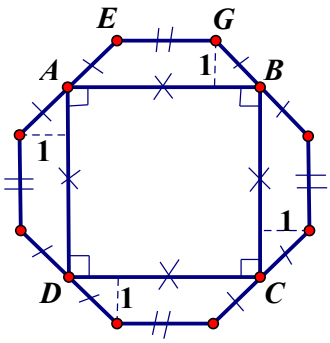
Độ dài đường chéo AC là: $45.2:9=10\left(\text{m}\right)$

Vậy độ dài đường chéo $AC=10\,\text{m}$.

Bài 27: Muốn cắt một miếng bìa có diện tích là $28\,\text{cm}^2$ như hình bên. Biết chu vi hình vuông $ABCD$ là $16\,\text{cm}$. Tính độ dài cạnh EG. (số liệu trên hình vẽ đơn vị là cm)

Trích đề HSG huyện Lý Nhân năm 2021-2022

Lời giải



Cạnh của hình vuông $ABCD$ là: $16:4=4\left(\text{cm}\right)$

Diện tích của hình vuông $ABCD$ là: $4\cdot4=16\left(\text{cm}^2\right)$

Tổng diện tích của bốn hình thang là: $28-16=12\left(\text{cm}^2\right)$

Diện tích của hình thang $ABGE$ là: $12:4=3\left(\text{cm}^2\right)$

Tổng 2 đáy của hình thang $ABGE$ là: $3\cdot2:1=6\left(\text{cm}\right)$

Cạnh GE là: $6-4=2\left(\text{cm}\right)$

Bài 28: Một khu đất hình chữ nhật có chu vi là $132\,\text{m}$. Nếu giảm chiều rộng đi $5\,\text{m}$ và tăng chiều dài lên $5\,\text{m}$ thì chiều dài gấp đôi chiều rộng.

a) Tính diện tích khu đất hình chữ nhật ban đầu.

b) Người ta dùng 30% diện tích khu đất ban đầu để trồng rau, chi phí cho mỗi mét vuông trồng rau là 35000 đồng. Tính số tiền cần chi phí để trồng rau?

Trích đề HSG huyện Sóc Sơn năm 2021-2022

Lời giải

a) Nếu giảm chiều rộng $5\,\text{m}$ và tăng chiều dài $5\,\text{m}$ thì chu vi không đổi.

Ta có nửa chu vi lúc sau là: $132:2=66(\text{m})$

Lúc sau chiều dài gấp đôi chiều rộng hay chiều rộng bằng $\frac{1}{2}$ chiều dài.

Suy ra chiều rộng lúc sau bằng $\frac{1}{3}$ nửa chu vi.

Chiều rộng ban đầu khu đất đó là: $66\cdot\frac{1}{3}+5=27(\text{m})$

Chiều dài ban đầu khu đất đó là: $66-27=39(\text{m})$

Diện tích ban đầu khu đất đó là: $27.39=1053(\text{m}^2)$

b) Diện tích trồng rau là: $30\%.1050=\frac{3}{10}.1050=315(\text{m}^2)$

Số tiền chi phí để trồng rau là: $315.35000=11025000$ đồng.

Bài 29: Người ta muốn lát gạch và trồng cỏ cho sân vườn hình vuông. Biết diện tích phần trồng cỏ bằng $\frac{1}{4}$ diện tích sân vườn và diện tích phần lát gạch là $48\,\text{m}^2$.

1) Tính diện tích sân vườn.

2) Tính diện tích trồng cỏ.

3) Giá $1\,\text{m}^2$ cỏ là 60000 đồng, nhưng khi mua lại được giảm giá 10%. Vậy số tiền cần mua cỏ là bao nhiêu?

4) Người ta cắm cọc làm hàng rào xung quanh sân vườn, khoảng cách giữa các cọc đều nhau là $0,8\,\text{m}$. Hỏi phải dùng bao nhiêu chiếc cọc?

Trích đề HSG Quận Hà Đông năm 2021-2022

Lời giải

1) Phân số chỉ diện tích phần lát gạch là: $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ diện tích sân vườn.

Do đó diện tích sân vườn là: $48:\frac{3}{4}=64(\text{m}^2)$

2) Diện tích trồng cỏ là: $\frac{1}{4}.64=16(\text{m}^2)$

3) Giá tiền $1\,\text{m}^2$ cỏ sau khi được giảm giá là: $60000-10\%.60000=54000$ (đồng).

Số tiền cần mua cỏ là: $54000.16=864000$ (đồng).

4) Cạnh của sân vườn là: $\sqrt{64}=8(\text{m})$

Chu vi của sân vườn là: $8.4=32(\text{m})$

Vậy số cọc cần dùng là: $32:0,8=40$ (chiếc).

Bài 30: Một nền nhà hình chữ nhật có chiều rộng $5\,\text{m}$ và chiều dài gấp 4 lần chiều rộng. Người ta lát nền nhà bằng những viên gạch hình vuông cạnh $4\,\text{dm}$. Tổng số tiền mua gạch là 11875000 đồng thì vừa đủ để lát. Hỏi giá mỗi viên gạch lát nền là bao nhiêu ?

Trích đề HSG Huyện Tiên Du năm 2021-2022

Lời giải

Chiều dài của nền nhà là: $4\cdot 5=20\left(\text{m}\right)$

Diện tích nền nhà hình chữ nhật là: $20.5=100\left(\text{m}^2\right)$

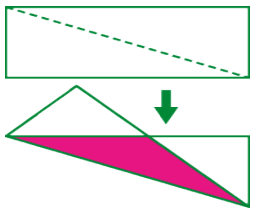
Đổi: $4\,\text{dm}=0,4\,\text{m}$

Diện tích một viên gạch lát nền là: $0,4.0,4=0,16\left(\text{m}^2\right)$

Số viên gạch dùng để lát nền là: $100:0,16=625$ (viên)

Gía mỗi viên gạch lát nền là: $11875000:625=19000$ (đồng)

Bài 31: Một tờ giấy hình chữ nhật được gấp theo đường chéo như hình vẽ. Diện tích hình nhận được bằng $\frac{5}{8}$ diện tích hình chữ nhật ban đầu. Biết diện tích phần tô màu là $18\ \text{cm}^2$. Tính diện tích tờ giấy ban đầu.



Trích đề HSG huyện Vĩnh Lộc năm 2021 - 2022

Lời giải

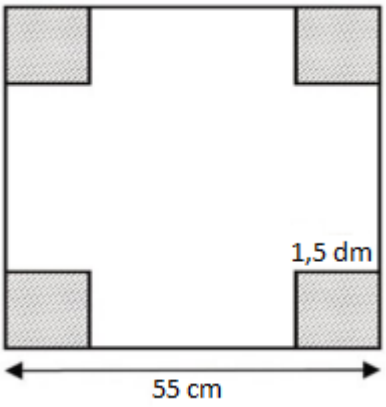
Khi gấp tờ giấy hình chữ nhật theo đường chéo (đường nét đứt) thì phần hình tam giác được tô màu bị xếp chồng lên nhau. Do đó diện tích hình chữ nhật ban đầu lớn hơn diện tích hình nhận được chính là diện tích tam giác được tô màu.

Diện tích hình chữ nhật ban đầu giảm đi bằng $1-\frac{5}{8}=\frac{3}{8}$ diện tích hình chữ nhật ban đầu.

Do vậy diện tích tam giác tô màu bằng $\frac{3}{8}$ diện tích hình chữ nhật ban đầu, hay $\frac{3}{8}$ diện tích hình chữ nhật ban đầu bằng $18\,\text{cm}^2$.

Vậy diện tích hình chữ nhật ban đầu là: $18:\frac{3}{8}=48\ (\text{cm}^2)$

Bài 32: Một miếng tôn hình vuông có độ dài 1 cạnh là $55\,\text{cm}$. Người ta cắt đi bốn góc theo các hình vuông nhỏ có độ dài cạnh là $1,5\,\text{dm}$. Tính chu vi và diện tích phần tôn còn lại (*không yêu cầu học sinh vẽ hình*)



Trích đề đề xuất HSG huyện năm 2021 - 2022

Lời giải

Sau khi cắt đi bốn góc theo các hình vuông nhỏ thì chu vi của miếng tôn còn lại vẫn bằng chu vi miếng tôn cũ và bằng: $55.4 = 220\ (\text{cm})$

Đổi $1,5\text{dm} = 15\text{cm}$

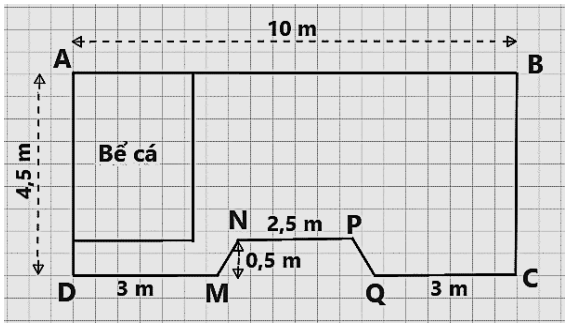
Diện tích của bốn miếng tôn bị cắt đi là: $4.(15.15) = 4.225 = 900\ (\text{cm}^2)$.

Diện tích của miếng tôn ban đầu là: $55.\ 55\ = 3025\ (\text{cm}^2)$.

Diện tích của miếng tôn còn lại là: $3025 - 900 = 2125(\text{cm}^2)$.

Vậy diện tích của miếng bìa còn lại là: $2125\ \text{cm}^2$.

Bài 33: Nhà bác Bình có một mảnh sân như hình bên. Trong sân, bác xây một bể cá có dạng hình chữ nhật dài 3m, rộng 2m. Phần còn lại của sân bác lát gạch. Biết công làm bể cá là 500000 đồng/m^2, công lát gạch là 100000 đồng/m^2. Tính tổng tiền công bác Bình cần trả cho thợ để hoàn thiện sân.



(Học sinh không phải vẽ lại hình vào bài làm)

Trích đề HSG huyện Thiệu Hoá năm 2021 - 2022

Lời giải

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là: $10.4,5 = 45\ (m^2)$

Chiều dài đoạn MQ là: $10 - 3 - 3 = 4\ (m)$

Diện tích hình thang $MNPQ$ là : $(4 + 2,5).0,5 : 2 = 1,625\ (m^2)$

Diện tích sân nhà bác Bình là: $45\ -\ 1,625\ =\ 43,375\ (m^2)$

Diện tích bể cá là: $3.2 = 6\ \left(m^2\right)$

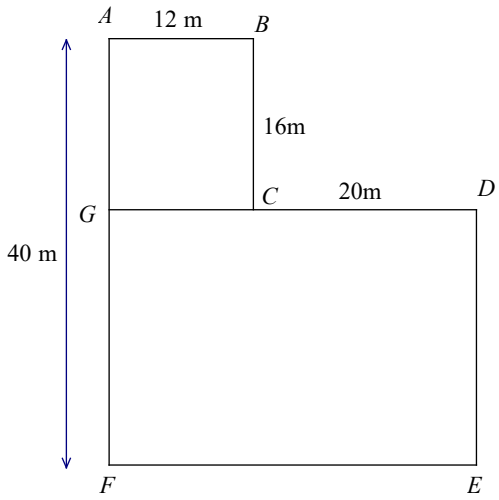
Tiền công làm bể cá là: $6.500\ 000 =\ 3\ 000\ 000$ (đồng)

Diện tích lát gạch là: $43,375 - 6 = 37,375\ \left(m^2\right)$

Tiền công lát gạch là: $37,375.100\ 000 = 3\ 737\ 500$ (đồng)

Tổng tiền công là: $3\ 000\ 000 + 3\ 737\ 500 = 6\ 737\ 500$ (đồng)

Bài 34: Khu vườn nhà anh Minh có dạng và kích thước như hình vẽ.



a) Anh Minh muốn dùng lưới B40 để rào cả khu vườn. Hỏi anh Minh phải trả bao nhiêu tiền để rào cả khu vườn, biết giá trọn gói (*gồm tiền lưới và tiền công)* cho mỗi mét lưới (*theo chiều dài*) là 150000 đồng?

b) Trên phần đất $ABCG$, anh Minh trồng rau mồng tơi, còn trên mảnh đất $GDEF$ anh trồng rau cải. Hỏi sau khi anh Minh thu hoạch hết toàn bộ rau mùng tơi và rau cải trong khu vườn thi anh thu được bao nhiêu tiền? Biết rằng cứ $1\,\text{m}^2$ thì anh thu hoạch được $2\,\text{kg}$ rau cải và $3\,\text{kg}$ rau mùng tơi. Giá mỗi kilogam rau mùng tơi là 8000 đồng, giá mỗi kilogam rau cải là 7500 đồng.

Trích đề HSG huyện Yên Mỹ năm 2021-2022

Lời giải

2.a) Số mét lưới B40 anh Minh cần dùng để rào toàn bộ khu vườn là:

$12 + 16 + 20 + (40 - 16) + (12 + 20) + 40 = 144(\text{m})$

Số tiền anh Minh phải trả để rào hết khu vườn là:

$144.150000 = 21600000$ (đồng)

2.b) Diện tích phần đất $ABCG$ anh Minh trồng rau mồng tơi là:

$S_{ABCG} = 12.16 = 192\left(m^2\right)$

Độ dài đoạn thẳng DE là: $40-16=24(\text{m})$

Độ dài đoạn thẳng EF là: $12+20=32(\text{m})$

Diện tích phần đất $GDEF$ anh Minh trồng rau cải là:

$S_{GDEF}=24.32=768(\text{m}^2)$

Khối lượng rau mùng tơi thu được trên phần đất $ABCG$ là: $3.192=576(kg)$

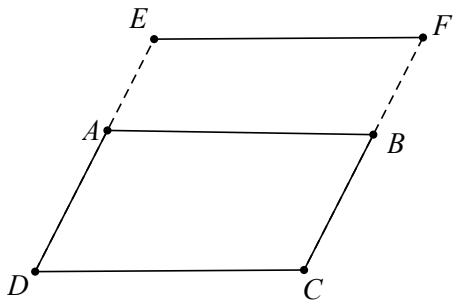
Khối lượng rau mùng tơi thu được trên phần đất $GDEF$ là: $2.768=1536(kg)$

Số tiền anh Minh thu được từ rau mùng tơi là: $576.8000=4608000$ (đồng)

Số tiền anh Minh thu được từ rau cải là: $1536.7500=1152000$ (đồng)

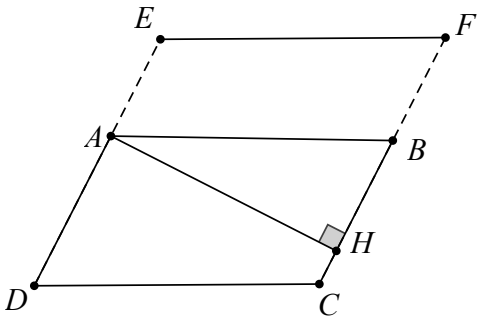
Tổng số tiền anh Minh thu được là: $4608000+1152000=16128000$ (đồng)

Bài 35: Cho hình bình hành $ABCD$ $(AB>AD)$ có chu vi là 32 cm. Nếu thêm vào mỗi cạnh AD và BC của hình bình hành 4 cm thì được hình thoi $CDEF$ (hình vẽ). Biết hình thoi $CDEF$ có diện tích là 54 cm^2. Tính diện tích hình bình hành $ABCD$.



Trích đề HSG huyện Thanh Miện năm 2021-2022

Lời giải



Khi thêm vào mỗi cạnh AD và BC của hình bình hành 4cm thì được hình thoi $CDEF$ có chu vi lớn hơn chu vi hình bình hành $ABCD$ là $2.4=8$ cm

Chu vi hình thoi $CDEF$ là $32+8=40$ cm

Cạnh của hình thoi $CDEF$ là $40:4=10$ cm

Kẻ đường cao AH của hình bình hành $ABCD$ nên AH cũng là chiều cao của hình thoi $CDEF$

Vì diện tích của hình thoi là $54\,\text{cm}^2$ nên đội dài chiều cao AH là $54:10=5,4\,\text{cm}$

Nửa chu vi hình bình hành là $40:4=10\,\text{cm}$

$CD+BC=16\,\text{cm}$. Mà $CD=10\,\text{cm}\Rightarrow CD=6$

Diện tích hình bình hành $ABCD$ là

$AH.BC=5,4.6=32,4\,\text{cm}^2$

Bài 36: Nhà ông Minh có một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi bằng 600m và chiều dài bằng $\frac{3}{2}$ chiều rộng. Trên mảnh vườn đó, để tiện cho việc chăm bón và thu hoạch ông Minh đã làm một lối đi xung quanh rộng $1m$, phần diện tích còn lại dùng để trồng cam.

1. Tính diện tích mảnh vườn nhà ông Minh?

2. Tính diện tích ông Minh dùng để trồng cam.

3. Trung bình cứ $4m^2$ ông Minh trồng một cây cam. Dự định sau 3 năm mỗi cây sẽ cho thu hoạch khoảng $50kg$. Nếu giá thị trường là 25000 đồng/1kg và trừ đi 40% chi phí thì ông Minh thu được bao nhiêu tiền ?

Trích đề HSG huyện Lục Ngạn năm 2020-2021

Lời giải

Nửa chu vi của mảnh vườn là $600:2=300$ m

Vì chiều dài bằng $\frac{3}{2}$ chiều rộng nên chiều dài của mảnh vườn là $300:(3+2).3=180$ m

Chiều rộng của mảnh vườn là $300-180=120$ m

Diện tích của mảnh vườn là $180.120=21600\,\text{m}^2$

Tính được diện tích phần trồng cam là $178.118=21004\,\text{m}^2$

Số cây cam ông Minh trồng được là $21004:4=5251$ cây

Dự định sau 3 năm thu được $5251.50=262550$ kg

Khi đó ông Minh thu được số tiền cam là: $262550.25000=6563750000$ đồng

Số tiền chi phí là $6563750000.40\%=2625500000$ đồng

Số tiền lãi ông Minh thu được là

$6563750000-2625500000=3938250000$ đồng

Bài 37: Bác An đào cái ao hình vuông trong mảnh đất hình chữ nhật có chiều rộng 10 m và chiều dài 15 m. Biết rằng sau khi đào ao diện tích đất còn lại quanh cái ao là $50\,\text{m}^2$. Tính độ dài cạnh cái ao.

Trích đề HSG huyện Tiền Hải năm 2020-2021

Lời giải

Diện tích mảnh đất hình chữ nhật là:

$10.15=150\ (\text{m}^2)$

Diện tích của cái ao là :

$$150-50=100\ (\text{m}^2)$$

Vì cái ao hình vuông có diện tích $100\ \text{m}^2$ suy ra độ dài cạnh cái ao là $10\,\text{m}$.

B. PHẦN PHIẾU BÀI TẬP

I. Số điểm, số đoạn thẳng, số đường thẳng

Dạng toán: Đếm số điểm, số đường thẳng, số đoạn thẳng

Bài 1: Cho 100 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm vẽ một đường thẳng. Số đường thẳng vẽ được là:

A. 200. **B.** 4950. **C.** 5680. **D.** 9900.

Trích đề HSG trường THCS Việt Tiến (Việt Yên) năm 2021 - 2022

Lời giải

Bài 2: Trên mặt phẳng cho n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Biết rằng tổng số giao điểm mà n đường thẳng đó cắt nhau tạo ra bằng 465. Tìm n.

Trích đề HSG huyện Hậu Lộc năm 2022 - 2023

Bài 3: Có 25 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi vẽ được tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Nếu thay 25 điểm bởi n điểm $(n\in\mathbb{N}$ và $n\geq 2)$ thì số đường thẳng là bao nhiêu?

Trích đề HSG huyện Hiệp Hoà năm 2021-2022

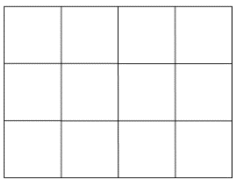
.

Bài 4: Cho 30 điểm trong đó có đúng 5 điểm thẳng hàng (ngoài ra không còn 3 điểm nào thẳng hàng). Qua 2 điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng.

Trích đề HSG trường THCS Nghĩa Đồng (Tân Kỳ) năm 2021 - 2022

Bài 5: Cho trước n điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Nếu bớt đi 1 điểm thì số đường thẳng vẽ được qua các cặp điểm giảm đi 10 đường thẳng. Tìm n.

Trích đề HSG Trường THCS An Lễ năm 2021 - 2022



Bài 6: Cho hình chữ nhật có chiều dài 4 cm, chiều rộng 3 cm. Chia các cạnh của hình chữ nhật thành những đoạn thẳng bằng nhau có độ dài mỗi đoạn là 1 cm. Nối các điểm chia như hình vẽ bên. Hỏi trong hình vẽ có tất cả bao nhiêu hình vuông.

Trích đề HSG Liên trường năm 2021-2022

.

Bài 7: Cho n điểm phân biệt, trong đó có đúng 10 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm ta vẽ được một đường thẳng. Có tất cả 256 đường thẳng. Tính số điểm n .

Trích đề HSG Liên trường năm 2021-2022

Bài 8. a) Cho 40 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi vẽ được bao nhiêu đường thẳng ?

b) Cho 40 điểm trong đó có đúng 10 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi vẽ được bao nhiêu đường thẳng.

c) Cho n điểm $(n \in \mathbb{N})$. Trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng, cứ qua hai điểm ta được 1 đường thẳng. Biết rằng có tất cả 105 đường thẳng. Tìm n ?

Trích đề HSG Trần Phú Gia Lai năm 2018-2019

Bài 9: Trên mặt phẳng cho n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Biết rằng tổng số giao điểm mà n đường thẳng đó cắt nhau tạo ra bằng 465 . Tìm n .

Trích đề HSG huyện Hậu Lộc năm 2022 - 2023

Bài 10: Cho 2010 đường thẳng trong đó bất kỳ 2 đường thẳng nào cũng cắt nhau. Không có 3 đường thẳng nào đồng quy. Tính số giao điểm của chúng.

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2018-2019

Bài 11: Cho 30 điểm trong đó có đúng 5 điểm thẳng hàng, ngoài ra không còn có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ một đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Trích đề HSG huyện Thọ Xuân năm 2021-2022

Bài 12: Cho 20 điểm phân biệt, trong đó có n điểm thẳng hàng. Cứ qua hai điểm vẽ được một đường thẳng. Hãy tìm n, biết rằng vẽ được tổng cộng 170 đường thẳng.

Trích đề HSG huyện Bá Thước năm 2021 -2022

Bài 13: Cho n điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Biết rằng có tất cả 105 đường thẳng. Tính n

Trích đề HSG huyện Ngọc Lặc năm 2018-2019

Bài 14: Cho 20 điểm phân biệt trong đó có đúng 7 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi từ 20 điểm đó vẽ được tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Trích đề HSG huyện Hoài Nhơn năm 2015-2016

Bài 15: a) Cho 40 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi vẽ được bao nhiêu đường thẳng ?

b) Cho 40 điểm trong đó có đúng 10 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi vẽ được bao nhiêu đường thẳng.

c) Cho n điểm $(n \in \mathbb{N})$. Trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng, cứ qua hai điểm ta được 1 đường thẳng. Biết rằng có tất cả 105 đường thẳng. Tìm n ?

Trích đề HSG cấp trường Trần Phú năm 2018-2019

Bài 16: Cho 2018 điểm phân biệt trong đó có đúng 3 điểm thẳng hàng. Qua hai điểm ta kẻ được một đường thẳng. Tính số đường thẳng kẻ được.

Trích đề chọn HSG Nga Sơn năm 2017-2018

Bài 17: Cho tam giác ABC và một đường thẳng d không đi qua bất kỳ đỉnh nào của tam giác và cắt cạnh BC của tam giác. Hãy chứng tỏ rằng đường thẳng d cắt một và chỉ một trong hai cạnh AB và AC của tam giác ABC

Trích đề KSCL HSG Ba Vì năm 2017-2018

*** Tính số góc, số tam giác được tạo ra**

Bài 18: Trên đoạn thẳng AB lấy 2006 điểm khác nhau đặt tên theo thứ tự từ A đến B là $A_1, A_2, A_3, ..., A_{2004}$. Từ điểm M không nằm trên đoạn thẳng AB ta nối M với các điểm $A_1, A_2, A_3, ..., A_{2004}$; B. Tính số tam giác tạo thành.

Trích đề HSG cấp trường năm 2019-2020

Bài 19: Cho 10 đường thẳng đồng quy tại O. Hỏi có bao nhiêu góc ở đỉnh O được tạo thành (không kể góc bẹt) ?

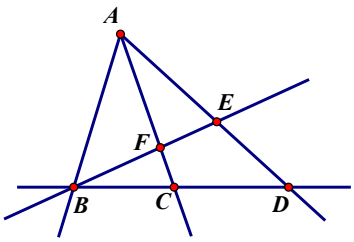
Trích đề HSG huyện Sông Lô năm 2015 -2016

Bài 20: Cho 200 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm vẽ một đường thẳng. Số đường thẳng vẽ được là bao nhiêu?

A. 1990 B. 19900 C. 39800 D. 40000

Trích đề HSG huyện Khoái Châu năm 2018-2019

Bài 21: Trên hình vẽ sau có bao nhiêu bộ ba điểm thẳng hàng?



A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2021-2022

Bài 22: Cho 20 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có thể kẻ được bao nhiêu đoạn thẳng?

A.190 B. 180 C. 380 D. 200

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2021-2022

Bài 23: Vẽ đường thẳng d không đi qua O. Trên đường thẳng d lấy 2015 điểm phân biệt. Tính số các góc có đỉnh O và cạnh đi qua 2 điểm bất kỳ trên đường thẳng d.

Trích đề HSG huyện Thanh Oai năm 2017-2018

Bài 24: Cho 6 đường thẳng đôi một cắt nhau. Hỏi 6 đường thẳng đó có thể cắt nhau ít nhất tại bao nhiêu điểm, nhiều nhất tại bao nhiêu điểm.

Trích đề HSG Trường THCS Quảng Tiến năm 2019-2020

Bài 25: Trên cùng một nửa mặt chứa tia Oy, có bờ chứa tia Ox.Cần vẽ thêm bao nhiêu tia phân biệt gốc O và không trùng với các tia đã vẽ trong hình để tạo thành 630 góc đỉnh O (chỉ tính các góc thuộc nửa mặt phẳng nói trên).

Trích đề HSG huyện Khoái Châu năm 2018-2019

Bài 26: Cho 2010 đường thẳng trong đó bất kỳ 2 đường thẳng nào cũng cắt nhau. Không có 3 đường thẳng nào đồng quy. Tính số giao điểm của chúng.

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2018 - 2019

Bài 27: Trên mặt phẳng cho n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Biết rằng tổng số giao điểm mà n đường thẳng đó cắt nhau tạo ra bằng 465. Tìm n.

Trích đề HSG huyện Hậu Lộc năm 2022 - 2023

Bài 28: Cho 100 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm vẽ một đường thẳng. Số đường thẳng vẽ được là:

Trích đề HSG huyện Lâm Thao năm 2018- 2019

Bài 29: Cho góc xOy và góc yOz là hai góc kề bù. Góc yOz bằng 30^0

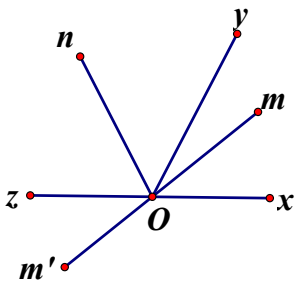
d) Vẽ tia Om nằm trong góc xOy sao cho $\widehat{xOm}=75^0$; tia On nằm trong góc yOz sao cho $\widehat{yOn}=15^0$

e) Hình vẽ trên có mấy góc?

f) Nếu có n tia chung gốc thì sẽ tạo nên bao nhiêu góc ?

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2018-2019

Bài 30: Cho hình vẽ:



Cần vẽ thêm bao nhiêu tia phân biệt chung gốc O và không trùng với các tia đã vẽ trong hình để tạo thành tất cả 300 góc.

Trích đề HSG huyện Thạch Thành năm 2018-2019

Bài 31: Cho đường thẳng xy, trên đó lấy ba điểm phân biệt A,B,C.

a) Biết $AB=5\text{cm}, AC=3\text{cm}$. Tính BC.

b) Trên xy lấy 4 điểm phân biệt (không trùng với A,B,C) và điểm O không nằm trên đường thẳng xy. Hỏi có thể vẽ được tất cả bao nhiêu tam giác có đỉnh là ba trong các điểm đã có trên hình vẽ.

Trích đề HSG huyện Lục Nam năm 2021 - 2022

Bài 32: Lấy thêm 19 điểm phân biệt trên đường thẳng xy (các điểm này không trùng với điểm O) và một điểm A nằm ngoài đường thẳng xy. Hỏi vẽ được bao nhiêu tam giác nhận 3 trong các điểm trên làm đỉnh.

Trích đề HSG huyện Lập Thạch năm 2018 - 2019

Bài 33: Trên mặt phẳng cho n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Biết rằng tổng số giao điểm mà n đường thẳng đó cắt nhau tạo ra bằng 465. Tìm n.

Trích đề HSG huyện Hậu Lộc năm 2022 - 2023

Bài 34: Cho 2010 đường thẳng trong đó bất kì hai đường thẳng nào cũng cắt nhau. Không có ba đường thẳng nào đồng quy. Tính số giao điểm của chúng?

Trích đề HSG huyện ……năm 20…-20…

Bài 35: Cho n đường thẳng, trong đó bất cứ hai đường thăng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thăng nào đồng quy. Biết rằng số giao điểm cùa các đường thẳng đó là 903. Tính n?

Trích đề HSG huyện Hương Sơn năm 2021-2022

Bài 36: Cho 30 điểm trong đó có đúng 5 điểm thẳng hàng (ngoài ra không còn 3 điểm nào thẳng hàng). Qua 2 điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Trích đề HSG huyện Hậu Lộc năm 2021-2022

Bài 37: Cho 25 điểm trong đó có đúng 8 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có ba điểm thẳng hàng. Vẽ các đường thẳng đi qua các cặp điểm. Hỏi vẽ được tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Trích đề HSG huyện Sóc Sơn năm 2021-2022

Bài 38: Cho 100 điểm (trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng). Nối từng cặp hai điểm trong 100 điểm đó thành các đoạn thẳng. Hỏi có bao nhiêu đoạn thẳng?

Trích đề HSG huyện Tiên Du năm 2021-2022

Bài 39: Cho 25 điểm trong đó có đúng 8 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có ba điểm thẳng hàng. Vẽ các đường thẳng đi qua các cặp điểm. Hỏi vẽ được tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Trích đề HSG huyện Vĩnh Lộc năm 2021 - 2022

Bài 40: Cho $n(n>2, n\in\mathbb{N})$ điểm phân biệt trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Tính n biết vẽ được tất cả 300 đường thẳng.

Trích đề HSG thị xã Kinh Môn năm 2021-2022

Bài 41: Trên mặt phẳng cho n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Biết rằng tổng số giao điểm mà n đường thẳng đó cắt nhau tạo ra bằng 465. Tìm n.

Bài 42: Cho 50 điểm phân biệt sao cho có đúng 3 điểm thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm phân biệt ta kẻ được 1 đường thẳng. Hỏi kẻ được tất cả bao nhiêu đường thẳng từ 50 điểm trên?

Trích đề HSG huyện Bình Giang năm 2021 - 2022

II. Trung điểm của đoạn thẳng

Dạng toán: Tính độ dài đoạn thẳng, chứng minh trung điểm của đoạn thẳng.

Bài 1: Trên đường thẳng a lấy ba điểm M, N, P sao cho: $MN = 2$ cm, $NP = 5$ cm. Khi đó độ dài đoạn thẳng MP bằng:

A. 3 cm. **B.** 7 cm. **C.** 3 cm hoặc 7 cm. **D.** 3,5 cm.

Trích đề HSG trường THCS Việt Tiến (Việt Yên) năm 2021 - 2022

Bài 2: Cho ba điểm A, O, B sao cho $OA = 2$cm, $OB = 3$cm và $AB = 5$cm. Lấy điểm M nằm trên đường thẳng AB sao cho $OM = 1$cm. Tính độ dài đoạn thẳng AM.

Trích đề HSG huyện Hiệp Hoà năm 2021-2022

Bài 3: Cho hai điểm A và B cùng nằm trên đường thẳng xy sao cho $AB = 5$cm. Trên tia Ax lấy điểm C sao cho $AC = 3$cm. Gọi M là trung điểm của BC. Tính độ dài đoạn thẳng AM.

Trích đề HSG trường THCS Yên Phong năm 2021 - 2022

Bài 4: Cho hai tia Ox và Oy đối nhau, trên tia Ox lấy hai điểm A và M sao cho $OA = 5\text{cm}$, $OM = 1\text{cm}$; trên tia Oy lấy điểm B sao cho $OB = 3\text{cm}$. Chứng tỏ: Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Trích đề HSG trường THCS Nghĩa Đồng (Tân Kỳ) năm 2021 - 2022

Bài 5: Trên tia Ox lấy hai điểm A và B sao cho $OA = 8\text{cm}$, $AB = 2\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng OB.

Trích đề HSG trường THCS Việt Tiến (Việt Yên) năm 2021 - 2022

Bài 6: Trên tia Ox lấy hai điểm M và N sao cho $OM = 3\text{cm}$, $ON = 7\text{cm}$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng MN.

b) Gọi P là điểm thuộc tia Ox sao cho $MP = 2\text{cm}$. Hỏi P có phải là trung điểm của đoạn thẳng MN không? Vì sao?

Trích đề HSG Trường THCS An Lễ năm 2021 - 2022

Bài 7: Lấy điểm O trên đường thẳng xy. Trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA = 2\text{cm}$. Trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho $OM = 1\text{cm}$; $OB = 4\text{cm}$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng BM.

b) Chứng tỏ rằng M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Trích đề HSG Trường THCS Ân Hữu năm 2021 - 2022

Bài 8: Lấy điểm O trên đường thẳng xy. Trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA = 2\text{cm}$. Trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho $OM = 1\text{cm}; OB = 4\text{cm}$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng BM.

b) Chứng tỏ rằng M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

c) Cho điểm Q không thuộc đường thẳng xy và lấy thêm 2017 điểm phân biệt khác thuộc đường thẳng xy và không trùng với 4 điểm A, B, M, O. Hỏi có thể vẽ được bao nhiêu đoạn thẳng có 2 đầu mút là 2 điểm trong số các điểm đã cho?

Trích đề HSG huyện Chí Linh năm 2021-2022

Bài 9: Trên tia Ox lấy hai điểm M và N, sao cho $OM = 5$ cm và $ON = 9$ cm.
a) Tính độ dài đoạn thẳng MN.
b) Lấy điểm P trên tia Ox, sao cho $MP = 2$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng OP.

Trích đề HSG huyện Bình Xuyên năm 2021-2022

Bài 10: Trên tia Ox lấy hai điểm A, B (điểm A không trùng với điểm O và độ dài OB lớn hơn độ dài OA). Gọi M là trung điểm của OA. Hãy so sánh độ dài MB với trung bình cộng độ dài OB, AB

Trích đề HSG huyện Tĩnh Gia năm 2018-2019

Bài 11: Trên đường thẳng xy lấy điểm O và hai điểm M, N sao cho $OM = 2cm$, $ON = 3cm$. Vẽ các điểm A, B trên đường thẳng xy sao cho M là trung điểm của OA; N là trung điểm của OB. Tính độ dài AB.

Trích đề HSG huyện Bá Thước năm 2021 - 2022

Bài 12: Cho hai tia Ox và Oy đối nhau. Trên tia Ox lấy hai điểm A và M sao cho $OA = 5cm$, $OM = 1cm$. Trên tia Oy lấy điểm B sao cho $OB = 3cm$. Chỉ ra: M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Trích đề HSG huyện Thọ Xuân năm 2021-2022

Bài 13: Cho đường thẳng xy. Trên xy, lấy ba điểm A, B, C sao cho $AB = a\,(cm)$, $AC = b\,(cm)$ $(b > a)$. Gọi I là trung điểm của AB.

a) Tính IC.

b) Lấy 4 điểm M, N, P, Q nằm ngoài đường thẳng xy. Chứng tỏ rằng đường thẳng xy không cắt hoặc cắt ba, hoặc cắt bốn đoạn thẳng trong các đoạn thẳng sau: MN, MP, MQ, NP, NQ, PQ.

Trích đề HSG huyện Thanh Chương năm 2019 -2020

Bài 14: a) Cho đoạn thẳng $AB = 7cm$. Trên tia AB lấy điểm I sao cho $AI = 4cm$. Trên tia BA lấy điểm K sao cho $BK = 2cm$. Tính IK.

b) Trên tia Ox cho 4 điểm A, B, C, D. Biết rằng A nằm B và C, B nằm giữa C và D; $OA = 5cm, OD = 2cm, BC = 4cm$ và độ dài AC gấp đôi độ dài BD. Tính độ dài các đoạn BD, AC.

Trích đề HSG huyện Hoằng Hóa năm 2017 -2018

Bài 15: Cho tam giác ABC có $BC = 6cm$. Trên tia đối của tia BC lấy điểm D sao cho $BD = 3\,cm$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng CD.

b) Gọi M là trung điểm của CD. Tính độ dài đoạn thẳng BM.

c) Biết góc $\widehat{DAC} = 120°$. Vẽ Ax và Ay lần lượt là các tia nằm chính giữa của góc $\widehat{BAC}$ và góc $\widehat{BAD}$.

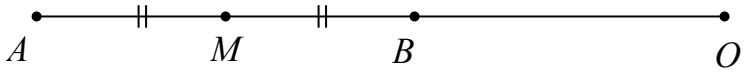
d) Trên nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AB không chứa điểm D, nếu vẽ thêm n tia gốc A phân biệt không trùng với các tia AB, AC, Ax thì có tất cả bao nhiêu góc đỉnh A được tạo thành?

Trích đề HSG huyện Phù Ninh năm 2015 -2016

Bài 16: Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Trên tia đối của tia BA lấy O (O khác B). So sánh độ dài đoạn thẳng OM và trung bình cộng của hai đoạn thẳng OA và OB.

Trích đề HSG huyện Sông Lô năm 2015 -2016

Lời giải



M là trung điểm của đoạn thẳng AB nên M nằm giữa A và B và $MA = MB$ (1)

Hai tia BM, BA trùng nhau; hai tia BO, BA đối nhau do đó B nằm giữa O và M

Ta có $OM = OB + BM$ (2).

Hai tia MA, MB đối nhau, hai tia MB, MO trùng nhau suy ta hai tia MA, MO đối nhau do đó M nằm giữa A và O.

Vậy $OM + MA = OA$

$OM = OA - MA$ (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $2OM = OA + OB$ hay $OM = \dfrac{OA + OB}{2}$.

Bài 17: Cho đoạn thẳng $AB = 5cm$. Lấy điểm M thuộc đoạn thẳng AB, trên tia đối của tia AB lấy điểm N sao cho $AN = AM$.

a) Tính BN khi $BM = 2cm$.

b) Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AB, vẽ các tia Ax và Ay sao cho $\widehat{BAx}=40°$, $\widehat{BAy}=110°$. Tính $\widehat{yAx}$, $\widehat{NAy}$.

c) Xác định vị trí của điểm M trên đoạn thẳng AB để đoạn thẳng BN có độ dài lớn nhất.

Trích đề HSG THCS Ái Thượng năm 2021-2022

Bài 18: Trên đường thẳng xy lấy điểm O. Trên tia Ox lấy điểm A, trên tia Oy lấy điểm B,C sao cho $OA=OC=2cm$ và $OB=7cm$.

1) Vẽ hình sau đó:

a) Tính độ dài đoạn thẳng BC.

b) Cho biết điểm O có là trung điểm đoạn thẳng AC không? Vì sao?

2) Cần lấy thêm trên đường thẳng xy bao nhiêu điểm phân biệt không trùng với các điểm đã cho để trên đường thẳng có 465 đoạn thẳng mà mỗi đoạn thẳng có mút là hai trong các điểm đó.

Trích đề HSG huyện Đông Hưng năm 2021-2022

Bài 19: Cho đoạn thẳng AB và trung điểm M của nó. Chứng tỏ rằng nếu C là điểm nằm giữa M và B thì: $CM=\dfrac{CA-CB}{2}$

Trích đề HSG Trường Hưng Mỹ năm 2018-2019

Lời giải

Ta có $CA=CM+MA$ (1)

$CB=MB-CM$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $CA-CB=2CM\left(MA=MB\right)\Rightarrow CM=\dfrac{CA-CB}{2}$

Bài 20: Cho đoạn thẳng AB, điểm O thuộc tia đối của tia AB. Gọi M,N thứ tự là trung điểm OA,OB

a) Chứng tỏ rằng $OA<OB$

b) Trong ba điểm O,M,N điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại

c) Chứng tỏ rằng độ dài đoạn thẳng MN không phụ thuộc vào vi trí điểm O (O thuộc tia đối tia AB)

Trích đề HSG cấp trường THCS Hà Huy Tập năm 2018-2019

Bài 21: Cho góc bẹt xOy, trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA=2cm$; trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho $OM=1cm,OB=4cm$. Chứng tỏ điểm M nằm giữa hai điểm O và B. Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB

Trích đề HSG huyện Thanh Chương năm 2018-2019

Bài 22: Gọi A và B là hai điểm trên tia Ox sao cho $OA=4cm,OB=6cm$. Trên tia BA lấy điểm C sao cho $BC=3cm$. So sánh AB với AC.

Trích đề HSG cấp trường vòng 2 THCS Tân Lập năm 2018-2019

Bài 23: Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Trên tia đối của tia BA lấy O (O khác B). So sánh độ dài đoạn thẳng OM và trung bình cộng của hai đoạn thẳng OA và OB

Trích đề thi chọn HSG Tam Dương năm 2016-2017

Bài 24: Cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng 2 cm. Lấy điểm C thuộc đường thẳng AB sao cho $BC=5cm$. Tính độ dài đoạn thẳng AC

Trích đề chọn HSG Trực Ninh năm 2017-2018

Bài 25: Trên tia Ox cho 4 điểm A, B, C, D. Biết rằng A nằm giữa B và C; B nằm giữa C và D; $OA = 7\,cm$; $OD = 3\,cm$; $BC = 8\,cm$ và $AC = 3BD$

a) Tính độ dài AC

b) Chứng tỏ rằng: Điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AD

Trích đề chọn HSG Nga Sơn năm 2017-2018

Bài 26: Trên tia Ox lấy 2 điểm A, B sao cho $OA = 6\,cm, OB = 10\,cm$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của OA, AB. Tính độ dài đoạn thẳng EF.

Trích đề chọn HSG Nga Sơn năm 2017-2018

Bài 27: Trên đường thẳng a lấy 3 điểm M, N, P sao cho $MN = 2cm$, $NP = 5cm$. Khi đó độ dài đoạn thẳng MP bằng:

A. 3 cm B. 3 cm hoặc 7 cm C. 7 cm D. 3,5 cm

Trích đề HSG huyện Khoái Châu năm 2018-2019

Bài 28: Cho đoạn thẳng AB = 12cm. Biết điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho AM = 7cm, khi đó AM - MB bằng:

A. 3 cm B. 4 cm C. 2 cm D. 5 cm

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2021-2022

Bài 29: Cho đoạn thẳng CD = 20 cm. Gọi M là trung điểm của CD, I là trung điểm của MC, K là trung điểm của MD, khi đó IK có độ dài là

A. 10 cm B. 5 cm C. 6 cm D. 2,5 cm

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2021-2022

Bài 30: Cho đoạn thẳng $AB = a$; điểm C nằm giữa hai điểm A và B, điểm M là trung điểm của AC, điểm N là trung điểm của CB. Hãy chứng tỏ rằng $MN = \frac{a}{2}$

Trích đề HSG tỉnh Bắc Ninh năm 2016 - 2017

Bài 31: Cho đoạn thẳng AB, điểm O thuộc tia đối của tia AB. Gọi M, N thứ tự là trung điểm của OA, OB.

a) Chứng tỏ rằng $OA < OB$

b) Trong ba điểm O, M, N điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại ?

c) Chứng tỏ rằng độ dài đoạn thẳng MN không phụ thuộc vào vị trí của điểm O (O thuộc tia đối của tia AB)

Trích đề HSG Toán 6 năm 2019 -2020

Bài 32: Cho đoạn thẳng AB = 8cm. Lấy điểm C nằm giữa hai điểm A và B sao cho BC = 4,5 cm. Tính độ dài đoạn thẳng AC.

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2021-2022

Bài 33: Cho ΔABC có $BC = 5,5$ cm. Điểm M thuộc tia đối của tia CB sao cho $CM = 3$ cm

a) Tính độ dài đoạn thẳng BM

b) Biết $\widehat{BAM}=80^0$, $\widehat{BAC}=60^0$ Tính $\widehat{CAM}$

c) Tính độ dài đoạn thẳng BK thuộc đoạn BM biết $CK=1\text{cm}$

Trích đề HSG huyện ……năm 2019-2020

Bài 34: Cho đoạn thẳng $AB=8\text{cm}$ và C là trung điểm của nó, lấy điểm D là trung điểm của CB, E là trung điểm của CD. Tính độ dài đoạn thẳng EB.

Trích đề HSG Trường THCS Quảng Tiến năm 2019-2020

Bài 35: Vẽ tia Ax. Trên tia Ax xác định hai điểm B và C sao cho B nằm giữa A,C và $AC=8\text{cm}$, $AB=3BC$. Tính độ dài các đoạn AB,BC.

Trích đề HSG huyện Nghi Sơn năm 2021 - 2022

Bài 36: Trên đường thẳng a lấy ba điểm M,N,P sao cho $MN=2cm,NP=5cm.$Khi đó độ dài đoạn MP bằng bao nhiêu

Trích đề HSG huyện Lâm Thao năm 2018- 2019

Bài 37: Cho đoạn thẳng AB; điểm O thuộc tia đối của tia AB, Gọi M, N thứ tự là trung điểm của $OA,OB.$

Chứng tỏ rằng độ dài đoạn thẳng MN không phụ thuộc vào vị trí của điểm O (O thuộc tia đối của tia AB)

Trích đề HSG huyện Lâm Thao năm 2018- 2019

Bài 38: Cho góc xAy, trên tia Ax lấy điểm B sao cho $AB=6cm.$ Trên tia đối của tia Ax lấy điểm D sao cho $AD=4cm.$

a) Tính BD

b) Lấy C là một điểm trên tia $Ay.$ Biết $BCD=80^0,BCA=45^0$. Tính góc ACD

c) Biết $AK=2cm$ (K thuộc BD). Tính $BK.$

Trích đề HSG huyện Việt Yên năm 2018-2019

Bài 39: Cho đoạn thẳng $AB,$điểm Othuộc tia đối của tia $AB.$Gọi M,N thứ tự là trung điểm của $OA,OB.$

a) Chứng tỏ rằng $OA<OB$

b) Trong ba điểm O,M,N điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại ?

c) Chứng tỏ rằng độ dài đoạn thẳng MN không phụ thuộc vào vị trí của điểm O (O thuộc tia đối của tia AB)

Trích đề HSG huyện Nông Cống năm 2019-2020

Bài 40: Vẽ đoạn thẳng $AB=5cm$

a) Trên đoạn thẳng AB lấy hai điểm M,N sao cho $MN=1cm.$Tính $AM+BN$?

b) Trên đoạn thẳng AB lấy hai điểm M,N sao cho $AM+BN=7cm.$Tính MN?

Trích đề HSG huyện Quế Sơn năm 2018-2019

Bài 41: Cho đoạn thẳng $AB = 6\,\text{cm}$. M là điểm nằm giữa hai điểm A và B. Gọi C và D lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AM và MB. Tính độ dài đoạn thẳng CD.

Trích đề HSG huyện Sơn Tây năm 2021-2022

Bài 42: Trên tia Ox cho 4 điểm A, B, C, D. Biết rằng B nằm giữa A và D; A nằm giữa B và C; $OA = 7\,\text{cm}$; $OD = 3\,\text{cm}$; $BC = 8\,\text{cm}$ và $AC = 3BD$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng AD?

b) Chứng tỏ rằng: Điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AD.

Trích đề HSG huyện Hương Sơn năm 2021-2022

Bài 43: Cho hai tia Ox và Oy đối nhau, trên tia Ox lấy hai điểm A và M sao cho $OA = 5\,\text{cm}$; $OM = 1\,\text{cm}$ trên tia Oy lấy điểm B sao cho $OB = 3\,\text{cm}$. Chứng tỏ: Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Trích đề HSG huyện Hậu Lộc năm 2021-2022

Bài 44: Trên đường thẳng xy lấy điểm O. Trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA = 5\,\text{cm}$. Trên tia Oy lấy hai điểm B và C sao cho $OB = 5\,\text{cm}$ và $OC = a\,(\text{cm})$, với $0 < a < 5$.

a) Điểm O có là trung điểm của đoạn thẳng AB không? Vì sao?

b) Xác định giá trị của a để C là trung điểm của đoạn thẳng OB.

c) Trên đường thẳng xy lấy thêm 15 điểm phân biệt (không trùng với A, B, O, C). Tính tất cả số đoạn thẳng phân biệt được tạo thành từ các điểm trên hình.

Trích đề HSG huyện Lý Nhân năm 2021-2022

Bài 45: Cho đoạn thẳng AB bằng 1 đơn vị độ dài.

a) Lấy C_1 là trung điểm của AB. Tính tỷ số $\dfrac{AB}{AC_1}$.

b) Tương tự, lấy các điểm $C_2; C_3; ...; C_{2022}$ lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng $AC_1; AC_2; AC_3; ...; AC_{2021}$. Đặt $F = 2 + 2^2 + 2^3 + ... + 2^{2022}$. So sánh F với 2^{2023}.

Trích đề HSG Thanh Ba năm 2021-2022

Bài 46: Trên đoạn thẳng $AB = 4\,\text{cm}$ lấy điểm M, trên tia đối của tia AB lấy điểm N sao cho $AM = AN$.

a) Nếu $BM = 1\,\text{cm}$. Tính BN.

b) Xác định vị trí của điểm M để BN có độ dài lớn nhất. Giá trị lớn nhất đó là bao nhiêu?

Trích đề HSG Kim Sơn (Quang Thiện) năm 2021-2022

Bài 47: Cho đoạn thẳng AB. Điểm C thuộc tia đối của tia BA. M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Chứng tỏ rằng: $CM = \dfrac{CA + CB}{2}$.

Trích đề HSG Tiên Du năm 2021-2022

Bài 48: Trên tia Ox lấy hai điểm M và N, sao cho $OM = 3$ cm và $ON = 7$ cm.

a) Tính độ dài đoạn thẳng MN.

b) Lấy điểm P trên tia Ox, sao cho $MP = 2$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng OP.

Trích đề HSG huyện Vĩnh Lộc năm 2021 - 2022

Bài 49: Lấy điểm O trên đường thẳng xy. Trên tia Ox lấy điểm A sao cho OA=2cm. Trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho $OM = 1\text{cm}; OB = 4\text{cm}$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng BM.

b) Chứng tỏ rằng điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Trích đề HSG thị xã Kinh Môn năm 2021-2022

Bài 50: Trên đoạn thẳng $AB = 12\text{cm}$ lấy điểm M nằm giữa A và B. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AM; K là trung điểm của đoạn thẳng AB.

a) Biết $AM = 9\text{cm}$. Tính IK?

b) Giả sử $AM = a(\text{cm})(0 < a < 12)$. Tìm a để K là trung điểm của đoạn thẳng IM.

Trích đề HSG huyện Thiệu Hoá năm 2021 - 2022

Bài 51: Cho điểm A nằm giữa hai điểm B và C sao cho $AB = 3\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$. Chứng tỏ rằng điểm A là trung điểm của đoạn thẳng BC ***(không cần vẽ hình).***

Trích đề HSG huyện Bình Giang năm 2021 - 2022

Bài 52: Cho ba điểm $A, M; B$ thẳng hàng và $AM = 3$ cm; $AB = \frac{8}{3}AM$. Biết điểm N là trung điểm của đoạn thẳng MB. Tính độ dài đoạn thẳng NA?

Trích đề HSG huyện Yên Mỹ năm 2021- 2022

Bài 53: Cho đoạn thẳng AB dài 8 cm, điểm O thuộc tia đối của tia AB. Gọi M, N thứ tự là trung điểm của đoạn thẳng OA, OB. Tính độ dài đoạn thẳng MN.

Trích đề HSG huyện Thanh Miện năm 2021-2022

Bài 54: Trên đường thẳng xy lấy điểm O. Trên tia Oy lấy điểm C, trên tia Ox lấy hai điểm A, B sao cho $OC = 3$ cm, $OA = 2$ cm và $OB = 4$ cm.

a) Tính độ dài đoạn thẳng AB.

b) Gọi điểm I là trung điểm đoạn thẳng AB. Chứng tỏ điểm O là trung điểm của đoạn thẳng IC.

Trích đề HSG huyện Tiền Hải năm 2021-2022

III. Độ lớn góc

Dạng toán: Tính số đo góc

Bài 1: Cho $\widehat{xOy} = 80°$, tia Oz nằm giữa hai tia Ox và Oz sao cho $\widehat{xOz} = 30°$. Số đo $\widehat{yOz}$ là:

A. $50°$. **B.** $110°$. **C.** $50°$ hoặc $110°$. **D.** $80°$.

Trích đề HSG trường THCS Việt Tiến (Việt Yên) năm 2021 - 2022

Lời giải

Bài 2: Cho 2021 tia chung gốc O (trong đó không có hai tia nào đối nhau). Hỏi có bao nhiêu góc có hai cạnh là hai trong 2021 tia đã cho?

Trích đề HSG trường THCS Yên Phong năm 2021 - 2022

Bài 3: Cho $\widehat{xAy}$, trên tia Ax lấy điểm B sao cho $AB = 6\text{cm}$. Trên tia đối của tia Ax lấy điểm D sao cho $AD = 4\text{cm}$.

1. Tính BD.

2. Lấy C là một điểm trên tia Ay. Biết $\widehat{BCD}=80°, \widehat{BCA}=45°$. Tính $\widehat{ACD}$.

3. Biết $AK=2\text{cm}$ (K thuộc BD). Tính BK.

Trích đề HSG Trường THCS Minh Đức năm 2021 - 2022

Bài 4: Trên cùng nửa mặt phẳng cho trước có bờ Ox vẽ hai tia Oy, Oz sao cho $\widehat{xOy}=70^0, \widehat{yOz}=30^0$ Xác định số đo của $\widehat{xOz}$

Trích đề HSG huyện Tĩnh Gia năm 2018-2019

Bài 5: Cho góc $\widehat{xBy}=55°$. Trên các tia Bx, By lần lượt lấy các điểm A, C $(A\neq B, B\neq C)$. Trên đoạn thẳng AC lấy điểm D sao cho $\widehat{ABD}=30°$.

a) Tính độ dài AC, biết $AD=4cm, CD=3cm$.

b) Tính số đo góc $\widehat{DBC}$.

c) Từ B vẽ tia Bz sao cho $\widehat{DBz}=90°$. Tính số đo $\widehat{ABz}$.

Trích đề HSG huyện Lương Tài năm 2015 -2016

Bài 6: Cho hai góc $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$ kề bù sao cho $\widehat{xOy}=4\,\widehat{yOz}$.

a) Tính số đo mỗi góc có trên hình vẽ?

b) Vẽ tia Ot sao cho $\widehat{xOt}=108°$. Tính góc $\widehat{tOy}$?

Trích đề HSG huyện Vĩnh Tường năm 2021 - 2022

Bài 7: Cho $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$ là hai góc kề bù. Góc $\widehat{yOz}$ bằng $30°$

g) Vẽ tia Om nằm trong góc $\widehat{xOy}$ sao cho $\widehat{xOm}=75°$; tia On nằm trong $\widehat{yOz}$ sao cho $\widehat{yOn}=15°$

h) Hình vẽ trên có mấy góc?

i) Nếu có n tia chung gốc thì sẽ tạo nên bao nhiêu góc ?

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2018-2019

Bài 8: Cho góc bẹt $\widehat{xOy}$, trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA=2cm$; trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho $OM=1cm$; $OB=4cm$.

c) Chứng tỏ điểm M nằm giữa hai điểm O và B. Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB

d) Từ O kẻ hai tia Ot, Oz sao cho $\widehat{tOy}=130°$; $\widehat{zOy}=30°$. Tính số đo $\widehat{tOz}$

Trích đề HSG huyện Thanh Chương năm 2018-2019

Bài 9: Cho 10 đường thẳng đồng quy tại O. Hỏi có bao nhiêu góc ở đỉnh O được tạo thành (không kể góc bẹt)

Trích đề thi chọn HSG Tam Dương năm 2016-2017

Lời giải

Vì có 10 đường thẳng đồng quy tại O nên có 20 tia gốc O. Chọn ra một tia, tia đó tạo với mỗi tia trong $(20-1)$ tia tạo thành một góc. Làm như thế với 20 tia ta có $20.(20-1)=380$ góc, trong đó mỗi góc đã được tính hai lần.

Do đó số góc tạo thành là: $380:2=190$ (góc)

Bài 10: Trên cùng nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox vẽ hai tia Oy, Oz sao cho $\widehat{xOy}=50°; \widehat{xOz}=100°$. Vẽ tia Oy' là tia đối của tia Oy. Tính số đo $\widehat{y'Oz}$

Trích đề chọn HSG Nga Sơn năm 2017-2018

Bài 11: Cho tam giác ABC có $\widehat{ABC}=55^0$, trên cạnh AC lấy điểm D (D không trùng với A và C)

c) Tính số đo $\widehat{DBC}$ biết $\widehat{ABD}=30^0$

d) Từ B dựng tia Bx sao cho $\widehat{DBx}=90^0$. Tính số đo $\widehat{ABx}$

Trích đề HSG cấp trường năm 2018 -2019

Bài 12: Cho điểm O thuộc đường thẳng xy. Vẽ các tia OA, OB sao cho góc $\widehat{AOx}=40°$, $\widehat{BOy}=60°$ .Tính số đo $\widehat{AOB}$.

Trích đề HSG huyện Nghi Sơn năm 2021 - 2022

Bài 13: Cho $\widehat{xOy}=80^0$, tia Oz nằm giữa hai tia Ox, Oy sao cho $\widehat{xOz}=30^0$. Số đo $\widehat{yOz}$ là bao nhiêu

Trích đề HSG huyện Lâm Thao, năm 2018- 2019

Bài 14: Trên đường thẳng AM lấy một điểm O (O nằm giữa A và M). Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AM vẽ các tia OB, OC sao cho $\widehat{MOC}=115^0, \widehat{BOC}=70^0$. Trên nửa mặt phẳng đối diện dựng tia OD(D không cùng nằm trong nửa mặt phẳng với B, C qua bờ là AM) sao cho $\widehat{AOD}=45^0$.

a) Tia OB nằm giữa hai tia OM, OC không ?

b) Tính $\widehat{MOB}, \widehat{AOC}$

c) Chứng tỏ rằng 3 điểm D, O, B thẳng hàng.

Trích đề 59 HSG huyện năm 2018- 2019

Bài 15: Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC}=120^0$. Điểm E nằm giữa B và C sao cho $\widehat{BAE}=30^0$. Trên mặt phẳng có bờ AC chứa điểm B kẻ tia Ax sao cho $\widehat{CAx}=30^0$, tia Ax cắt BC ở F

Tính số đo của $\widehat{EAF}$

Trích đề HSG huyện Vũ Thư, năm 2018- 2019

Bài 16: Cho góc tù xOy. Bên trong góc xOy, vẽ tia Om sao cho $\widehat{xOm}=90^0$ và vẽ tia On sao cho $\widehat{yOn}=90^0$. Chứng minh $\widehat{xOn}=\widehat{yOm}$

Trích đề HSG trường Nguyễn Khuyến năm 20…-20…

Bài 17: Cho tia Oz nằm trong góc vuông xOy. Vẽ tia Ot sao cho Ox là tia phân giác của $\widehat{tOz}$. Vẽ tia Om sao cho tia Oy là phân giác của $\widehat{zOm}$.

a) Chứng minh rằng tia Om và tia Ot là hai tia đối nhau.

b) Gọi Ox' là tia đối của tia Ox, biết $\widehat{x'Om}=30^0$. Tính $\widehat{tOz}$.

c) Vẽ thêm 2014 tia phân biệt gốc O (không trùng với các tia Ox, Oz, Oy, Om, Ox' và Ot). Hỏi trong hình vẽ có tất cả bao nhiêu góc?

Trích đề HSG huyện Nga Sơn năm 2021-2022

Bài 18: 1) Trong các hình sau đây: Hình chữ nhật, hình thang, hình bình hành, hình thoi, hình vuông, hình tròn, hình lục giác đều. Hình nào có trục đối xứng, hình nào có tâm đối xứng? (nếu có, hãy

chỉ ra trục đối xứng, tâm đối xứng đó). Hình nào không có trục đối xứng, hình nào không có tâm đối xứng?

2) Cho $\widehat{xOy}=60^0$. Trên tia Oy lấy điểm A sao cho $OA=5\,\text{cm}$. Trên tia Ox lấy điểm B và C sao cho $OB=6\,\text{cm}, BC=2\,\text{cm}$. Nối AB, AC. Hỏi:

a) Có mấy tam giác được tạo thành? Gọi tên các tam giác đó.

b) Vẽ tia Om là tia đối với tia Ox. Tính số đo góc mOy.

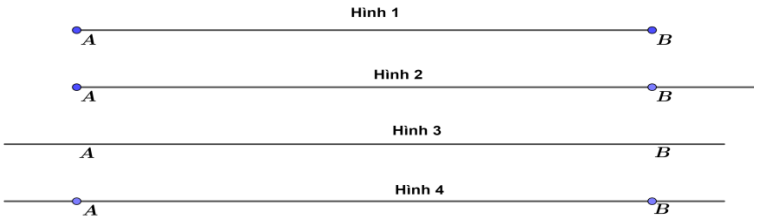
c) Tính độ dài đoạn thẳng OC.

Trích đề HSG Thanh Ba năm 2021-2022

Bài 19: 1) Trong hình vẽ dưới, có bao nhiêu đoạn thẳng phân biệt:

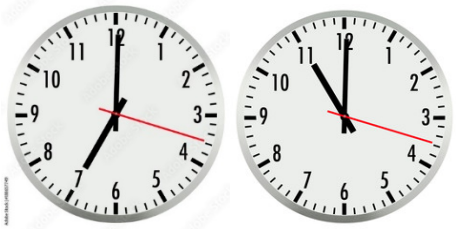
A. 4. B. 6. C. 8. D. 10.

2) Đâu là hình vẽ đúng của đường thẳng AB:



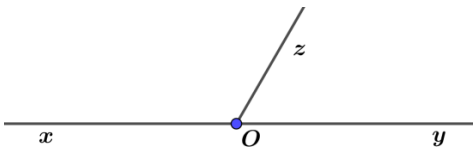
A. Hình 1. B. Hình 3 và hình 4. C. Hình 4. D.Tất cả 4 hình.

3) Buổi sáng, bạn Trang vào lớp thì đồng hồ trên tường chỉ $7\,\text{h}$ đúng. Đến khi tan trường đồng hồ chỉ đúng $11\,\text{h}$ trưa. Hỏi kim giờ trên đồng hồ đã quay được một góc bao nhiêu độ?



A.100^0. B.110^0. C.120^0. D.130^0.

4) Trong hình vẽ sau:



Góc $\widehat{yOz}$ bằng 50% góc $\widehat{xOz}$ và tia Ox, Oy là hai tia đối nhau. Số đo góc $\widehat{yOz}$ là:

A. 70^0. B. 80^0. C. 50^0. D. 60^0.

Trích đề HSG Quận Thanh Ba năm 2021-2022

IV. Các bài toán về chu vi, diện tích

Dạng toán: Giải các bài toán về chu vi diện tích

Bài 1: Bác An muốn làm hàng rào cho khu vườn hình vuông trồng hoa hồng của mình. Biết khu vườn có cạnh $5\,\text{m}$, tính độ dài hàng rào?

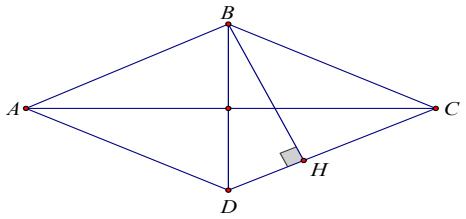
A. $25\,\text{m}$. **B.** $20\,\text{m}$. **C.** $10\,\text{m}$. **D.** $5\,\text{m}$.

Trích đề HSG trường THCS Việt Tiến (Việt Yên) năm 2021 - 2022

Bài 2: Một hình chữ nhật có chiều dài là 12m, chiều rộng là 8m, một hình vuông có chu vi bằng chu vi hình chữ nhật. Diện tích hình vuông đó là:

A. 96 m^2. **B.** 25 m^2. **C.** 40 m^2. **D.** 100 m^2.

Trích đề HSG trường THCS Việt Tiến (Việt Yên) năm 2021 - 2022



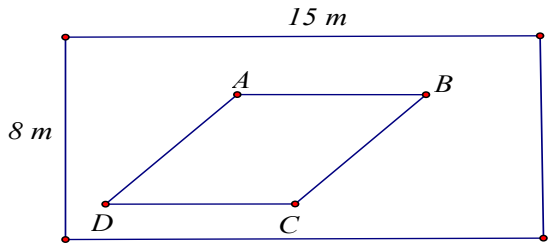
Hình vẽ 1

Bài 3:

Cho hình thoi $ABCD$ có độ dài cạnh là 30cm (Hình vẽ 1). Tổng độ dài hai đường chéo là 84cm, hiệu độ dài hai đường chéo là 12cm. Tính độ dài đường cao BH.

Trích đề HSG trường THCS Yên Phong năm 2021 - 2022

Bài 4: Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài 15m, chiều rộng 8m. Người ta trồng một vườn hoa hình thoi ở trong mảnh đất đó, biết diện tích phần còn lại là 75 m^2. Tính độ dài đường chéo AC, biết $BD = 9$ m.

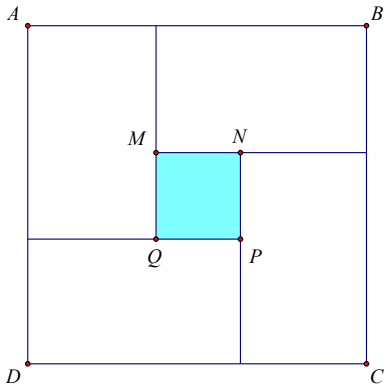


Trích đề HSG trường THCS Nghĩa Đồng (Tân Kỳ) năm 2021 - 2022

Bài 5: Một thửa ruộng hình thang có diện tích là 1155 m^2 và có đáy bé kém đáy lớn 33m. Người ta kéo dài đáy bé thêm 20m và kéo dài đáy lớn thêm 5m về cùng một phía để được hình thang mới. Diện tích hình thang mới này bằng diện tích của một hình chữ nhật có chiều rộng là 30m và chiều dài 51m. Hãy tính đáy bé, đáy lớn của thửa ruộng ban đầu.

Trích đề HSG trường THCS Việt Tiến (Việt Yên) năm 2021 - 2022

Bài 6: Người ta xếp bốn hình chữ nhật bằng nhau có chiều rộng mỗi hình là 5cm; chiều dài là 8cm để được một hình vuông $ABCD$ và bên trong có là một hình vuông $MNPQ$ (như hình vẽ). Tính diện tích hình vuông $MNPQ$.



Trích đề HSG Trường THCS Hoài Ân năm 2021 - 2022

Bài 7: Sân nhà Nam là hình chữ nhật có chiều dài $10,25$ mét và chiều rộng $6,9$ mét. Bố bạn Nam đang tính toán để mua gạch lát sân. Tại cửa hàng vật liệu xây dựng có loại gạch lát kích thước $500x500$mm (mỗi viên gạch hình vuông cạnh 500mm). Gạch được bán nguyên thùng, mỗi thùng có 4 viên. Biết rằng khi lát sân, nếu gặp khoảng trống nhỏ hơn khích thước viên gạch thì người thợ phải cắt viên gạch để có kích thước vừa khít với khoảng trống và loại bỏ phần dư của viên gạch nếu phần dư đó không dùng đủ cho khoảng trống khác. Em hãy tính giúp bố bạn Nam xem cần mua ít nhất bao nhiêu thùng gạch mới đủ để lát sân trên.

Trích đề HSG huyện Kỳ Anh năm 2021-2022

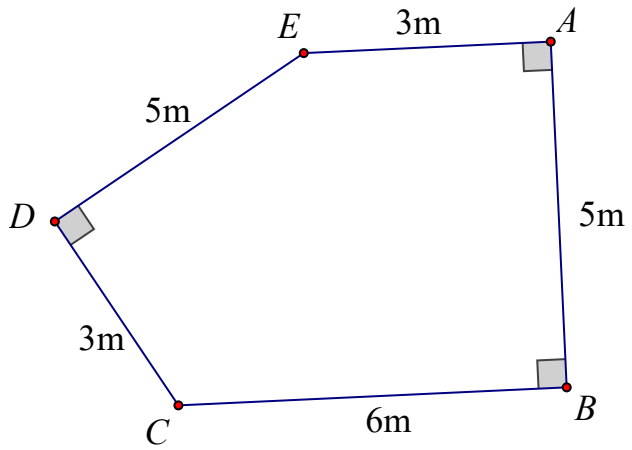
Bài 8: Để đảm bảo đủ ánh sáng phòng học của con, gia đình ông Nam đã sửa căn phòng có nền là hình chữ nhật với kích thước là $4,2$ m và $5,4$ m, có hai cửa sổ hình chữ nhật kích thước là 1m và $1,6$ m và một cửa ra vào hình chữ nhật có kích thước là $1,2$ m và 2 m.

a) Hỏi căn phòng trên sau khi sửa có đạt chuẩn về ánh sáng hay không? Biết căn phòng đạt mức chuẩn về ánh sáng nếu tổng diện tích các cửa lớn hơn hoặc bằng 20% diện tích nền.

b) Trên thị trường có các loại gạch với kích thước như sau $50\,\text{cm}\times 50\,\text{cm}$; $60\,\text{cm}\times 60\,\text{cm}$; $80\,\text{cm}\times 80\,\text{cm}$. Gia đình ông Nam muốn lát kín căn phòng trên bằng một loại gạch có cùng kích thước mà không phải cắt (các viên gạch phải lát liền nhau, coi như không có khe hở). Em hãy giúp gia đình ông Nam chọn loại gạch có kích thước phù hợp và tính xem cần bao nhiêu viên gạch để vừa đủ?

Trích đề HSG huyện Bình Xuyên năm 2021-2022

Bài 9: . Một mảnh đất được vẽ trên giấy như hình vẽ bên dưới.
Hỏi diện tích mảnh đất là bao nhiêu mét vuông?

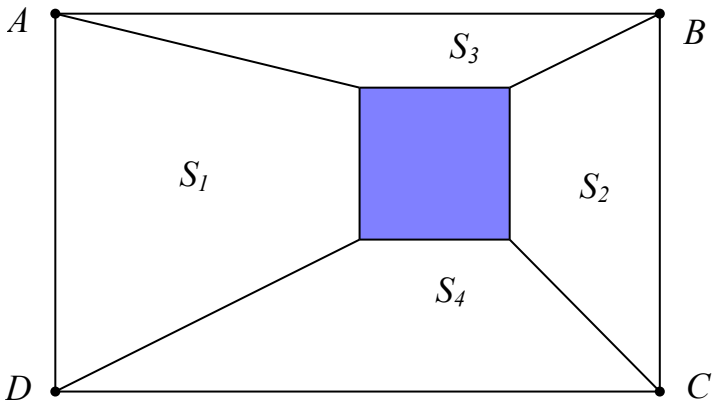


Trích đề HSG Liên trường năm 2021-2022

Bài 10. Người ta mở rộng một cái ao hình vuông để được một cái ao hình chữ nhật có chiều dài gấp 2 lần chiều rộng. Sau khi mở rộng, diện tích ao tăng thêm $600\,\text{m}^2$ và diện tích ao mới gấp 4 lần ao cũ. Hỏi phải dùng bao nhiêu chiếc cọc để đủ rào xung quanh ao mới? Biết rằng cọc nọ cách cọc kia 1m và ở một góc ao người ta để lối lên xuống rộng 2m.

Trích đề HSG Liên trường năm 2021-2022

Bài 11: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài AB hơn chiều rộng BC là $4cm$. Hình chữ nhật được chia thành một hình vuông và bốn hình thang (H1). Biết rằng 4 hình thang có diện tích là $S_1; S_2; S_3; S_4$ và $S_1 + S_2 = 49\,\text{cm}^2;\ S_3 + S_4 = 41\,\text{cm}^2$. Tính cạnh của hình vuông.

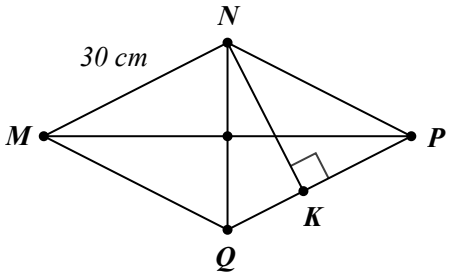


Trích đề HSG huyện Bá Thước năm 2021 - 2022

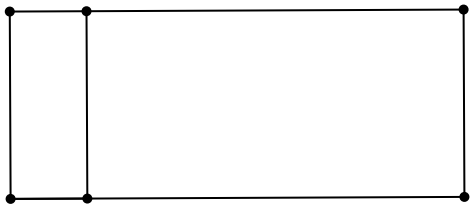
Bài 12: Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài $15\,\text{m}$, chiều rộng $8\,\text{m}$. Người ta trồng một vườn hoa hình thoi ở trong mảnh đất đó, biết diện tích phần còn lại là $75\,\text{m}^2$. Tính độ dài đường chéo AC, biết $BD = 9\,\text{m}$.

Trích đề HSG huyện Thọ Xuân năm 2021-2022

Bài 13: 1. Cho hình thoi $MNPQ$ có độ dài cạnh là $30\,\text{cm}$ (Hình vẽ 1). Tổng độ dài hai đường chéo là 84, hiệu độ dài hai đường chéo là $12\,\text{cm}$. Tính độ dài chiều cao NK.



Hình vẽ 1



Hình vẽ 2

2. Một thửa ruộng hình chữ nhật được chia thành hai mảnh hình chữ nhật (Hình vẽ 2), một mảnh nhỏ trồng rau và mảnh còn lại trồng ngô. Diện tích của mảnh trồng ngô gấp 6 lần diện tích của mảnh trồng rau. Chu vi mảnh trồng ngô gấp 4 lần chu vi mảnh trồng rau.Tính diện tích thửa ruộng ban đầu, biết chiều rộng của nó là 5 mét.

3. Nếu giảm chiều dài của một hình chữ nhật đi 20% và muốn diện tích không thay đổi thì chiều rộng phải thay đổi như thế nào?

Trích đề HSG huyện Triệu Sơn năm 2021-2022

y đổi.

Bài 14: Cho tam giác ABC có diện tích bằng $42\,cm^2$. Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $CE = \dfrac{1}{3}AE$, trên cạnh BC lấy điểm F sao cho $BF = \dfrac{1}{2}FC$, đoạn EF cắt AB tại K.

1. Tính diện tích của tam giác ABF và tam giác AEF?

2. Tính tỉ số độ dài giữa KB và KA?

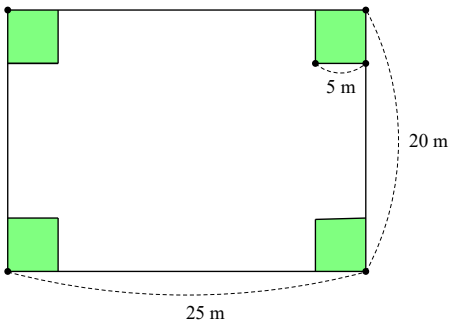
Trích đề HSG TP Bắc Ninh năm 2021-2022

Bài 15: Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài 25 m, chiều rộng 20 m. Người ta trồng hoa hồng vào bồn hình vuông ở các góc vườn (như hình vẽ bên) và phần diện tích còn lại trồng hoa cúc.

1) Tính diện tích phần đất trồng hoa mỗi loại.

2) Biết mỗi mét vuông làm đất và trồng hoa hồng phải trả 50000 đồng tiền công, mỗi mét vuông làm đất và trồng hoa cúc phải trả 40000 đồng. Tính số tiền công phải trả để trồng hoa cho cả mảnh vườn đó.

Trích đề HSG huyện Đông Hưng năm 2021-2022



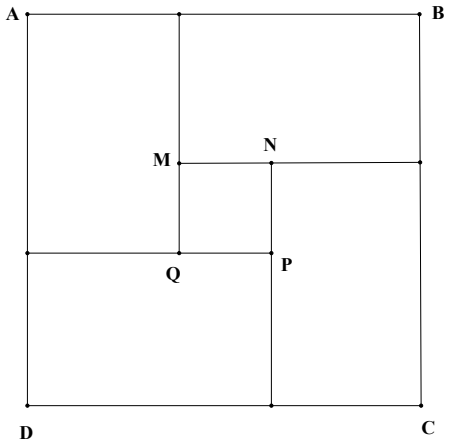
Bài 16: Minh có hai tờ giấy hình vuông mà số đo các cạnh hơn kém nhau $8\,cm$. Minh đem đặt tờ giấy hình vuông nhỏ nằm trọn trong tờ giấy hình vuông lớn thì phần diện tích còn lại không bị che của tờ giấy hình vuông lớn là $96\,cm^2$. Tính độ dài cạnh của mỗi tờ giấy.

Trích đề HSG TP Bắc Ninh năm 2021-2022

Bài 17: Hình thang vuông ABCD có góc A và D vuông. Đường chéo AC cắt đường cao BH tại I.So sánh diện tích tam giác IDC và diện tích tam giác BHC.

Trích đề HSG tỉnh Bắc Ninh năm 2016 - 2017

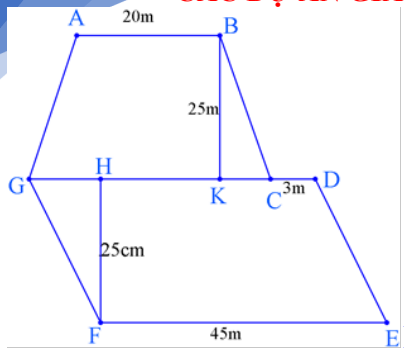
Bài 18: Người ta xếp bốn hình chữ nhật bằng nhau có chiều rộng mỗi hình là 5 cm; chiều dài là 8 cm để được một hình vuông $ABCD$ và bên trong có là một hình vuông $MNPQ$ (như hình vẽ). Tính diện tích hình vuông $MNPQ$.



Trích đề HSG huyện Hà Trung năm 2021-2022

Bài 19: Một khu đất hình chữ nhật có chu vi là $132m$. Nếu giảm chiều rộng đi $5m$ và tăng chiều dài lên $5m$ thì chiều dài gấp đôi chiều rộng. Người ta dùng 30% diện tích khu đất để trồng rau, $\frac{11}{30}$ diện tích khu đất để trồng cây ăn quả, diện tích còn lại để xây nhà. Hỏi diện tích xây nhà là bao nhiêu?

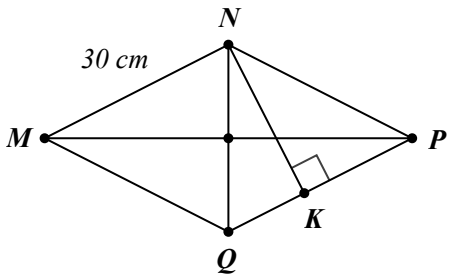
Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2022-2023



Bài 20: Bác Hai có một thửa ruộng có dạng như hình bên (độ dài đoạn thẳng CD bằng 3 mét). Bác Hai trồng lúa trên toàn bộ thửa ruộng đó. Nếu trên mỗi mét vuông bác Hai thu được $0.8kg$ thóc thì số tiền bác Hai thu được là bao nhiêu? Biết mỗi tạ thóc có giá 700.000 đồng.

Trích đề HSG huyện Nghi Sơn năm 2021 - 2022

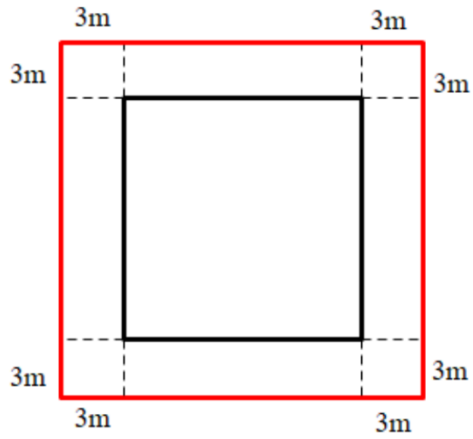
Bài 21: Cho hình thoi $MNPQ$ có độ dài cạnh là 30cm (Hình vẽ 1). Tổng độ dài hai đường chéo là 84cm, hiệu độ dài hai đường chéo là 12cm. Tính độ dài chiều cao NK.



Hình vẽ 1

Trích đề HSG huyện Triệu Sơn năm 2021-2022

Bài 22: Một thửa ruộng hình chữ nhật được chia thành 2 mảnh hình chữ nhật (hình vẽ 2), một mảnh nhỏ trồng rau và mảnh còn lại trồng ngô. Diện tích của mảnh trồng ngô gấp 6 lần diện tích của mảnh trồng rau. Chu vi mảnh trồng ngô gấp 4 lần chu vi mảnh trồng rau.Tính diện tích thửa ruộng ban đầu , biết chiều rộng của nó là 5 mét.



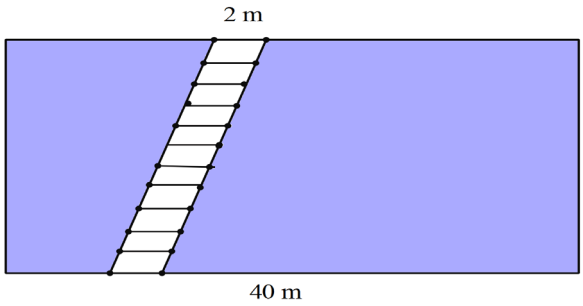
Nếu giảm chiều dài của một hình chữ nhật đi 20% và muốn diện tích không thay đổi thì chiều rộng phải thay đổi như thế nào?

Trích đề HSG huyện Triệu Sơn năm 2021-2022

Bài 23: Một bác nông dân có một khu vườn hình vuông. Ông ấy mở rộng vườn thêm 3m về mỗi phía như hình bên và thấy rằng diện tích khu vườn rộng thêm $84m^2$. Tìm diện tích của khu vườn ban đầu.

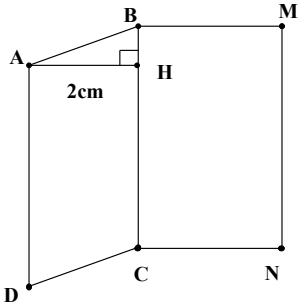
Trích đề HSG THCS Quỳnh Thiện năm 2022 - 2023

Bài 24: Nhà bác Sơn có một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài bằng 40 mét và chiều dài gấp đôi chiều rộng. Trong khu vườn, bác Sơn làm một lối đi để tiện chăm sóc và tưới cho cây với kích thước được cho như hình vẽ. Bác dùng lưới B40 rào xung quanh khu vườn. Chi phí để làm cho mỗi mét hàng rào là 150000 đồng và cho mỗi mét vuông làm lối đi là 350000 đồng (bao gồm cả tiền công thợ và tiền vật liệu). Hỏi bác Sơn phải trả bao nhiêu tiền để làm hàng rào và làm lối đi cho khu vườn?



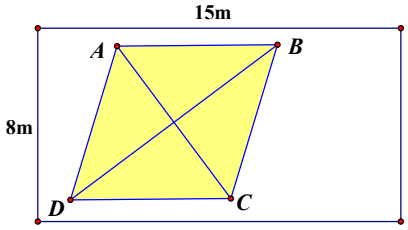
Trích đề HSG huyện ……năm 20…-20…

Bài 25: Tìm diện tích của hình H gồm hình bình hành $ABCD$ và hình chữ nhật $BMNC$, biết hình chữ nhật $BMNC$ có chu vi bằng $18\,cm$ và chiều dài MN gấp hai lần chiều rộng BM.

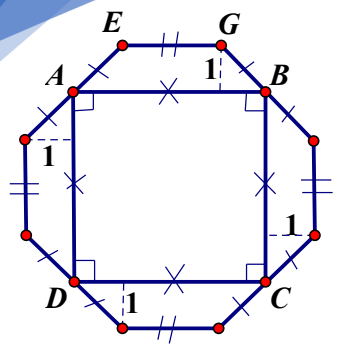


Trích đề HSG TX Sơn Tây năm 2021-2022

Bài 26: Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài $15\,m$, chiều rộng $8\,m$. Người ta trồng một vườn hoa hình thoi ở trong mảnh đất đó, biết diện tích phần còn lại là $75\,m^2$. Tính độ dài đường chéo AC, biết $BD=9m$.



Trích đề HSG huyện Tân Kì (Nghĩa Đông) và huyện Hậu Lộc năm 2021-2022



Bài 27: Muốn cắt một miếng bìa có diện tích là $28\,\text{cm}^2$ như hình bên. Biết chu vi hình vuông $ABCD$ là $16\,\text{cm}$. Tính độ dài cạnh EG. (số liệu trên hình vẽ đơn vị là cm)

Trích đề HSG huyện Lý Nhân năm 2021-2022

Bài 28: Một khu đất hình chữ nhật có chu vi là $132\,\text{m}$. Nếu giảm chiều rộng đi $5\,\text{m}$ và tăng chiều dài lên $5\,\text{m}$ thì chiều dài gấp đôi chiều rộng.

a) Tính diện tích khu đất hình chữ nhật ban đầu.

b) Người ta dùng 30% diện tích khu đất ban đầu để trồng rau, chi phí cho mỗi mét vuông trồng rau là 35000 đồng. Tính số tiền cần chi phí để trồng rau?

Trích đề HSG huyện Sóc Sơn năm 2021-2022

Bài 29: Người ta muốn lát gạch và trồng cỏ cho sân vườn hình vuông. Biết diện tích phần trồng cỏ bằng $\frac{1}{4}$ diện tích sân vườn và diện tích phần lát gạch là $48\,\text{m}^2$.

1) Tính diện tích sân vườn.

2) Tính diện tích trồng cỏ.

3) Giá $1\,\text{m}^2$ cỏ là 60000 đồng, nhưng khi mua lại được giảm giá 10%. Vậy số tiền cần mua cỏ là bao nhiêu?

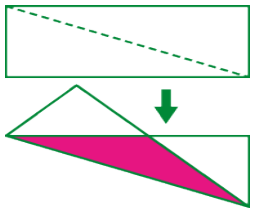
4) Người ta cắm cọc làm hàng rào xung quanh sân vườn, khoảng cách giữa các cọc đều nhau là $0,8\,\text{m}$. Hỏi phải dùng bao nhiêu chiếc cọc?

Trích đề HSG Quận Hà Đông năm 2021-2022

Bài 30: Một nền nhà hình chữ nhật có chiều rộng $5\,\text{m}$ và chiều dài gấp 4 lần chiều rộng. Người ta lát nền nhà bằng những viên gạch hình vuông cạnh $4\,\text{dm}$. Tổng số tiền mua gạch là 11875000 đồng thì vừa đủ để lát. Hỏi giá mỗi viên gạch lát nền là bao nhiêu ?

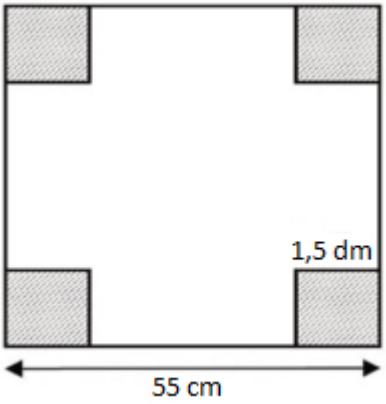
Trích đề HSG Huyện Tiên Du năm 2021-2022

Bài 31: Một tờ giấy hình chữ nhật được gấp theo đường chéo như hình vẽ. Diện tích hình nhận được bằng $\frac{5}{8}$ diện tích hình chữ nhật ban đầu. Biết diện tích phần tô màu là $18\ \text{cm}^2$. Tính diện tích tờ giấy ban đầu.



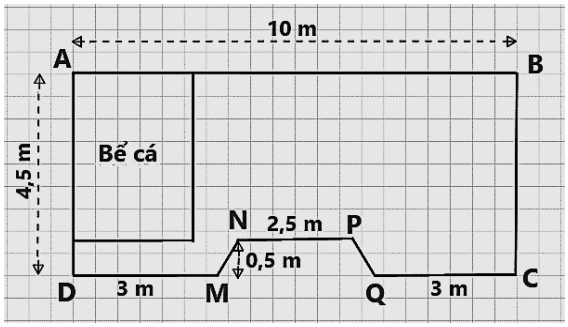
Trích đề HSG huyện Vĩnh Lộc năm 2021 - 2022

Bài 32: Một miếng tôn hình vuông có độ dài 1 cạnh là $55\,\text{cm}$. Người ta cắt đi bốn góc theo các hình vuông nhỏ có độ dài cạnh là $1,5\,\text{dm}$. Tính chu vi và diện tích phần tôn còn lại (*không yêu cầu học sinh vẽ hình*)



Trích đề đề xuất HSG huyện năm 2021 - 2022

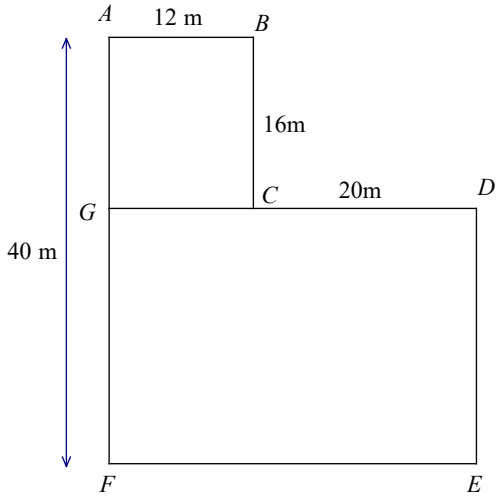
Bài 33: Nhà bác Bình có một mảnh sân như hình bên. Trong sân, bác xây một bể cá có dạng hình chữ nhật dài 3m, rộng 2m. Phần còn lại của sân bác lát gạch. Biết công làm bể cá là 500000 đồng/m^2, công lát gạch là 100000 đồng/m^2. Tính tổng tiền công bác Bình cần trả cho thợ để hoàn thiện sân.



(Học sinh không phải vẽ lại hình vào bài làm)

Trích đề HSG huyện Thiệu Hoá năm 2021 - 2022

Bài 34: Khu vườn nhà anh Minh có dạng và kích thước như hình vẽ.

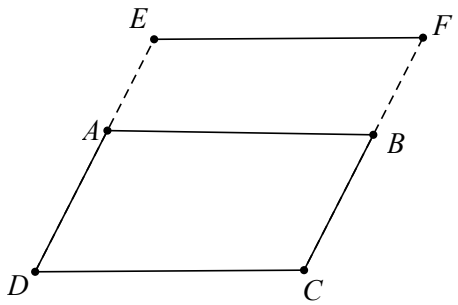


a) Anh Minh muốn dùng lưới B40 để rào cả khu vườn. Hỏi anh Minh phải trả bao nhiêu tiền để rào cả khu vườn, biết giá trọn gói (*gồm tiền lưới và tiền công)* cho mỗi mét lưới (*theo chiều dài*) là 150000 đồng?

b) Trên phần đất $ABCG$, anh Minh trồng rau mồng tơi, còn trên mảnh đất $GDEF$ anh trồng rau cải. Hỏi sau khi anh Minh thu hoạch hết toàn bộ rau mùng tơi và rau cải trong khu vườn thi anh thu được bao nhiêu tiền? Biết rằng cứ $1\,\text{m}^2$ thì anh thu hoạch được $2\,\text{kg}$ rau cải và $3\,\text{kg}$ rau mùng tơi. Giá mỗi kilogam rau mùng tơi là 8000 đồng, giá mỗi kilogam rau cải là 7500 đồng.

Trích đề HSG huyện Yên Mỹ năm 2021-2022

Bài 35: Cho hình bình hành $ABCD$ $(AB > AD)$ có chu vi là 32 cm. Nếu thêm vào mỗi cạnh AD và BC của hình bình hành 4 cm thì được hình thoi $CDEF$ (hình vẽ). Biết hình thoi $CDEF$ có diện tích là 54 cm^2. Tính diện tích hình bình hành $ABCD$.



Trích đề HSG huyện Thanh Miện năm 2021-2022

Bài 36: Nhà ông Minh có một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi bằng 600m và chiều dài bằng $\frac{3}{2}$ chiều rộng. Trên mảnh vườn đó, để tiện cho việc chăm bón và thu hoạch ông Minh đã làm một lối đi xung quanh rộng $1m$, phần diện tích còn lại dùng để trồng cam.

1. Tính diện tích mảnh vườn nhà ông Minh?

2. Tính diện tích ông Minh dùng để trồng cam.

3. Trung bình cứ $4m^2$ ông Minh trồng một cây cam. Dự định sau 3 năm mỗi cây sẽ cho thu hoạch khoảng $50kg$. Nếu giá thị trường là 25000 đồng/1kg và trừ đi 40% chi phí thì ông Minh thu được bao nhiêu tiền ?

Trích đề HSG huyện Lục Ngạn năm 2020-2021

Bài 37: Bác An đào cái ao hình vuông trong mảnh đất hình chữ nhật có chiều rộng 10 m và chiều dài 15 m. Biết rằng sau khi đào ao diện tích đất còn lại quanh cái ao là $50\,m^2$. Tính độ dài cạnh cái ao.

Trích đề HSG huyện Tiền Hải năm 2020-2021

CHỦ ĐỀ: HÌNH HỌC

C. SƯU TẦM CÁC BÀI TRONG CÁC ĐỀ CỦA NHỮNG NĂM TRƯỚC ĐÓ

(Phần này lấy các câu từ những năm trước, trước năm 2020-2021, tối thiểu 10 bài)

Bài 1: Cho 2010 đường thẳng trong đó bất kì hai đường thẳng nào cũng cắt nhau. Không có ba đường thẳng nào đồng quy. Tính số giao điểm của chúng.

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2018-2019

Lời giải

Mỗi đường thẳng cắt 2009 đường thẳng còn lại nên tạo ra 2009 giao điểm.

Có 2010 đường thẳng nên có : $2010.2009 = 4038090$ (giao điểm).

Do mỗi giao điểm được tính hai lần nên số giao điểm là :

$4038090 : 2 = 2019045$ (giao điểm).

Vậy số giao điểm là: 2019045 (giao điểm).

Bài 2: Cho k đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng nào đồng quy (cùng đi qua 1 điểm), biết tổng số giao điểm là 820. Tìm k ?

Trích đề HSG huyện Yên Thế (Bắc Giang) năm 2015-2016

Lời giải

Mỗi đường thẳng cắt $k-1$ đường thẳng còn lại tạo nên $k-1$ giao điểm.

Có n đường thẳng nên có $k(k-1)$ giao điểm

Nhưng mỗi giao điểm đã được tính 2 lần nên số giao điểm là $\frac{k(k-1)}{2}$

Vậy với n đường thẳng, trong đó bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng nào đồng quy có giao điểm $\frac{k(k-1)}{2}$.

Theo bài ta có:

$$\frac{k(k-1)}{2}=820$$

$$k.(k-1)=1640$$

$$k.(k-1)=41.40$$

$$k=41$$

Vậy $k=41$.

Bài 3: Cho n điểm $(n \geq 2)$. Nối từng cặp hai điểm trong n điểm đó thành các đoạn thẳng.

a) Hỏi có bao nhiêu đoạn thẳng nếu trong n điểm đó không có ba điểm nào thẳng hàng?

b) Hỏi có bao nhiêu đoạn thẳng nếu trong n điểm đó có đúng ba điểm nào thẳng hàng?

c) Tính n biết rằng có tất cả 1770 đoạn thẳng.

Lời giải

a) Chọn một điểm. Nối điểm đó với từng điểm trong $n-1$ điểm còn lại, ta vẽ được $n-1$ đoạn thẳng.

Làm như vậy với n điểm, ta được $n(n-1)$ đoạn thẳng. Nhưng mỗi đoạn thẳng đã được tính hai lần, do đó tất cả chỉ có $\frac{n(n-1)}{2}$ đoạn thẳng.

b) Tuy trong hình vẽ có đúng ba điểm thẳng hàng nhưng số đoạn thẳng phải đếm vẫn không thay đổi. Do đó vẫn có $\frac{n(n-1)}{2}$ đoạn thẳng.

c) Ta có $\frac{n(n-1)}{2}=1770$ suy ra $n(n-1)=2.1770$

$$n(n-1)=2^2.3.5.59$$

$$n(n-1)=60.59$$

suy ra $n=60$.

Bài 4: Tìm đa giác có số đường chéo bằng số cạnh của nó.

Lời giải

Giả sử có đa giác n đỉnh thỏa mãn yêu cầu đề bài. (Điều kiện: n là số nguyên, $n>3$). Khi đó đa giác có n cạnh.

Qua hai đỉnh của đa giác, ta vẽ một đoạn thẳng thì có tất cả $\frac{n(n-1)}{2}$ đoạn thẳng mà mỗi đoạn thẳng này hoặc là cạnh hoặc là đường chéo của đa giác đó. Suy ra số đường chéo của đa giác là $\frac{n(n-1)}{2}-n$.

Vì số đường chéo bằng số cạnh nên $\frac{n(n-1)}{2}-n=n$ suy ra $n(n-5)=0$ do đó $\left[\begin{array}{l} n=0 \\ n=5 \end{array}\right.$

Kết hợp với điều kiện $n>3$ ta có $n=5$. Vậy ngũ giác là đa giác cần tìm.

Bài 5: Cho trước một số đường thẳng, trong đó bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và có 15 đường thẳng đồng quy, biết số giao điểm nhiều nhất có thể vẽ được là 1121 giao điểm. Hỏi có bao nhiêu đường thẳng cho trước?

Lời giải

Gọi số đường thẳng cho trước là n , $(n\in N, n\geq 2)$

Giả sử trong n đường thẳng, bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào đồng quy nên số giao điểm vẽ được là: $\frac{n(n-1)}{2}$ (giao điểm)

Do có 15 đường thẳng đồng quy nên số đường thẳng bị giảm đi là:

$$\frac{15.14}{2}-1=104 \text{ giao điểm}$$

Theo yêu cầu của bài toán thì ta phải có

$$\frac{n(n-1)}{2}-104=1121$$

$$\frac{n(n-1)}{2}=1225$$

$$n(n-1)=2450=49.50$$

suy ra $n=50$

Vậy có 50 đường thẳng cho trước.

Bài 6: Cho 2014 điểm trong đó chỉ có 5 điểm thẳng hàng với nhau, các điểm còn lại không có ba điểm nào thẳng hàng với nhau. Hỏi khi nối tất cả các điểm đó với nhau thì được tổng số bao nhiêu đoạn thẳng?

Lời giải

Qua hai điểm luôn vẽ được 1 đoạn thẳng, nên cứ mỗi điểm trong 2014 điểm đã cho ta luôn tạo được với 2013 điểm còn lại 2013 đoạn thẳng.

Từ 2014 điểm đã cho có:

$2014.2013 = 4054182$ (đoạn thẳng)

Nhưng như vậy mỗi đoạn thẳng được tính hai lần. Vậy số đoạn được tạo nên bởi 2014 điểm đã cho là:

$2014.2013 : 2 = 2027091$ (đoạn thẳng).

Bài 7: Cho 2006 đường thẳng trong đó bất kỳ 2 đường thẳng nào cũng cắt nhau. Không có 3 đường thẳng nào đồng quy. Tính số giao điểm của chúng.

Trích đề HSG cấp trường năm 2018-2019

Lời giải

Mỗi đường thẳng cắt 2005 đường thẳng còn lại tạo nên 2005 giao điểm. Mà có 2006 đường thẳng nên có: 2005.2006 (giao điểm). Nhưng mỗi giao điểm được tính 2 lần nên số giao điểm thực tế là:

$(2005.2006) : 2 = 2011015$ (giao điểm)

Bài 8: Trên đoạn thẳng AB lấy 2006 điểm khác nhau đặt tên theo thứ tự từ A đến B là $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_{2004}$ Từ điểm M không nằm trên đoạn thẳng AB ta nối M với các điểm $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_{2004}; B$. Tính số tam giác tạo thành.

Trích đề HSG cấp trường năm 2019-2020

Lời giải

Trên đoạn thẳng AB có các điểm $A; A_1, A_2, A_3, \ldots, A_{2004}; B$ do đó, tổng số điểm trên AB là 2006 điểm suy ra có 2006 đoạn thẳng nối từ M đến các điểm đó.

Mỗi đoạn thẳng (ví dụ MA) có thể kết hợp với 2005 đoạn thẳng còn lại và các đoạn thẳng tương ứng trên AB để tạo thành 2005 tam giác.

Do đó 2006 đoạn thẳng sẽ tạo thành $2005.2006 = 4022030$ (tam giác) (nhưng lưu ý là MA kết hợp với MA_1 để được 1 tam giác thì MA_1 cũng kết hợp với MA được tam giác và hai tam giác này chỉ là 1)

Do đó số tam giác thực có là: $4022030 : 2 = 2011015$ (tam giác) .

Bài 9. Cho 101 đường thẳng trong đó bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Tính số giao điểm của chúng.

Lời giải

Mỗi đường thẳng cắt 100 đường thẳng còn lại nên tạo ra 100 giao điểm

Có 101 đường thẳng nên có: $101.100 = 10100$ giao điểm

Do mỗi giao điểm được tính 2 lần nên số giao điểm: $10100 : 2 = 5050$ giao điểm.

Bài 10. Cho 25 điểm trong đó không có 3 điểm thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm ta vẽ 1 đường thẳng. Hỏi tất cả có bao nhiêu đường thẳng ?

Nếu thay 25 điểm bằng n điểm thì số đường thẳng là bao nhiêu ?

Lời giải

Có $\frac{24.25}{2} = 300$ đường thẳng.

Với n điểm có $\frac{n(n-1)}{2}$ đường thẳng.

Bài 11: Cho đoạn thẳng $AB = 10\text{cm}$. Trên tia AB lấy điểm C sao cho $AC = 4\text{cm}$, trên tia BA lấy điểm D sao cho $BD = 4\text{cm}$. Tính độ dài đoạn CD?

Lời giải

Ta có: C nằm trên đoạn thẳng AB nên ta có: $AC + CB = AB$; $BC = 10 - 4 = 6cm$

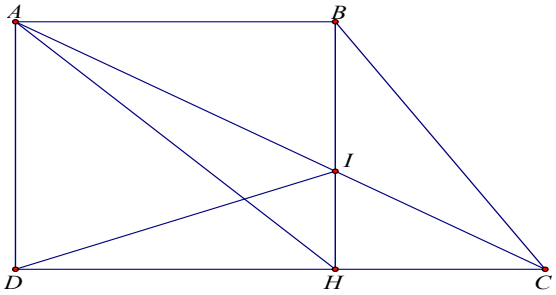
T có D nằm giữa C và B khi đó ta có: $BD + DC = BC$

$CD = 6\text{cm} - 4\text{cm} = 2\text{cm}$

Bài 12: Hình thang vuông $ABCD$ có góc A và D vuông. Đường chéo AC cắt đường cao BH tại điểm I.

a) Hãy so sánh diện tích tam giác IDC với diện tích tam giác BHC.

b) Cho $AD = 9cm$, $AB = 10cm$, $DC = 12cm$. Hãy tính diện tích ΔBIC.



Trích đề HSG trường THCS Quế Phú (Quế Sơn) năm 2018 - 2019

Lời giải

Tam giác AIH và tam giác DIH có đường cao bằng nhau và có cạnh đáy bằng nhau (IH chung) nên có diện tích bằng nhau.

Suy ra các tam giác IDC, AHC có diện tích bằng nhau (do cùng cộng thêm diện tích tam giác IHC)

Tam giác BHC và tam giác AHC có đường cao bằng nhau và cạnh đáy bằng nhau (HC chung) nên có diện tích bằng nhau.

Suy ra các tam giác IDC, BHC có diện tích bằng nhau (do cùng bằng diện tích tam giác AHC)

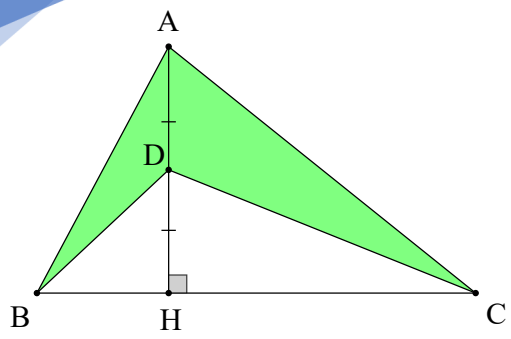
Tính được $HC = 2cm$

Tính được diện tích tam giác BHC là $(2.9):2 = 9\left(\text{cm}^2\right)$

Diện tích tam giác IDC bằng diện tích tam giác BIC bằng $9\,\text{cm}^2$

Tính được $IH = \frac{2S_{IDC}}{DC} = \frac{2.9}{12} = \frac{3}{2}\left(\text{cm}\right)$

$$S_{BIC} = \frac{BI.CH}{2} = \frac{\left(9 - \frac{3}{2}\right).2}{2} = \frac{15}{2}\left(\text{cm}^2\right).$$



Bài 13: Cho tam giác ABC có đường cao AH. D là trung điểm của AH. Tính diện tích phần tô màu như hình biết diện tích tam giác DBC bằng 6cm^2.

Lời giải

Tam giác BDA và tam giác BHD có chung chiều cao từ B xuống AH và cạnh đáy $AD = DH$ nên

$S_{ABD} = S_{HBD}$

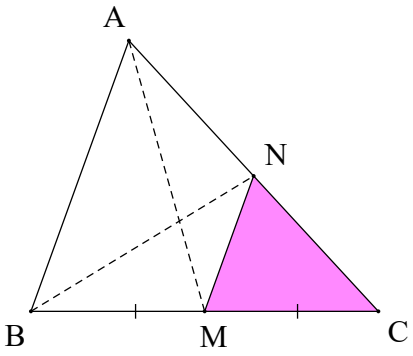
Tam giác CDA và tam giác CDH có chung chiều cao từ C xuống AH và cạnh đáy $AD = DH$ nên

$S_{CDA} = S_{CDH}$

Khi đó $S_{ABD} + S_{ACD} = S_{BDH} + S_{CDH} = S_{DBC} = 6\text{cm}^2$ $S_{ABD} + S_{ACD} = S_{BDH} + S_{CDH} = S_{DBC} = 6\text{cm}^2$

Vậy diện tích phần tô màu là 6cm^2.

Bài 14: Tam giác ABC có diện tích là 144cm^2. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BM = MC$, từ M kẻ đường thẳng song song với AB cắt AC tại N. Tính diện tích tam giác MNC.



Lời giải

Tam giác ABM và tam giác AMC có cùng chiều cao từ A xuống BC và cạnh đáy $BM = CM$ nên

$S_{ABM} = S_{ACM} = \dfrac{S_{ABC}}{2} = \dfrac{144}{2} = 72\text{cm}^2$

Tam giác NMC và tam giác NMB có cùng chiều cao từ N xuống BC và cạnh đáy $BM = CM$ nên

$S_{NMC} = S_{NMB}$ (1)

Tam giác BMN và tam giác AMN có cùng chiều cao từ A xuống MN và chung cạnh đáy MN nên

$S_{BMN} = S_{AMN}$ (2)

Từ (1) và (2) ta được $S_{AMN} = S_{CMN} = \dfrac{S_{AMC}}{2} = \dfrac{72}{2} = 31\text{cm}^2$

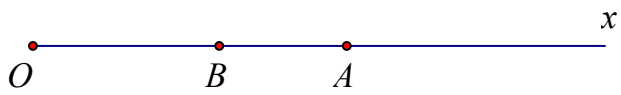
Bài 15: Trên tia Ox, xác định các điểm A và B sao cho $OA = a(cm)$, $OB = b(cm)$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng AB, biết $b<a$.

b) Xác định điểm M trên tia Ox sao cho $OM=\frac{1}{2}(a+b)$.

Trích đề HSG cấp trường năm 2017-2018

Lời giải



a) Vì điểm B nằm giữa hai điểm O và A.

Do đó: $OB+BA=OA\Rightarrow AB=a-b$.

b) Vì M nằm trên tia Ox, $OM=\frac{1}{2}(a+b)$

$$OM=\frac{1}{2}(a+b)=\frac{a+b}{2}=\frac{2b+a-b}{2}=b+\frac{a-b}{2}=OB+\frac{OA-OB}{2}=OB+\frac{1}{2}AB$$

$\Rightarrow M$ chính là điểm thuộc đoạn thẳng AB sao cho $AM=MB$.

Bài 16:

a) Cho 6 tia chung gốc. Có bao nhiêu góc trong hình vẽ ? Vì sao ?

b) Vậy với n tia chung gốc. Có bao nhiêu góc trong hình vẽ ?

Trích đề HSG cấp trường năm 2018-2019

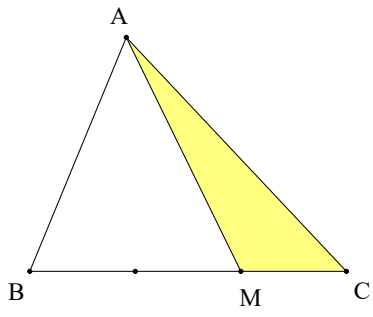
Lời giải

a) Vì mỗi tia với một tia còn lại tạo thành 1 góc.
Xét 1 tia, tia đó cùng với 5 tia còn lai tạo thành 5 góc.
Làm như vậy với 6 tia ta được 5.6 (góc).

Nhưng mỗi góc đã được tính 2 lần , do đó số góc là $\frac{5.6}{2}=15$ (góc).

b) Từ câu a suy ra: Với n tia chung gốc có $\frac{n(n-1)}{2}$ (góc).

Bài 17: Cho tam giác ABC, trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BM=2CM$. Biết diện tích tam giác ABM là $18cm^2$. Tính diện tích tam giác ACM.



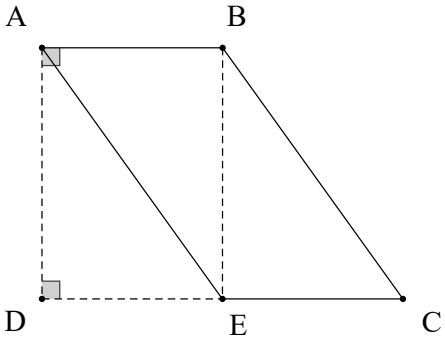
Lời giải

Tam giác ABM và tam giác ACM chung chiều cao
Từ A xuống BC và cạnh đáy $BM=2CM$ nên

$S_{ACM}=\frac{1}{2}.S_{ABM}=\frac{1}{2}.18=9\ (\text{cm}^2)$.

Vậy diện tích tam giác ABM là $9\ \text{cm}^2$.

Bài 18: Một tấm tôn hình bình hành có diện tích $14\ \text{dm}^2$, sau khi người ta hàn thêm vào một miếng tôn hình tam giác vuông có cạnh đáy bằng với cạnh đáy của hình bình hành thì được một hình thang vuông. Tính diện tích của miếng tôn lúc này.



Lời giải

Hình bình hành $ABCD$ và tam giác ADE chung đường cao và cạnh đáy $DE = CE$

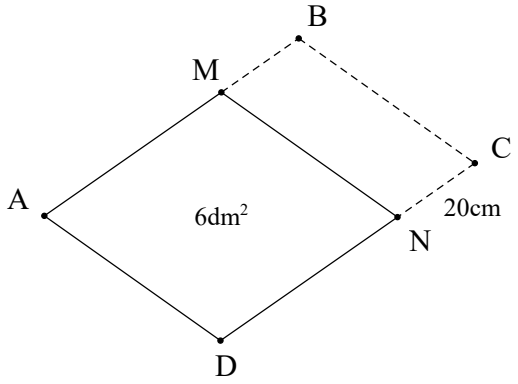
Nên diện tích tam giác ADE bằng $\frac{1}{2}$ diện tích HBH $ABCD$

Khi đó $S_{ADE} = \frac{1}{2}.S_{ABCD} = \frac{1}{2}.14 = 7\ \left(\text{dm}^2\right)$.

Khi đó diện tích miếng tôn là $14 + 7 = 21\ \left(\text{dm}^2\right)$.

Bài 19: Một miếng bìa hình bình hành có chu vi bằng 2 m. Nếu bớt chiều dài đi 20 cm thì ta được miếng bìa hình thoi có diện tích $6\ \text{dm}^2$. Tìm diện tích miếng bìa hình bình hành đó.

Lời giải



Đổi 2 m $= 20$ dm và 20 cm $= 2$ dm

Nửa chu vi của hình bình hành $ABCD$ là

$AB + BC = 20 : 2 = 10\ \left(\text{dm}\right)$.

Do bớt chiều dài đi 2 dm nên ta còn

$AM + MN = 10 - 2 = 8\ \left(\text{dm}\right)$

Vì $AMND$ là hình thoi nên có bốn cạnh bằng nhau

$\Rightarrow AM = MN = 8 : 2 = 4\ \left(\text{dm}\right)$.

Hình thoi $AMND$ cũng là hình bình hành nên

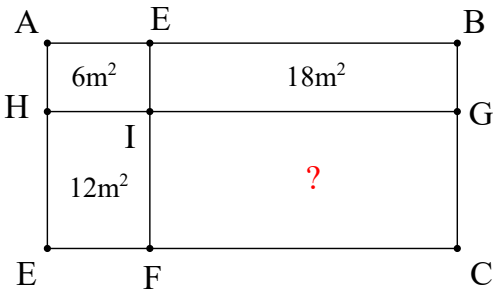
Chiều cao từ D xuống AM là $6 : 4 = \frac{3}{2}\left(\text{dm}\right)$.

Hình thoi $AMND$ và hình bình hành $ABCD$ có chung chiều cao từ D xuống AB nên

Khi đó diện tích hình bình hành ban đầu là $AB.\frac{3}{2} = 6.\frac{3}{2} = 9\ \left(\text{dm}^2\right)$.

Bài 20: Một HCN được chia thành 4 hình chữ nhật nhỏ hơn có diện tích như hình vẽ

Hãy tính diện tích của hình chữ nhật.



Lời giải

Hình chữ nhật AEIH và hình chữ nhật HIFE

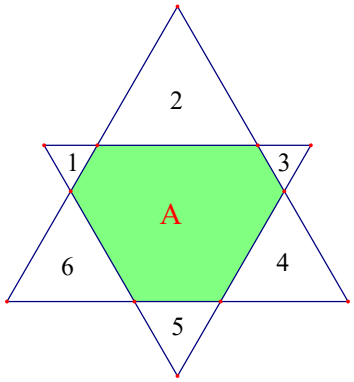
Có chung HI

Mà $S_{HIFE}=2.S_{AEIH}$ nên $IF=2.IE$.

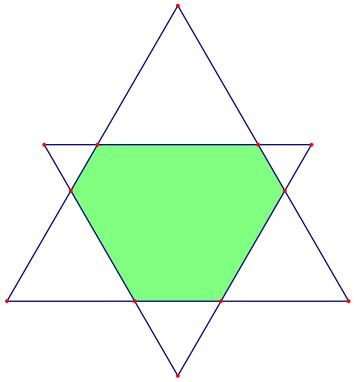
Hình chữ nhật EBGI và hình chữ nhật IGCF

Có chung cạnh IG mà $IF=2.IE$ nên

$S_{IGCF}=2.S_{EBGI}=2.18=36\ \left(\text{m}^2\right)$



Bài 21: Cho hai tam giác đều được xếp chồng lên nhau như hình vẽ. Chu vi của hai tam giác này là 744 cm và 930 cm. Tính chu vi phần tô đậm.



Lời giải

Nhận thấy các tam giác $1,2,3,4,5,6$ là các tam giác đều.

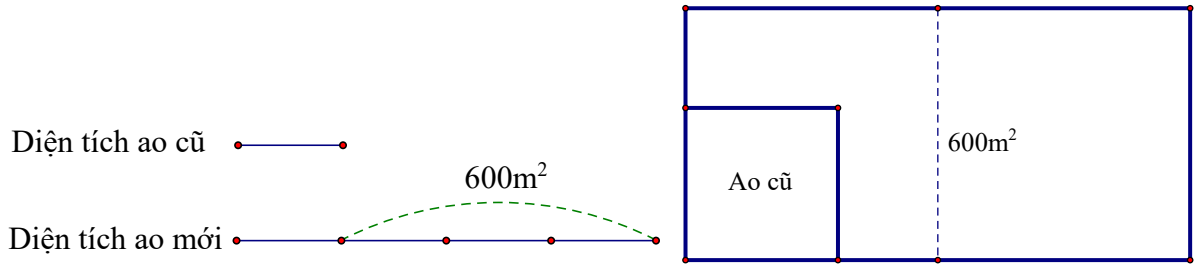
Tổng chu vi của các tam giác $1,2,3,4,5,6$ là $744+930=1674\ \left(\text{cm}\right)$

Tổng chu vi của các tam giác $1,2,3,4,5,6$ gấp 2 lần chu vi của hình A.

Nên chu vi của hình A là $1674:2=837\ (\text{cm})$.

Bài 22: Người ta mở rộng một cái ao hình vuông để được một cái ao hình chữ nhật có chiều dài gấp hai lần chiều rộng. Sau khi mở rộng, diện tích ao tăng thêm $600\ \text{m}^2$ và diện tích ao mới gấp 4 lần ao cũ. Tính chu vi của ao mới.

Lời giải



Diện tích của ao mới là: $(600:3).4=800\ (\text{m}^2)$.

Mà ao mới là hình chữ nhật có chiều dài gấp hai lần chiều rộng nên một nửa của ao mới là một hình vuông.

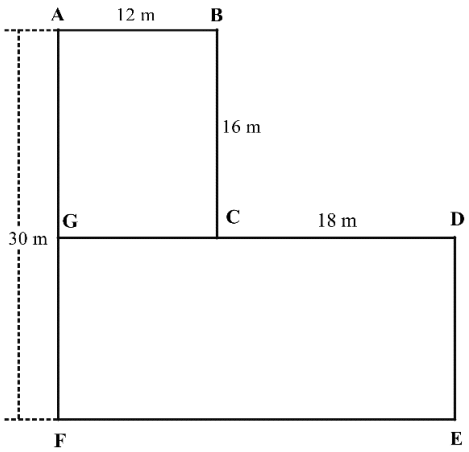
Diện tích hình vuông đó là $800:2=400(\text{m}^2)$.

Vì $400=20.20$ nên cạnh của hình vuông đó là $20\ \text{m}$.

Chiều dài của ao mới là $20.2=40\ (\text{m})$.

Chu vi của ao mới là $(20+40).2=120(\text{m})$.

Bài 23: Khu vườn nhà anh Sơn có dạng như hình vẽ.



a) Anh Sơn muốn dùng lưới B40 để rào cả khu vườn thì cần dùng tất cả bao nhiêu mét lưới (theo chiều dài) và anh phải trả bao nhiêu tiền để rào khu vườn, biết giá trọn gói (gồm tiền lưới và tiền công) cho mỗi mét lưới (theo chiều dài) là 150.000 đồng.

b) Trên phần đất $ABCG$, anh Sơn trồng rau xà lách, còn trên mảnh đất $GDEF$ anh trồng rau cải xanh. Hỏi sau khi anh Sơn thu hoạch hết toàn bộ rau xà lách và rau cải xanh trong khu vườn thì anh thu được bao nhiêu tiền? Biết rằng cứ 1m^2 thì anh thu hoạch được 2kg rau xà lách và 3kg rau cải xanh. Giá mỗi kilôgam rau xà lách là 5000 đồng, giá mỗi kilôgam rau cải xanh là 4500 đồng.

Lời giải:

a) Số mét lưới B40 anh Sơn cần dùng để rào toàn bộ khu vườn là

$12+16+18+(30-16)+(12+18)+30=120(\text{m})$

Số tiền anh Sơn phải trả để rào hết khu vườn là $120.150000=18.000.000$ (đồng).

b) Diện tích phần đất $ABCG$ anh Sơn dùng để trồng rau xà lách là: $S_{ABCG}=12.16=192(\text{m}^2)$

Độ dài đoạn DE là $30-16=14(\text{m})$.

Độ dài đoạn EF là $12+18=30(\text{m})$.

Diện tích phần đất $GDEF$ anh Sơn dùng để trồng rau cải xanh là $S_{GDEF}=14.30=420(\text{m}^2)$

Khối lượng rau xà lách thu được trên phần đất $ABCG$ là $2.192=384(\text{kg})$.

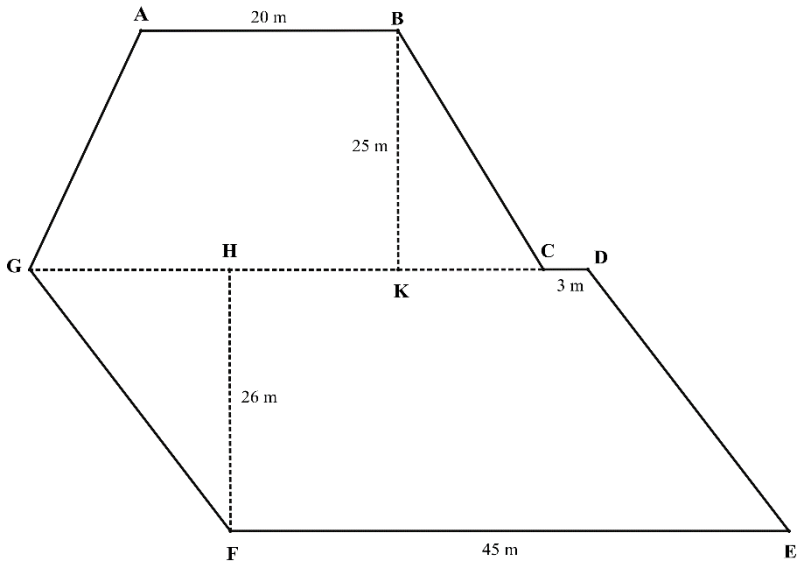
Khối lượng rau cải xanh thu được trên phần đất $GDEF$ là $3.420=1260(\text{kg})$.

Số tiền anh Sơn thu được từ rau xà lách là $384.5000=1.920.000$ (đồng).

Số tiền anh Sơn thu được từ rau cải xanh là $1260.4500=5.670.000$ (đồng).

Tổng số tiền anh Sơn thu được là $1.920.000+5.670.000=7.590.000$ (đồng).

Bài 24: Bác Hai có một thửa ruộng có dạng như hình bên (độ dài đoạn thẳng CD bằng 3 mét). Bác Hai trồng lúa trên toàn bộ thửa ruộng đó. Nếu trên mỗi mét vuông bác Hai thu được $0,8\,\text{kg}$ thóc thì số tiền bác Hai thu được là bao nhiêu? Biết mỗi tạ thóc có giá 700.000 đồng.



Lời giải:

Độ dài đoạn thẳng GD là $GD=EF=45\,(\text{m})$.

Độ dài đoạn thẳng GC là $GC=45-3=42\,(\text{m})$.

Diện tích phần thửa ruộng hình thang $ABCG$ là $S_{ABCG}=\dfrac{(20+42).25}{2}=775(\text{m}^2)$.

Diện tích phần thửa ruộng hình bình hành $GDEF$ là $S_{GDEF}=45.26=1170(\text{m}^2)$

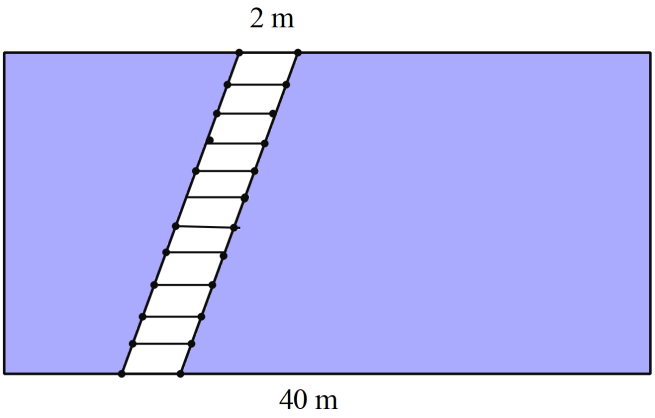
Diện tích thửa ruộng là $S=S_{ABCG}+S_{GDEF}=775+1170=1945(\text{m}^2)$.

Số kilôgam thóc bác Hai thu hoạch được trên thửa ruộng là $1945.0,8=1556(\text{kg})$.

Đổi $1556\text{kg}=15,56$ tạ

Số tiền bác Hai thu được là $15,56 \times 700.000 = 10.892.000$ (đồng).

Bài 25: Nhà bác Sơn có một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài bằng 40 mét và chiều dài gấp đôi chiều rộng. Trong khu vườn, bác Sơn làm một lối đi để tiện chăm sóc và tưới cho cây với kích thước được cho như hình vẽ. Bác dùng lưới B40 rào xung quanh khu vườn. Chi phí để làm cho mỗi mét hàng rào là 150.000 đồng và cho mỗi mét vuông làm lối đi là 350.000 đồng (bao gồm cả tiền công thợ và tiền vật liệu). Hỏi bác Sơn phải trả bao nhiêu tiền để làm hàng rào và làm lối đi cho khu vườn?



Lời giải:

Chiều rộng khu vườn là $40 : 2 = 20$ (m).

Chiều dài lưới B40 dùng để rào khu vườn là $(40 + 20).2 = 120$ (m).

Diện tích của lối đi là $S_{\text{loái ñi}} = 2.20 = 40$ (m^2).

Chi phí để làm hàng rào là $120 \times 150.000 = 18.000.000$ (đồng).

Chi phí để làm lối đi là $40 \times 350.000 = 14.000.000$ (đồng).

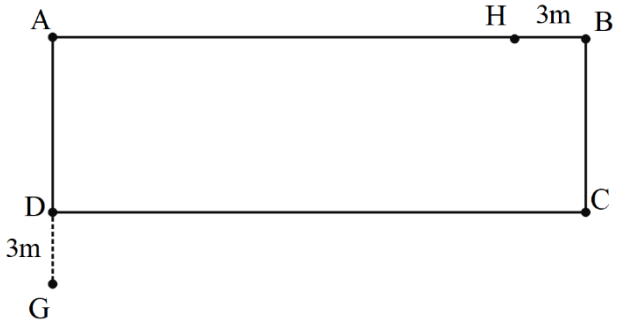
Số tiền bác Sơn phải trả để làm hàng rào và làm lối đi cho khu vườn là:

$$8.000.000 + 14.000.000 = 32.000.000 \text{ (đồng).}$$

Bài 26: Một khu đất hình chữ nhật có chiều dài gấp 3 lần chiều rộng. Nếu giảm chiều dài đi 3m và tăng chiều rộng thêm 3m thì diện tích được tăng thêm 75m^2. Tính các cạnh của khu đất.

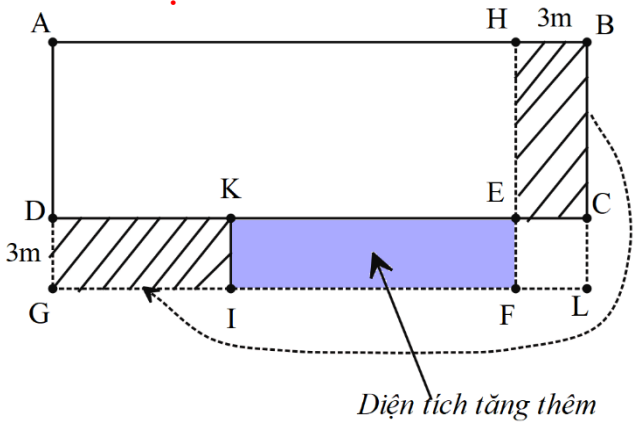
Lời giải:

Gọi khu đất hình chữ nhật là hình chữ nhật $ABCD$. Giảm chiều dài đi 3m tức là vẽ điểm H nằm trên cạnh AB sao cho $HB = 3\text{m}$ và tăng chiều rộng thêm 3m tức là trên cạnh AD kéo dài vẽ điểm G sao cho $DG = 3\text{m}$.



Vẽ các hình chữ nhật $HBCE$ và $DGFE$. Khi đó $EC = EF = 3\text{m}$. Vẽ hình vuông $ELCF$.

Vẽ hình chữ nhật $DGIK$ sao cho $DK = BC$.



Ta thấy diện tích tăng thêm là diện tích của hình chữ nhật $EFIK$ có chiều rộng là $IK = DG = 3\text{m}$. Do đó, chiều dài KE của hình chữ nhật đó là $KE = 75:3 = 25\text{m}$.

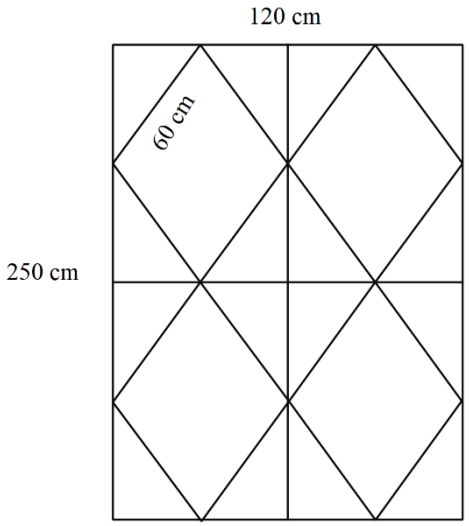
Chiều dài này khi tăng thêm 3m là $KE + EC = KC \Rightarrow KC = 25 + 3 = 28\text{m}$.

Do đó chiều dài hình chữ nhật ban đầu là $DC = DK + KC = BC + KC = 3BC \Rightarrow KC = 2BC$. Chiều dài KC gấp đôi chiều rộng ban đầu BC của khu đất.

Chiều rộng ban đầu của khu đất là $BC = KC:2 = 28:2 = 14\ (\text{m})$.

Chiều dài ban đầu của khu đất là $AB = BC.3 = 14.3 = 42\ (\text{m})$.

Bài 27: Anh Tâm làm 4 khung cửa sắt có kích thước và hình dạng như hình bên. Khung sắt bên ngoài là hình chữ nhật có chiều dài 250 cm , chiều rộng là 120 cm . Phía trong là các hình thoi có độ dài cạnh 60 cm . Hỏi anh Tâm cần dùng bao nhiêu mét dây thép để làm được bốn khung cửa như vậy?



Lời giải:

Số mét thép dùng để làm khung sắt bên ngoài là $(250+120).2 = 740\ (\text{cm}) = 7,4\ (\text{m})$.

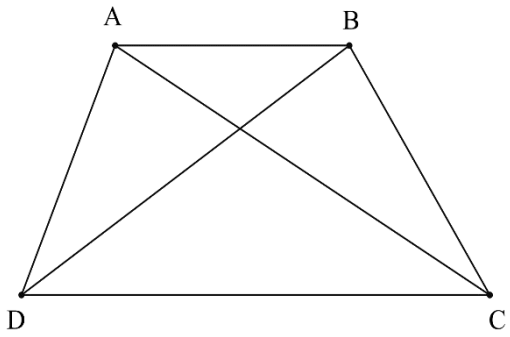
Chu vi của một hình thoi là 4.60=240 (cm)

Số mét thép dùng để làm 4 hình thoi là $4.240 = 960\ (\text{cm}) = 9,6\ (\text{m})$

Số mét thép anh Tâm dùng để làm một khung cửa là $7,4 + 9,6 + 2,5 + 1,2 = 20,7\ (\text{m})$

Số mét thép anh Tâm dùng để làm được bốn khung cửa là $20,7.4 = 82,8\ (\text{m})$.

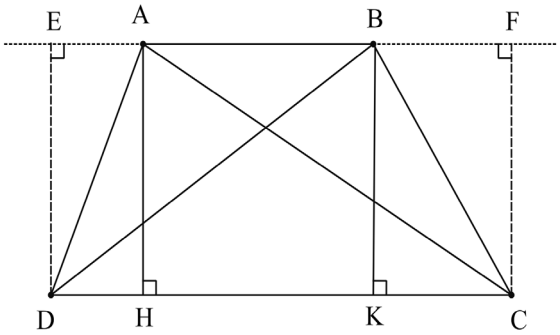
Bài 28: Cho hình thang $ABCD$ (hình vẽ) có $S_{ABD}=10\ \text{cm}^2$; $S_{CBD}=20\ \text{cm}^2$. Tính diện tích các tam giác ABC và ACD.



Lời giải:

Từ A, B lần lượt hạ các đường cao AH, BK tương ứng xuống cạnh đáy DC.

Từ D, C lần lượt hạ các đường cao DE, CF tương ứng xuống cạnh đáy AB.



Khi đó, ta có $AH = BK = DE = CF$ (bằng chiều cao hình thang $ABCD$).

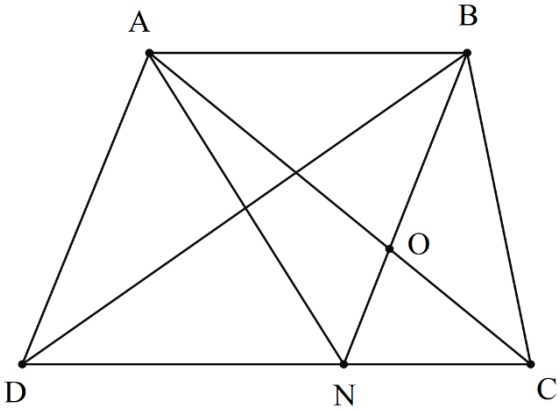
Xét hai tam giác ABD và tam giác ABC có chung đáy AB, chiều cao tương ứng đều bằng chiều cao hình thang nên $S_{ABC}=S_{ABD}$.

Ta suy ra $S_{ABC}=10\ \text{cm}^2$.

Xét hai tam giác ACD và tam giác BCD có chung đáy CD, chiều cao tương ứng đều bằng chiều cao hình thang nên $S_{ACD}=S_{BCD}$.

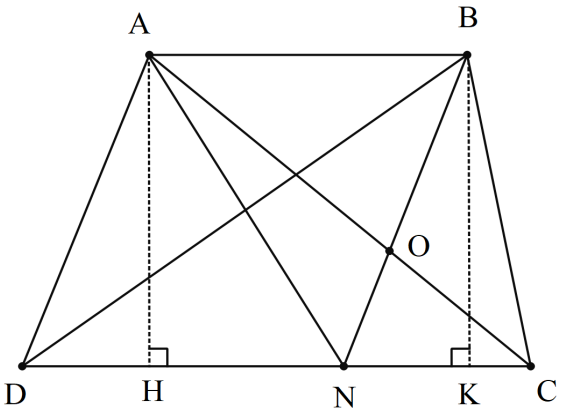
Ta suy ra $S_{ACD}=20\ \left(\text{cm}^2\right)$.

Bài 29: Cho hình thang $ABCD$ có $AB//CD$ và điểm N nằm trên cạnh CD (như hình vẽ). Biết diện tích tam giác BND bằng $18\ \text{cm}^2$, diện tích tam giác BOC bằng 7cm^2. Tính diện tích tứ giác $AOND$.



Lời giải:

Từ A, B lần lượt hạ các đường cao AH, BK tương ứng xuống cạnh đáy DC.



Ta có $AH = BK$ (bằng chiều cao hình thang $ABCD$).

Khi đó, ta có: $S_{AND} = S_{BND}$ (vì cùng chung đáy ND và có chiều cao bằng chiều cao hình thang).

$S_{ANC} = S_{BNC}$ (vì cùng chung đáy NC và có chiều cao bằng chiều cao hình thang).

$\Rightarrow S_{ANC} - S_{ONC} = S_{BNC} - S_{ONC}$

$\Rightarrow S_{AON} = S_{BOC}$

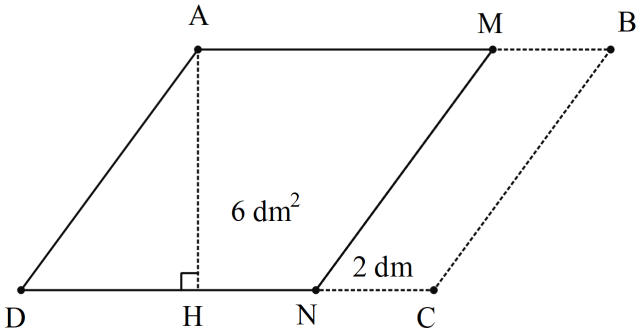
Khi đó diện tích của tứ giác $AOND$ là $S_{AOND} = S_{AND} + S_{AON} = S_{AND} + S_{BOC}$

$\Rightarrow S_{AOND} = 18 + 7 = 25\ (\text{cm}^2)$.

Vậy $S_{AOND} = 25\ (\text{cm}^2)$.

Bài 30: Một miếng bìa hình bình hành có chu vi là 2m. Nếu bớt một cạnh đi 20 cm thì ta được miếng bìa hình thoi có diện tích $6\ \text{dm}^2$. Tìm diện tích miếng bìa hình bình hành đó.

Lời giải:



Đổi $2\text{ m} = 20\text{ dm}$; $20\text{ cm} = 2\text{ dm}$.

Khi bớt một cạnh của hình bình hành đi 2 dm thì chu vi hình bình hành giảm đi $2.2 = 4\ (\text{dm})$ trở thành chu vi của hình thoi.

Chu vi của hình thoi là $20 - 4 = 16\ (\text{dm})$.

Cạnh của hình thoi là $DN = 20 : 4 = 4\ (\text{dm})$.

Khi đó chiều cao AH của hình thoi $AMND$ là $6 : 4 = 1,5\ (\text{dm})$.

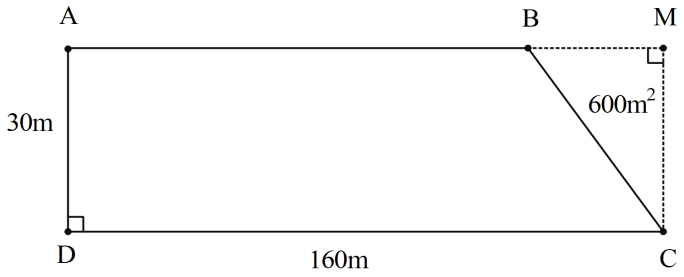
AH cũng là chiều cao của hình bình hành $ABCD$.

Độ dài cạnh của hình bình hành $ABCD$ là $DC = DN + NC = 4 + 2 = 6\ (\text{dm})$.

Vậy diện tích miếng bìa hình hình hành $ABCD$ là $S = 1,5.6 = 9\ (\text{dm}^2)$

Bài 31: Cô Trâm trồng hoa trên một thửa ruộng hình thang vuông có đáy lớn bằng 160 m và chiều cao bằng 30m. Nếu mở rộng thửa ruộng thành mảnh đất hình chữ nhật mà vẫn giữ nguyên đáy lớn thì diện tích thửa ruộng tăng thêm 600 m^2. Hỏi cô Trâm bán được bao nhiêu tiền hoa trên thửa ruộng đó biết rằng trung bình mỗi hec-ta hoa bán được 140.000.000 đồng.

Lời giải:



Ta có $AD = CM$ nên AD chính là độ dài đường cao của tam giác BCM hạ từ đỉnh C.

Từ công thức $S_{BCM} = \frac{1}{2}BM.CM = \frac{1}{2}BM.AD$ suy ra độ dài cạnh đáy BM là

$$BM = \frac{2.S_{BCM}}{AD} = \frac{2.600}{30} = 40 \text{ (m)}.$$

Độ dài đáy bé AB là $160 - 40 = 120$ (m).

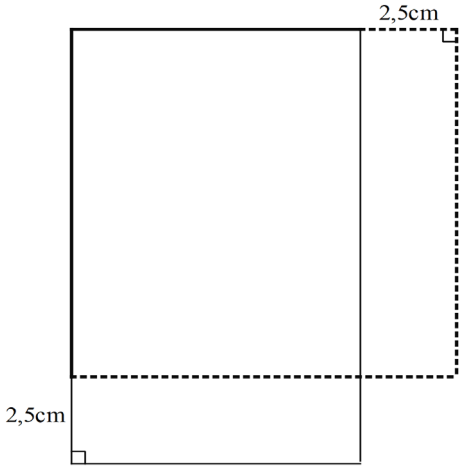
Diện tích của hình thang $ABCD$ là $S = \frac{(120+160).30}{2} = 4200$ (m^2).

Đổi $4200 \text{ m}^2 = 0,42$ ha

Số tiền cô Trâm thu được trên thửa ruộng đó là $0,42 \times 140.000.000 = 58.800.000$ (đồng).

Bài 32: Một hình chữ nhật có chu vi 54 cm. Nếu tăng chiều rộng thêm 2,5 cm và giảm chiều dài 2,5 cm thì được một hình vuông. Tính diện tích hình chữ nhật đó.

Lời giải:



Nửa chu vi hình chữ nhật là $54 : 2 = 27$ (cm).

Khi tăng chiều rộng thêm 2,5 cm và giảm chiều dài 2,5 cm thì được hình vuông nên chiều dài hơn chiều rộng là $2,5 + 2,5 = 5$ (cm).

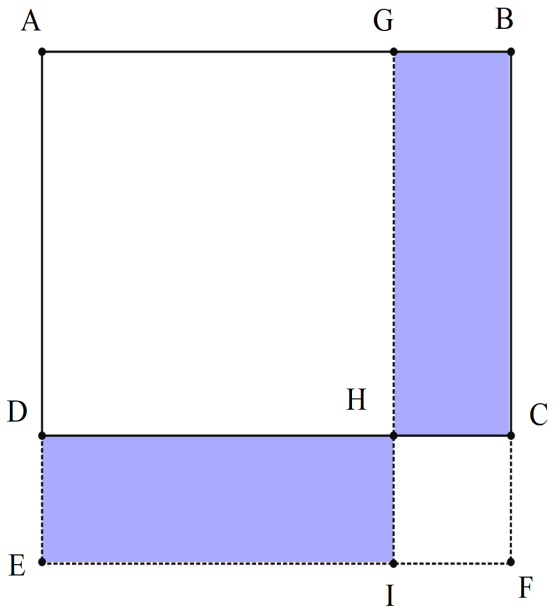
Do đó, chiều dài hình chữ nhật là $(27+5) : 2 = 16$ (cm).

Chiều rộng hình chữ nhật là $27 - 16 = 11$ (cm).

Vậy diện tích hình chữ nhật là $16.11=176\ (\text{cm}^2)$.

Bài 33: Một hình chữ nhật nếu tăng chiều rộng để bằng chiều dài của nó thì diện tích tăng thêm $20\ \text{cm}^2$, khi giảm chiều dài cho bằng chiều rộng thì diện tích giảm đi $16\ \text{cm}^2$. Tính diện tích hình chữ nhật ban đầu.

Lời giải:



Khi tăng chiều rộng bằng chiều dài, diện tích tăng thêm $20\ \text{cm}^2$ chính là diện tích của hình chữ nhật $DCFE$.

Khi giảm chiều dài bằng chiều rộng, diện tích giảm đi $16\ \text{cm}^2$ chính là diện tích của hình chữ nhật $GBCH$

Vẽ hình chữ nhật $DHIE$.

Ta có $HC=HI$ (cùng bằng hiệu chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật ban đầu). Hiệu của diện tích tăng lên và diện tích giảm đi chính bằng diện tích của hình vuông $HCFI$. Hiệu đó là $20-16=4\ (\text{cm}^2)$.

Do $4=2.2$ nên độ dài cạnh HC là 2cm.

Cạnh DH hay chiều rộng của hình chữ nhật ban đầu là $16:2=8\ (\text{cm})$.

Chiều dài của hình chữ nhật ban đầu là $8+2=10\ (\text{cm})$.

Diện tích hình chữ nhật ban đầu là $8.10=80\ (\text{cm}^2)$.

Bài 34. Cho đoạn thẳng $AB=8\text{cm}$. Điểm C thuộc đường thẳng AB sao cho $BC=4\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng AC.

Lời giải

Xét hai trường hợp:

*Th1: C thuộc tia đối của tia BA

Hai tia BA, BC là hai tia đối nhau suy ra B nằm giữa A và C

$AC=AB+BC=12\text{cm}$

*Th2: C thuộc tia BA

C nằm giữa A và B (vì $BA>BC$) suy ra:

$AC+BC=BA$

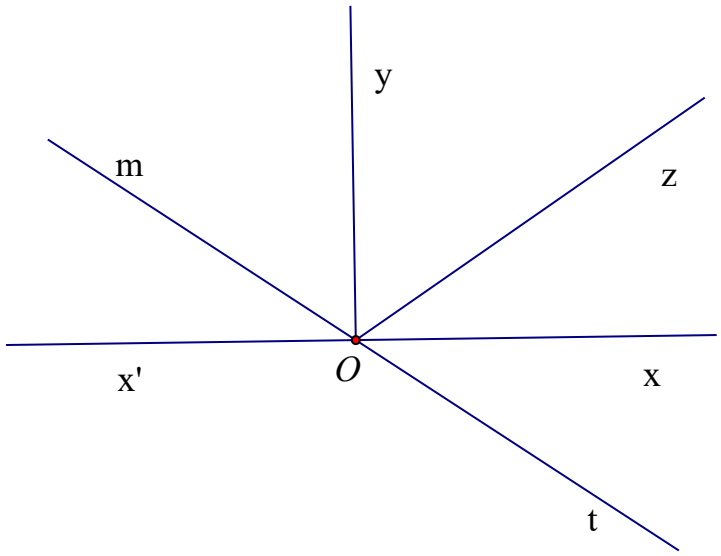
$AC=AB-BC=4\text{cm}$

Bài 35. Cho tia Oz nằm trong góc vuông xOy. Vẽ tia Ot sao cho Ox là tia phân giác của $\widehat{tOz}$. Vẽ tia Om sao cho tia Oy là phân giác của $\widehat{zOm}$

a) Chứng minh rằng tia Om và tia Ot là hai tia đối nhau

b) Gọi Ox' là tia đối của tia Ox, biết rằng $\widehat{x'Om}=30^0$. Tính $\widehat{tOz}$

c) Vẽ thêm 2014 tia phân biệt gốc O (không trùng với các tia Ox, Oz, Oy, Om, Ox' và Ot). Hỏi trong hình vẽ có tất cả bao nhiêu góc ?



Lời giải

a) Tia Oz nằm trong góc xOy nên:

$\widehat{xOz}+\widehat{zOy}=\widehat{xOy}=90^0$

Theo giả thiết ta có các tia phân giác nên $\widehat{xOz}=\frac{1}{2}\widehat{tOz}$; $\widehat{zOy}=\frac{1}{2}\widehat{zOm}$

Từ đó suy ra : $\frac{1}{2}\widehat{tOz}+\frac{1}{2}\widehat{zOm}=90^0$ *hay* $\widehat{tOz}+\widehat{zOm}=180^0$

Suy ra: $\widehat{tOz};\widehat{zOm}$ là hai góc kề nhau

b) Chứng minh $\widehat{tOz}=\widehat{mOx'}=30^0$ (cùng kề bù với $\widehat{mOx}$) suy ra:

$\widehat{tOx}=\widehat{xOz}=30^0$

Suy ra: $\widehat{tOz}=60^0$

c) Giả sử vẽ thêm n tia phân biệt gốc O không trùng với các tia Ox, Oy, Oz, Ot Om, Ox'. Tất cả trong hình vẽ có $n+6$ tia phân biệt

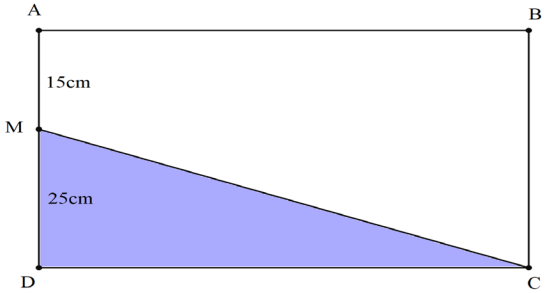
Cứ 1 tia trong $n+6$ tia đó tạo với $n+5$ thi còn lai thành $n+5$ góc

Có $n+6$ tia tạo thành $(n+5)(n+6)$ góc, nhưng như thế mỗi góc được tính 2 lần

Vậy có tất cả là $\frac{(n+5)(n+6)}{2}$ góc

Thay $n=2014$ ta được số góc là: $(2014+6)(2014+5):2=2039190$ (góc)

Bài 36. Cho hình vẽ dưới đây, biết diện tích hình chữ nhật là 2400 cm^2. Tính diện tích hình tam giác MCD



Lời giải:

Chiều rộng của hình chữ nhật là: $25+15=40\ (\text{cm})$

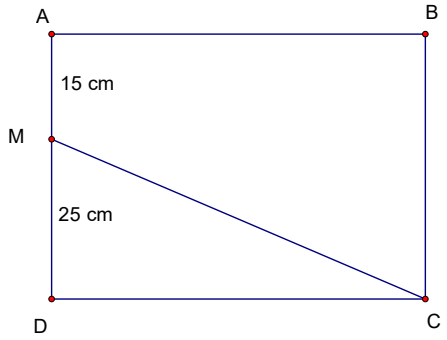
Chiều dài hình chữ nhật là: $2400:40=60\ (\text{cm})$

Diện tích hình tam giác MCD là: $60.25:2=750\ (\text{cm}^2)$

Bài 37. Cho hình vẽ sau đây biết diện tích hình tam giác MCD là $1500\ \text{cm}^2$.

a) Tìm diện tích hình chữ nhật $ABCD$?

b) Tìm diện tích tứ giác $AMCB$?



Lời giải:

Chiều dài DC của hình chữ nhật $ABCD$.

$1500.2:25=120\ (\text{cm})$

Chiều rộng hình chữ nhật $ABCD$ là:

$25+15=40\ (\text{cm})$

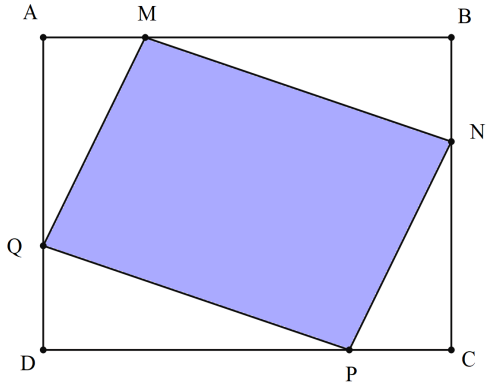
Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là:

$120.40=4800\ (\text{cm}^2)$

Diện tích hình tứ giác $AMCB$ là:

$(15+40).120:2=3300\ (\text{cm}^2)$

Bài 38. Cho hình vẽ với các số đo như sau



Tính diện tích hình bình hành $MNPQ$ vẽ trong hình chữ nhật $ABCD$. Biết $AB=28\ \text{cm}$; $CB=18\ \text{cm}$; $AM=CP=\frac{1}{4}AB$; $BN=DQ=\frac{1}{3}BC$;

Lời giải:

Diện tích hình bình hành $MNPQ$ bằng diện tích hình chữ nhật $ABCD$ trừ đi tổng diện tích của bốn hình tam giác MAQ, MBN, PCN và QDP.

Ta có:

$AM=GP=28:4=7\ (\text{cm})$

$BN=DQ=18:3=6\ (\text{cm})$

$MB=28-7=21\ (\text{cm})$

$AQ=18-6=12\ (\text{cm})$

Diện tích hình tam giác MBN (hoặc tam giác QDP) là:

$21.6:2=63\ (\text{cm}^2)$

Diện tích hình tam giác AMQ (hoặc tam giác PCN) là:

$7.12:2=42\ \left(\text{cm}^2\right)$

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là:

$28.18=504\ \left(\text{cm}^2\right)$

Diện tích hình bình hành $MNPQ$ là:

$504-\left(42.2+63.2\right)=294\ \left(\text{cm}^2\right)$

Bài 39. Một thửa ruộng hình chữ nhật có chiều rộng $22,5$ m và có diện tích bằng diện tích một cái sân hình vuông cạnh 27 m. Tính chu vi thửa ruộng đó?

Lời giải:

Diện tích hình chữ nhật là: $27.27=729\ \left(\text{m}^2\right)$

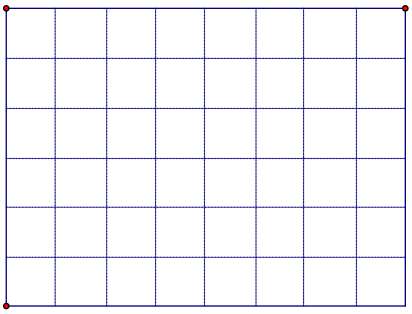
Chiều dài hình chữ nhật là: $729:22,5=32,4$ (m)

Chu vi hình chữ nhật là: $(32,4+22,5).2=109,8$ (m)

Bài 40. Một nền nhà hình chữ nhật có nửa chu vi là $22,5$ m, chiều rộng $4,5$ m. Người ta nát nền nhà bằng loại gạch men hình vuông có cạnh 3 dm.

a) Tính diện tích nền nhà.

b) Tìm số viên gạch cần dùng để nát nền nhà đó (Coi diện tích khe giữa các viên gạch không đáng kể)



Lời giải:

a) Chiều dài hình chữ nhật là: $22,5-4,5=18$ (m)

Diện tích nền nhà là: $18.4,5=81\ \left(\text{m}^2\right)$

Đổi 3 dm $=0,3$ m

b) Diện tích viên gạch men là: $0,3.0,3=0,09\ \left(\text{m}^2\right)$

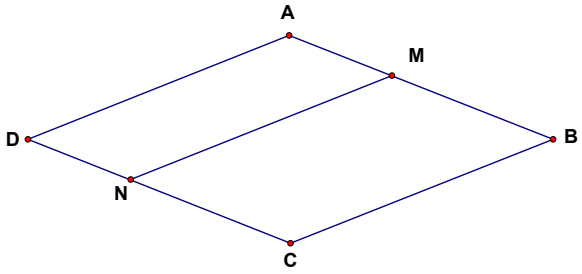
Số viên gạch cần dùng để nát nền nhà đó là: $81:0,09=900$ (viên)

Bài 41. Cho hình thoi $ABCD$ có diện tích là 216 cm^2 và chu vi là 60 cm.

Đoạn thẳng MN chia hình thoi thành hai hình bình hành $AMND$ và $MBCN$ (như hình vẽ), biết độ dài cạnh MB hơn độ dài cạnh AM là 5 cm. Tính:

a) Chu vi hình bình hành $MBCN$.

b) Diện tích hình bình hành $AMND$.



Lời giải:

Cạnh AB của hình thoi có độ dài là: $60:4=15\ (\text{cm})$

Độ dài cạnh MB là: $(15+5):2=10\ (\text{cm})$

Độ dài cạnh AM là: $15-10=5\ (\text{cm})$

a) Chu vi hình bình hành $MBCN$ là: $(10+15).2=50$ cm

b) Có $\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{5}{15}=\dfrac{1}{3}$ hay diện tích hình binh hành $AMND$ bằng $\dfrac{1}{3}$ diện tích hình bình hành $ABCD$. (vì có cùng chiều cao hạ từ N xuống AB)

Diện tích hình bình hành $AMND$ là: $216.\dfrac{1}{3}=72\ (\text{cm}^2)$

Bài 42: Cho 1000 điểm phân biệt, trong đó có đúng 3 điểm thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu đường thẳng tạo bởi hai trong 1000 điểm đó?

Lời giải

Số đường thẳng tạo bởi 1000 điểm phân biệt là: $\dfrac{1000.999}{2}=499500$ (đường thẳng).

Số đường thẳng tạo bởi 3 điểm không thẳng hàng là: $\dfrac{3.2}{2}=3$ (đường thẳng).

Theo bài ra vì có 3 điểm thẳng hàng nên số đường thẳng giảm đi là: $3-1=2$ (đường thẳng).

Vậy số đường thẳng tạo thành là: $499500-2=499498$ (đường thẳng)

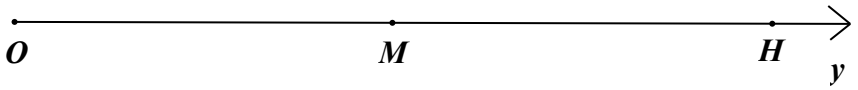
Bài 43:

1. Trên tia Oy, lấy điểm M và H sao cho $OM=5\,\text{cm}$, $OH=10\,\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng HM. Điểm M có là trung điểm của đoạn thẳng OH không? Vì sao?

2. Cho đoạn thẳng AB. Điểm C thuộc tia đối của tia BA. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AB và AC. Chứng minh rằng: $CM=\dfrac{CA+CB}{2}$ và $MN=\dfrac{BC}{2}$.

Lời giải

1)

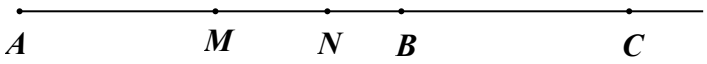


Ta có M nằm giữa O và H.

Nên $OM+MH=OH\ \Rightarrow MH=10-5=5cm$

Điểm M có là trung điểm của đoạn thẳng OH vì : M nằm giữa O và H và $MH=MO(=5\,cm)$

2) Chứng minh rằng: $CM = \dfrac{CA+CB}{2}$ và $MN = \dfrac{BC}{2}$.



Vì M là trung điểm của AB, điểm C thuộc tia đối của tia BA nên M nằm giữa A và C.

Suy ra: $CA = CM + AM$

$\Rightarrow CM = AC - AM \ (1)$

Lại có B nằm giữa M và C

$\Rightarrow CM = CB + BM \ (2)$

Từ (1) và $(2) \Rightarrow 2CM = AC - AM + BC + MB = AC + BC (do\ AM = MB)$

Vậy $CM = \dfrac{CA+CB}{2}$

Lại có N là trung điểm của $AC \Rightarrow CN = \dfrac{AC}{2}$

Có $AB < AC$, M, N theo thứ tự là trung điiểm của AB và $AC \Rightarrow AM < AN$

$\Rightarrow M$ nằm giữa A và $N \Rightarrow AN = AM + MN$

$\Rightarrow MN = AN - AM = \dfrac{AC-AB}{2} = \dfrac{BC}{2}$

Bài 45: Nhà Hoàng cách trường học $3400m$. Hằng ngày trên đường đến trường Hoàng phải đi qua UBND xã sau đó đến một siêu thị cách trường $800m$.

Nhà Hoàng UBND xã Siêu thị Trường

Hỏi quãng đường từ UBND xã đến siêu thị dài bao nhiêu m? Biết rằng UBND xã nằm chính giữa nhà Hoàng và trường học.

Trích đề HSG huyện Mỹ Lộc năm 2021 - 2022

Lời giải

Vì UBND xã nằm chính giữa nhà Hoàng và trường học nên khoảng cách từ UBND xã đến trường học là : $3400 : 2 = 1700$ (m)

Vì siêu thị cách trường $800\,m$ nên khoảng cách từ UBND xã đến siêu thị là :

$1700 - 800 = 900\,m$

Vậy khoảng cách từ UBND xã đến siêu thị là $900m$

Bài 46: Người ta trồng cây ở hai bên đường của một đoạn đường dài $1500m$. Biết khoảng cách giữa các cây đều nhau là $2m$ và ở cả 2 đầu của đoạn đường đều có trồng cây. Tính số cây phải trồng ở cả 2 bên của đoạn đường đó

Trích đề HSG huyện Trực Ninh, năm 2021 - 2022

Lời giải

Số cây phải trồng ở 1 bên của đoạn đường đó là: $1500 : 2 + 1 = 751$ (cây)

Số cây phải trồng ở cả 2 bên của đoạn đường đó là: $751.2 = 1502$ (cây)

Đáp số: 1502 cây.

Bài 47: Cho 20 điểm phân biệt trong đó có a điểm thẳng hàng cứ qua 2 điểm ta vẽ được 1 đường thẳng. Tìm a biết số đường thẳng tạo thành là 421 đường thẳng.

Lời giải

Giả sử trong 20 điểm không có 3 điểm nào thẳng hàng

Gọi 20 điểm đó là $A_1, A_2, A_3, ..., A_{20}$

Vì cứ qua 2 điểm ta vẽ được 1 đường thẳng nên

Qua điểm A_1 và từng điểm trong 19 điểm còn lại $A_2, A_3, ..., A_{20}$ ta vẽ được 19 đường thẳng.

Qua điểm A_2 và từng điểm trong 18 điểm còn lại $A_3, A_4, ..., A_{20}$ ta vẽ được 18 đường thẳng.

.....

Qua điểm A_{19} và điểm A_{20} ta vẽ được 1 đường thẳng.

Do đó số đường thẳng tạo thành là: $1+2+3+....+19+20=190$ (đường thẳng)

Với a điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng thì ta có số đường thẳng tạo thành là

$$1+2+3+.....+(a-1)=\frac{a.(a-1)}{2}$$

Với a điểm thẳng hàng ta chỉ vẽ được 1 đường thẳng.

Vậy trong 20 điểm mà có a điểm thẳng hàng thì số đường thẳng giảm đi là:

$(a-1)a:2-1=190-170$

$(a-1)a:2=21\Rightarrow a(a-1)=42=6.7\Rightarrow a=7$

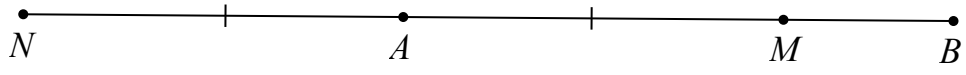
Bài 48: Trên đoạn thẳng $AB=3$ cm lấy điểm M. Trên tia đối của tia AB lấy điểm N sao cho $AM=AN$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng BN khi $BM=1$ cm.

b. Hãy xác định vị trí của M (trên đoạn thẳng AB) để BN có độ dài lớn nhất.

Lời giải

a)



- M nằm giữa hai điểm A, B nên $MA = AB - MB = 3 - 1 = 2(cm)$

Suy ra $AN = AM = 2$ (cm).

- A nằm giữa hai điểm N, B nên $BN = AN + AB = 2 + 3 = 5$ (cm).

b) $BN = AN + AB$, AB không đổi nên BN lớn nhất khi AN lớn nhất.

+) AN lớn nhất khi AM lớn nhất.

+) AM lớn nhất khi $AM = AB$.

- Lúc đó M trùng với B và BN bằng 6(cm).

Bài 49: Trên mặt phẳng cho n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Biết rằng tổng số giao điểm mà n đường thẳng đó cắt nhau tạo ra bằng 465. Tìm n.

Lời giải

Có n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng nào đồng quy, nên mỗi đường thẳng sẽ cắt n-1 đường thẳng còn lại tạo ra n -1 giao điểm phân biệt.

Do đó n đường thẳng thì có $n(n-1)$ giao điểm nhưng mỗi giao điểm đã được tính 2 lần.

Vậy thực tế chỉ có giao điểm.

Theo bài ra ta có:

$\Rightarrow n(n-1) = 930 = 31.30$

$\Rightarrow n = 31$

Vậy $n = 31$

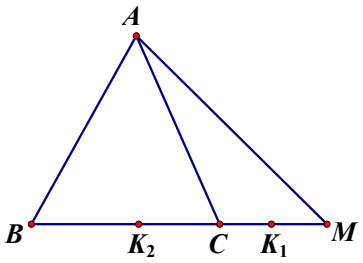
Bài 50: Cho tam giác ABC có $BC = 5,5cm$. Điểm M thuộc tia đối của tia CB sao cho $CM = 3cm$

a. Tính độ dài BM

b. Biết $\widehat{BAM} = 80^0, \widehat{BAC} = 60^0$. Tính $\widehat{CAM}$

c. Tính độ dài BK thuộc đoạn BM biết $CK = 1cm$

Lời giải



a) C nằm giữa B và M $\Rightarrow BC + CM = BM \Rightarrow BM = 3 + 5,5 = 8,5$

b) C nằm giữa B và M nên AC là tia nằm giữa 2 tia AB, AM

$. \Rightarrow \widehat{BAC} + \widehat{CAM} = \widehat{BAM}$.

$\Rightarrow \widehat{CAM} = \widehat{BAM} - \widehat{BAC} = 80^0 - 60^0 = 20^0$

c. Xét 2 trường hợp:

+Nếu K nằm giữa C và M ta tính được: $BK = BC + CK = 5,5 + 1 = 6,5\,(\text{cm})$

+Nếu K nằm giữa C và $B \Rightarrow BK = 4,5cm$

Bài 51: Cho góc $xBy = 55^0$. Trên các tia Bx, By lần lượt lấy các điểm A, C $(A \neq B, B \neq C)$. Trên đoạn thẳng AC lấy điểm D sao cho $\widehat{ABD} = 30^0$

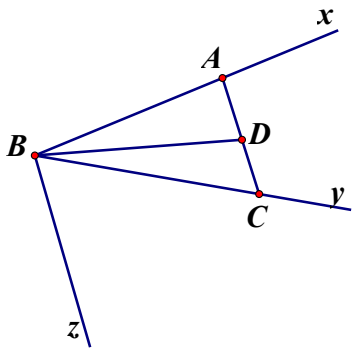
a) Tính độ dài AC, biết $AD = 4cm, CD = 3cm$

b) Tính số đo góc DBC

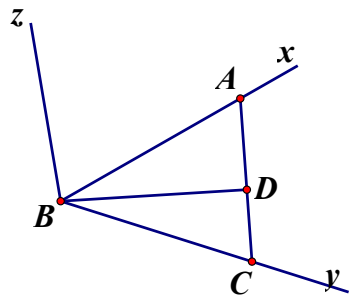
c) Từ B vẽ tia Bz sao cho $\widehat{DBz} = 90^0$. Tính số đo $\widehat{ABz}$

Lời giải

TH1:



TH2:



a. Vì D thuộc đoạn thẳng AC nên D nằm giữa A và C

$AC = AD + CD = 4 + 3 = 7\,\text{cm}$

b. Chứng minh được tia BD nằm giữa hai tia BA và BC

Ta có đẳng thức: $\widehat{ABC} = \widehat{ABD} + \widehat{DBC} \Rightarrow \widehat{DBC} = \widehat{ABC} - \widehat{ABD} = 25^0$

c. Xét hai trường hợp:

Trường hợp 1: Tia BA nằm giữa hai tia Bz và BD

Tính được $\widehat{ABz} = 90^0 - \widehat{ABD} = 90^0 - 30^0 = 60^0$

Trường hợp 2: Tia BD nằm giữa hai tia Bz và BA.

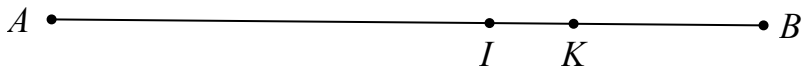
Tính được $\widehat{ABz} = 90^0 + \widehat{ABD} = 90^0 + 30^0 = 120^0$

Bài 52:

a) Cho đoạn thẳng $AB = 7\text{cm}$. Trên tia AB lấy điểm I sao cho $AI = 4\,\text{cm}$. Trên tia BA lấy điểm K sao cho $BK = 2\,\text{cm}$. Tính IK

b) Trên tia Ox cho 4 điểm A, B, C, D. biết rằng A nằm B và C, B nằm giữa C và D $OA = 5\,\text{cm}, OD = 2\text{cm}, BC = 4\,\text{cm}$ và độ dài AC gấp đôi độ dài BD. Tính độ dài các đoạn BD, AC.

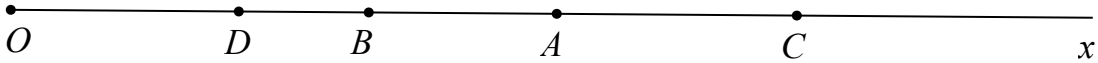
Lời giải



a. Ta có điểm K nằm giữa A và B. Suy ra : $AK + KB = AB \Rightarrow AK = 7 - 2 = 5cm$

Ta có điểm I nằm giữa A và K.

Do I nằm giữa A và K nên $AI + IK = AK \Rightarrow 4 + IK = 5 \Rightarrow IK = 1(cm)$



b)

Vì A nằm giữa B và C nên $BA + AC = BC \Rightarrow BA + AC = 4$ (1)

Ta có B nằm giữa A và D

Theo giả thiết $OD < OA \Rightarrow D$ nằm giữa O và A.

Mà $OD + DA = OA \Rightarrow 2 + DA = 5 \Rightarrow DA = 3cm$

Ta có $DB + BA = DA \Rightarrow DB + BA = 3(2)$

Lấy $(1) - (2)$: $AC - DB = 1$ (3)

Theo đề ra : $AC = 2BD$ thay vào (3)

Ta có: $2BD - BD = 1 \Rightarrow BD = 1(cm) \Rightarrow AC = 2BD = 2(cm)$

Bài 53: Cho 20 điểm, trong đó có a điểm thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm, ta vẽ một đường thẳng. Tìm a, biết vẽ được tất cả 170 đường thẳng.

Lời giải

Giả sử trong 20 điểm, không có 3 điểm nào thẳng hàng. Khi đó, số đường thẳng vẽ được là:

$$19.20 : 2 = 190.$$

Trong a điểm không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số đường thẳng vẽ được là: $(a-1)a : 2$.

Vì có a điểm thẳng hàng nên qua a điểm này ta chỉ vẽ được 1 đường thẳng.

Ta có: $190 - (a-1)a : 2 + 1 = 170$

$(a-1)a : 2 = 21$

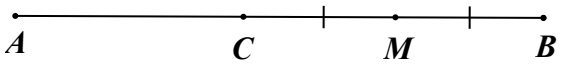
$(a-1)a = 42$

$(a-1)a = 6 \cdot 7$

Vậy $a = 7$.

Bài 54: Cho đoạn thẳng $AB = 7\,\text{cm}$. Gọi C là điểm nằm giữa A và B, $AC = 3\,\text{cm}$. M là trung điểm của BC. Tính BM.

Lời giải:



Vì điểm C nằm giữa hai điểm A và B

Nên $AC + BC = AB$

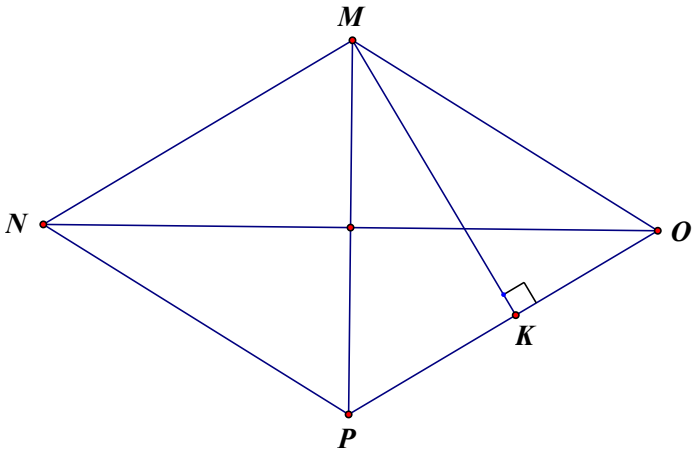
$3 + BC = 7$

Suy ra $BC = 7 - 3 = 4$ (cm)

Vì M là trung điểm của đoạn thẳng BC

Nên $BM = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$ (cm).

Bài 55: Cho hình vẽ sau:



Hình thoi $MNPQ$ có độ dài cạnh là $30\,cm$. Tổng độ dài hai đường chéo là $84\,cm$, hiệu độ dài hai đường chéo là $12\,cm$. Tính độ dài chiều cao NK.

Lời giải

Độ dài đường chéo thứ nhất của hình thoi là:

$(84+12):2=48(\text{cm})$

Độ dài đường chéo thứ hai của hình thoi là:

$48-12=36(\text{cm})$

Diện tích hình thoi $MNPQ$ là:

$48\cdot 36:2=864(\text{cm}^2)$

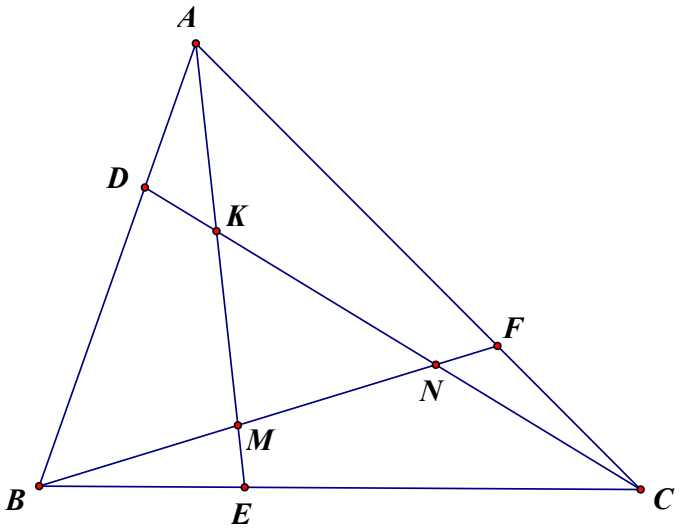
Diện tích hình thoi còn được tính như sau: $S_{MNPQ}=NK\cdot PQ$

$\Rightarrow NK=S_{MNPQ}:PQ=864:30=28,8(\text{cm})$

Vậy $NK=28,8\,\text{cm}$

Bài 56: Cho tam giác ABC. Lấy các điểm D, E, F theo thứ tự thuộc các cạnh AB, BC, CA sao cho $AD=\frac{1}{3}AB$, $BE=\frac{1}{3}BC$, $CF=\frac{1}{3}CA$. Các đoạn thẳng AE, BF, CD cắt nhau tạo thành một tam giác. Chứng minh rằng diện tích tam giác này bằng $\frac{1}{7}$ diện tích tam giác ABC.

Lời giải



Đặt $S_{AKD}=a$ thì

$S_{AKB}=3S_{ADK}=3a$ (vì $AD=\frac{1}{3}AB$)

Ta có $S_{ABE}=\frac{1}{2}S_{AEC}$ (vì $BE=\frac{1}{2}EC$)

$S_{BKE}=\frac{1}{2}S_{KEC}$ (vì $BE=\frac{1}{2}EC$)

$\Rightarrow S_{ABK}=\frac{1}{2}S_{AKC}\Rightarrow S_{AKC}=2S_{ABK}=2\cdot 3a=6a$

$S_{ADC}=S_{ADC}+S_{AKC}=7a$

$S_{ABC}=3S_{ADC}=3\cdot 7a=21a$ (vì $AD=\frac{1}{3}AB$)

$\Rightarrow S_{AKC}=\frac{6}{21}S_{ABC}=\frac{2}{7}S_{ABC}$

Chứng minh tương tự $S_{BMA}=S_{CNB}=\frac{2}{7}S_{ABC}$

Do đó $S_{AKC}+S_{CNB}+S_{BMA}=\frac{6}{7}S_{ABC}\Rightarrow S_{MNK}=\frac{1}{7}S_{ABC}$

Bài 57:

a) Cho 40 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi vẽ được bao nhiêu đường thẳng?

b) Cho 40 điểm trong đó có đúng 10 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi vẽ được bao nhiêu đường thẳng?

c) Cho n điểm $(n \in \mathbb{N})$. Trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng, cứ qua hai điểm ta được 1 đường thẳng. Biết rằng có tất cả 105 đường thẳng. Tìm n?

Trích đề HSG Huyện Gia Lai năm 2018-2019

Lời giải

a) Kẻ từ 1 điểm bất kỳ với các điểm còn lại được: 39 đường thẳng.

Làm như vậy với 40 điểm ta được $39.40 = 1560$ (đường thẳng)

Nhưng mỗi đường thẳng được tính hai lần do vậy số đường thẳng thực sự là:

$1560 : 2 = 780$ (đường thẳng)

b) Nếu 40 điểm không có ba điểm nào thẳng hàng thì sẽ vẽ được 780 đường thẳng.

Với 10 điểm, không có ba điểm nào thẳng hàng thì vẽ được: $10.9 : 2 = 45$ (đường thẳng)

Số đường thẳng cần tìm là: $780 - 44 = 736$ (đường thẳng)

c) Ta có:

$n.(n-1) : 2 = 105$

$n(n-1) = 210$

$n(n-1) = 15.14$

Vậy $n = 15$.

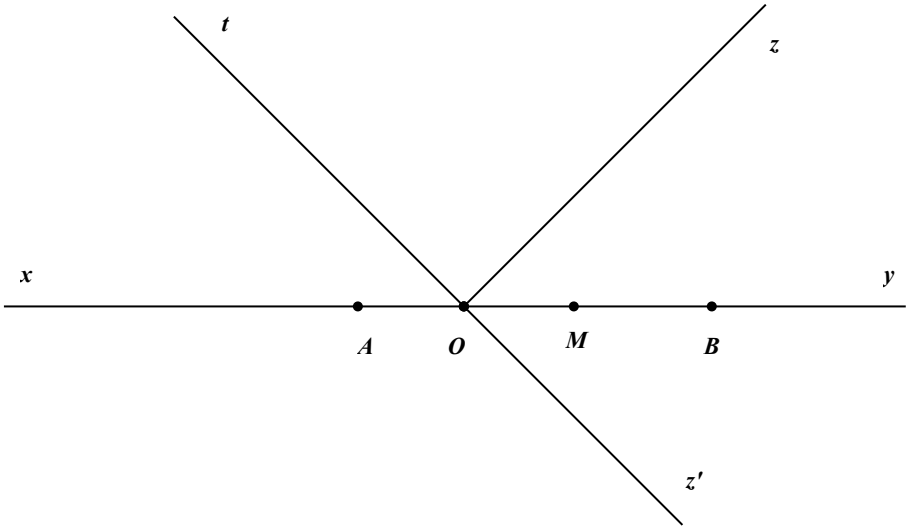
Bài 58: Cho góc bẹt xOy, trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA = 2cm$, trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho $OM = 1\text{cm}, OB = 4\text{cm}$.

a) Chứng tỏ: điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

b) Từ O kẻ hai tia Ot, Oz sao cho $\widehat{tOy} = 130^0$, $\widehat{zOy} = 30^0$. Tính số đo $\widehat{tOz}$?

Trích đề HSG Huyện Bá Thước năm 2018-2019

Lời giải



a) Ta có M là điểm nằm giữa O và B.

$OM + MB = OB$

$MB = OB - OM = 4 - 1 = 3(\text{cm})$

Do O nằm giữa hai điểm A và M suy ra:

$OM + OA = MA = 2 + 1 = 3(\text{cm})$

Mặt khác do M nằm giữa A và B, Vậy M là trung điểm của AB.

b) TH1: Tia Ot, Oz trên cùng một nửa mặt phẳng.

Do $\widehat{yOt}=130^0, \widehat{yOz}=30^0$ suy ra tia Oz nằm giữa hai tia Ot, Oy.

Ta có: $\widehat{tOz}=\widehat{tOy}-\widehat{yOz}=130^0-30^0=100^0$.

TH2: Tia Ot và tia Oz không nằm cùng một phía với xy.

Suy ra tia Oy nằm giữa 2 tia Ot, Oz.

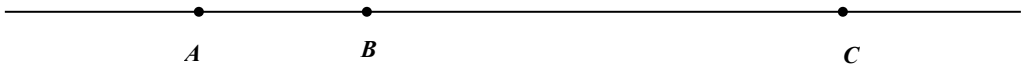
Ta có: $\widehat{tOz}=\widehat{tOy}+\widehat{yOz}=130^0+30^0=160^0$.

Bài 59: Cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng $2\,\text{cm}$. Lấy điểm C thuộc đường thẳng AB sao cho $BC=5\,\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng AC.

Trích đề HSG Huyện Trực Ninh năm 2017-2018

Lời giải

Trường hợp điểm C thuộc tia đối của tia BA.



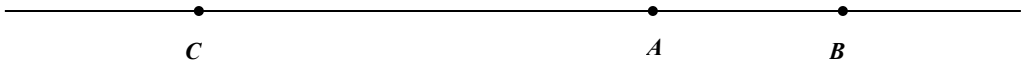
Điểm C thuộc tia đối của tia BA nên hai tia BA và BC đối nhau, suy ra điểm B nằm giữa hai điểm A và C.

Ta có:

$AB+BC=AC$

$AC=2\,\text{cm}+5\,\text{cm}=7\,\text{cm}$.

Trường hợp điểm C thuộc tia BA



Trên tia BA, $BA<BC\,(2\,\text{cm}<5\,\text{cm})$ nên điểm A nằm giữa hai điểm B và C.

Ta có:

$AB+AC=BC$

$AC=BC-AB=5\,\text{cm}-2\,\text{cm}=3\,\text{cm}$.

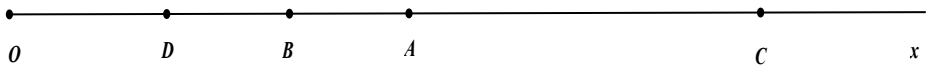
Bài 60: Trên tia Ox, cho 4 điểm A, B, C, D. Biết rằng A nằm giữa B và C; B nằm giữa C và D; $OA=7\,\text{cm}; OD=3\,\text{cm}; BC=8\,\text{cm}$ và $AC=3BD$.

a) Tính độ dài AC

b) Chứng tỏ rằng: Điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AD.

Trích đề HSG Huyện Nga Sơn năm 2017-2018

Lời giải



a) Đặt $BD=x\,(\text{cm})$ suy ra $AC=3x\,(\text{cm})$.

Vì D nằm giữa O và A (Do $OD<OA$) nên: $OD+DA=OA$ suy ra $DA=4$.

Suy ra $DB+BA=4$ suy ra $x+BA=4$ (1)

Vì A nằm giữa B và C nên: $BA+AC=BC$ hay $3x+BA=8$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $(3x+BA)-(x+BA)=8-4$ suy ra $2x=4$ suy ra $x=2$

Suy ra $AC=3.2=6\,(\text{cm})$

b) Theo (1) ta có: $x+BA=4$ mà $x=2$ suy ra $BA=2$.

Mà $BD=x=2$ suy ra $BD=BA(=2)$ suy ra B là trung điểm của đoạn thẳng AD.

Bài 61:

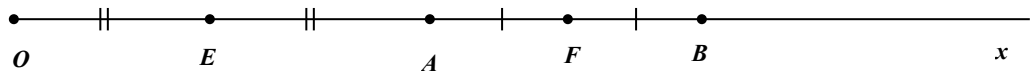
a) Trên tia Ox lấy 2 điểm A, B sao cho $OA = 6\,\text{cm}, OB = 10\,\text{cm}$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của OA, AB. Tính độ dài đoạn thẳng EF.

b) Vẽ tia Ox, Oy, Oz sao cho Oy nằm giữa hai tia Ox, Oz và $\widehat{xOy} = 50^0; \widehat{xOz} = 100^0$. Vẽ tia Oy' là tia đối của tia Oy. Tính số đo $\widehat{y'Oz}$.

c) Cho 2018 điểm phân biệt trong đó có đúng 3 điểm thẳng hàng. Qua hai điểm ta kẻ được một đường thẳng. Tính số đường thẳng kẻ được.

Trích đề HSG Huyện Kinh Môn năm 2017-2018

a)



Vì điểm A nằm giữa hai điểm O và B suy ra $OA + AB = OB$.

Thay số: $6 + AB = 10$ suy ra $AB = 4\,\text{cm}$. Vậy $AB = 4\,\text{cm}$.

Vì E là trung điểm OA nên $EA = \dfrac{OA}{2}$, thay số $EA = 6:2 = 3\,\text{cm}$.

F là trung điểm của AB nên $AF = \dfrac{AB}{2}$.

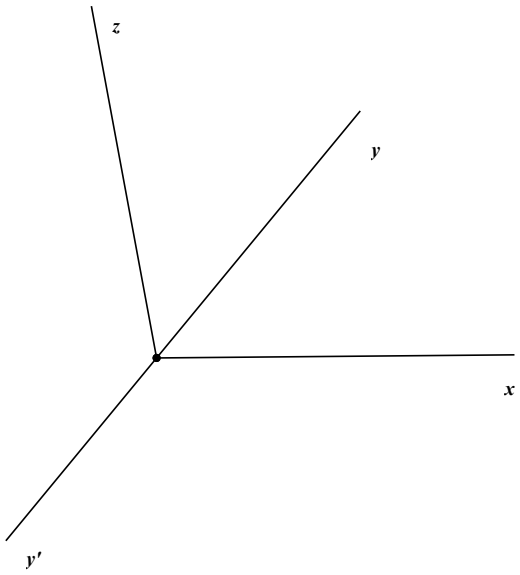
Thay số: $AF = 4:2 = 2\,\text{cm}$.

Do A nằm giữa O và B. Mà E là trung điểm của OA, F là trung điểm của AB nên điểm A nằm giữa hai điểm E và F.

Suy ra $EF = EA + AF = 3 + 2 = 5\,(\text{cm})$.

Vậy $EF = 5\,\text{cm}$.

b)



Tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz suy ra $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$.

Thay số $50^0 + \widehat{yOz} = 100^0$ suy ra $\widehat{yOz} = 50^0$.

Do tia Oy' là tia đối của tia Oy suy ra $\widehat{y'Oz}, \widehat{yOz}$ là hai góc kề bù.

Suy ra $\widehat{y'Oz} + \widehat{yOz} = 180^0$.

Thay số: $\widehat{y'Oz} + 50^0 = 180^0$ suy ra $\widehat{y'Oz} = 130^0$.

Vậy $\widehat{y'Oz} = 130^0$.

c) Giả sử trong 2018 điểm không có ba điểm nào thẳng hàng

Từ 1 điểm ta nối với 2017 điểm còn lại ta được 2017 đường thẳng. Làm như vậy với 2018 điểm ta được $2018.2017=4070306$ đường thẳng.

Vì mỗi đường thẳng được tính hai lần, do đó số đường thẳng kẻ được là: 2035153 đường thẳng.

Số đường thẳng đi qua 3 điểm không thẳng hàng là 3.

Số đường thẳng đi qua 3 điểm phân biệt thẳng hàng là 1.

Khi thay 3 điểm phân biệt không thẳng hàng thành 3 điểm phân biệt thẳng hàng thì số đường thẳng giảm đi là: $3-1=2$ (đường thẳng)

Do trong 2018 điểm phân biệt trên có đúng ba điểm thẳng hàng nên số đường thẳng thực tế kẻ được là: $2035153-2=2035151$(đường thẳng)

Vậy ta kẻ được tất cả là 2035151 đường thẳng.

Bài 62: Cho đoạn thẳng $AB=2^{2008}(\text{cm})$. Gọi M_1 là trung điểm của đoạn thẳng AB; M_2 là trung điểm của đoạn thẳng M_1B; M_3 là trung điểm của đoạn thẳng M_2B; ... ; M_{2008} là trung điểm của đoạn thẳng $M_{2007}B$. Tính độ dài đoạn thẳng $M_{2008}B$.

Trích đề HSG Huyện năm 2021-2022

Lời giải

M_1 là trung điểm của AB nên $M_1B=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{2^{2008}}{2}=2^{2007}(\text{cm})$

M_2 là trung điểm của M_1B nên $M_2B=\dfrac{M_1B}{2}=\dfrac{2^{2007}}{2}=2^{2006}(\text{cm})$

Như vậy: $M_1B=\dfrac{2^{2008}}{2^1};\ M_2B=\dfrac{2^{2008}}{2^2};\ M_3B=\dfrac{2^{2008}}{2^3};...$

Do đó $M_{2007}B=\dfrac{2^{2008}}{2^{2007}}=2(\text{cm})$

M_{2008} là trung điểm của $M_{2007}B$ nên $M_{2008}B=\dfrac{M_{2007}B}{2}=\dfrac{2}{2}=1(\text{cm})$

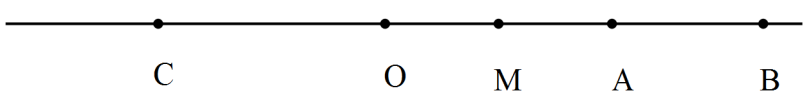
Bài 63: Trên tia Ox lấy hai điểm A,B sao cho $OA=3\,\text{cm},OB=5\,\text{cm}$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng AB.

b) Trên tia đối của tia Ox lấy điểm C sao cho O là trung điểm của đoạn thẳng AC. Lấy điểm M thuộc đoạn thẳng OA sao cho $OM=\dfrac{1}{2}OA$. Hỏi M có là trung điểm của đoạn thẳng BC không? Vì sao?

Trích đề HSG Huyện năm 2020-2021

Lời giải



a) Ta có điểm A nằm giữa hai điểm B và O.

Do đó, ta có: $OA+AB=OB$ suy ra $AB=OB-OA.$

Mà $OA=3\,\text{cm};OB=5\,\text{cm}$ nên: $AB=5-3=2\,\text{cm}.$

Vậy $AB=2\,\text{cm}.$.

b) Vì điểm O là trung điểm của đoạn thẳng AC nên $OC = OA = 3\,\text{cm}$..

Vì điểm M là trung điểm của đoạn thẳng OA nên $OM = MA = 3:2 = 1,5\,(\text{cm})$.

Vì điểm O nằm giữa hai điểm $C;M$

Do đó ta có:

$CO + OM = CM$

$3 + 1,5 = CM$

$CM = 4,5\,(\text{cm})$

Trên tia Ox có $OM < OB\,(1,5\,\text{cm} < 5\,\text{cm})$ nên điểm M nằm giữa hai điểm O và B.

Do đó: $OM + MB = OB$ suy ra $MB = OB - OM$.

Mà $OM = 1,5\,\text{cm}; OB = 5\,\text{cm}$ nên: $MB = 5 - 1,5 = 3,5\,\text{cm}$.

Ta thấy $MB \neq MC\,(3,5\,\text{cm} \neq 4,5\,\text{cm})$ nên điểm M không là trung điểm của đoạn thẳng BC.

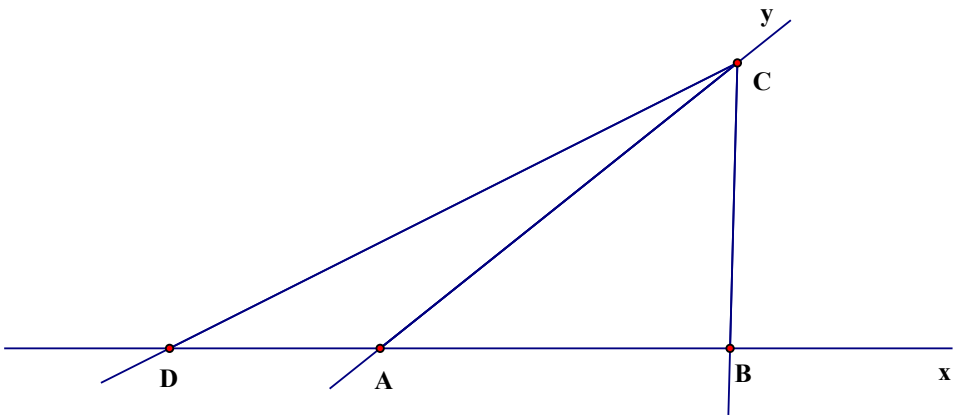
Bài 64: Cho $\widehat{xAy}$, trên tia Ax lấy điểm B sao cho $AB = 5\,\text{cm}$. Trên tia đối của tia Ax lấy điểm D sao cho $AD = 3\text{cm}$, C là một điểm trên tia Ay.

a) Tính BD.

b) Biết $\widehat{BCD} = 85^0$, $\widehat{BCA} = 50^0$. Tính $\widehat{ACD}$?.

Trích đề HSG Huyện năm 2020-2021

Lời giải



a) Ta có điểm A nằm giữa hai điểm B và D.

Suy ra $BA + AD = BD$

Suy ra $BD = 5 + 3 = 8\,(\text{cm})$

Vậy $BD = 8\,\text{cm}$

b) Vì tia CA nằm giữa hai tia CB và CD.

$\widehat{BCA} + \widehat{ACD} = \widehat{BCD}$

$50^0 + \widehat{ACD} = 85^0$

$\widehat{ACD} = 35^0$.

Vậy $\widehat{ACD} = 35^0$.

Bài 66:

1. Trên tia Ox lấy các điểm A và B sao cho $OA = 3\,\text{cm}$, $OB = 7\,\text{cm}$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng OA, K là trung điểm của đoạn thẳng AB.

a) Tính độ dài các đoạn AB và IK.

b) Gọi M là một điểm nằm ngoài đường thẳng AB, biết $\widehat{OMB} = 110^0$ và $\widehat{OMA} = \frac{2}{3}\widehat{AMB}$.

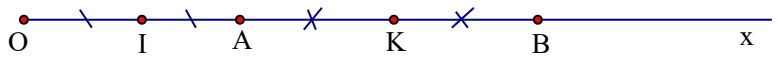
Tính số đo góc AMB.

2. Cho 30 điểm phân biệt trong đó có đúng 10 điểm thẳng hàng, cứ qua 2 điểm vẽ được một đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Trích đề HSG Huyện năm 2020-2021

Lời giải

1.



a) Ta có: $AB = OB - OA = 7 - 3 = 4(\text{cm})$

Ta có $IA = \dfrac{OA}{2}; AK = \dfrac{AB}{2}.$

Suy ra: $IK = \dfrac{OA}{2} + \dfrac{AB}{2} = \dfrac{OB}{2} = \dfrac{7}{2} = 3,5(\text{cm})$

b) Ta có: $\widehat{AMB} = \widehat{OMB} - \widehat{OMA}$

Suy ra: $\widehat{AMB} = \widehat{OMB} - \dfrac{2}{3}\widehat{AMB}$ (Vì $\widehat{OMA} = \dfrac{2}{3}\widehat{AMB}$)

Suy ra: $\widehat{AMB} + \dfrac{2}{3}\widehat{AMB} = \widehat{OMB}$

Suy ra: $\widehat{AMB} = \dfrac{2}{5}.\widehat{OMB} = \dfrac{2}{5}.110^0 = 44^0.$

2. Qua 30 điểm phân biệt vẽ được số đường thẳng là: $30.29 = 870$ (đường thẳng)

Qua 10 điểm phân biệt ta vẽ được số đường thẳng là: $10.9 = 90$ (đường thẳng)

Mà ta có 10 điểm thẳng hàng nên số đường thẳng vẽ được là: $870 - 90 = 780$ (đường thẳng)

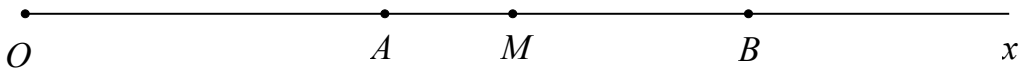
Bài 67: Trên tia Ox lấy hai điểm A và B sao cho $OA = a$ (cm), $OB = b$ (cm), $b > a > 0$

a) Tính độ dài đoạn thẳng AB với $a = 2, b = 5$.

b) Tìm vị trí của điểm M trên tia Ox sao cho $OM = \dfrac{1}{2}(a + b)$.

Trích đề HSG huyện Bình Xuyên năm 2021- 2022

Lời giải



a) Vì điểm A nằm giữa hai điểm O và B.

Do đó $OA + AB = OB$

Thay số, ta có $2 + AB = 5 \Rightarrow AB = 5 - 2 = 3$ (cm)

b) Vì $OM = \dfrac{1}{2}(a + b)$

$$\Rightarrow OM = \frac{a+b}{2} = \frac{2a+b-a}{2} = a + \frac{b-a}{2} = OA + \frac{OB-OA}{2} = OA + \frac{1}{2}AB$$

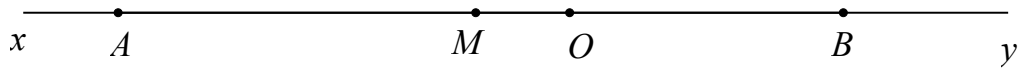
Mặt khác, do A nằm giữa O và M nên $OM = OA + AM \Rightarrow AM = \dfrac{1}{2}AB$.

Mà M nằm giữa A và B nên M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Bài 68: Cho hai tia Ox và Oy đối nhau, trên tia Ox lấy hai điểm A và M sao cho $OA = 5$ cm, $OM = 1$ cm; trên tia Oy lấy điểm B sao cho $OB = 3$ cm. Chứng tỏ điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Trích đề HSG huyện Bình Lục năm 2022-2023

Lời giải



Vì điểm M nằm giữa O và A, suy ra $OM + MA = OA$

$AM = OA.MO$

Hay $MA = 5 - 1 = 4$ (cm).

Vì điểm O nằm giữa hai điểm M và B. Khi đó: $OM + OB = MB$

Hay $M = 1 + 3 = 4$ (cm)

Vì điểm M nằm giữa hai điểm A và B và $MA + MB = 4$

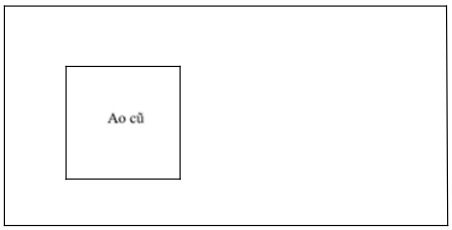
Nên M là trung điểm của đoạn thẳng AB

Bài 69: Gia đình bạn Bình mở rộng một cái ao hình vuông để được một cái ao hình chữ nhật có chiều dài gấp 2 lần chiều rộng. Sau khi mở rộng diện tích ao tăng thêm $600\ m^2$ và diện tích ao mới gấp 4 lần ao cũ. Hỏi phải dùng bao nhiêu chiếc cọc để đủ rào xung quanh ao mới. Biết rằng cọc nọ cách cọc kia 1 m

Trích đề HSG huyện Bình Lục năm 2022-2023

Lời giải

Vẽ hình đúng



PHIẾU BÀI TẬP SỐ 2

Bài 1: Cho 2010 đường thẳng trong đó bất kì hai đường thẳng nào cũng cắt nhau. Không có ba đường thẳng nào đồng quy. Tính số giao điểm của chúng.

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2018-2019

Bài 2: Cho k đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng nào đồng quy (cùng đi qua 1 điểm), biết tổng số giao điểm là 820. Tìm k?

Trích đề HSG huyện Yên Thế (Bắc Giang) năm 2015-2016

Bài 3: Cho n n điểm $(n \geq 2)$. Nối từng cặp hai điểm trong n điểm đó thành các đoạn thẳng.

a) Hỏi có bao nhiêu đoạn thẳng nếu trong n điểm đó không có ba điểm nào thẳng hàng?

b) Hỏi có bao nhiêu đoạn thẳng nếu trong n điểm đó có đúng ba điểm nào thẳng hàng?

c) Tính n biết rằng có tất cả 1770 đoạn thẳng.

Bài 4: Tìm đa giác có số đường chéo bằng số cạnh của nó.

Bài 5: Cho trước một số đường thẳng, trong đó bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và có 15 đường thẳng đồng quy, biết số giao điểm nhiều nhất có thể vẽ được là 1121 giao điểm. Hỏi có bao nhiêu đường thẳng cho trước?

Bài 6: Cho 2014 điểm trong đó chỉ có 5 điểm thẳng hàng với nhau, các điểm còn lại không có ba điểm nào thẳng hàng với nhau. Hỏi khi nối tất cả các điểm đó với nhau thì được tổng số bao nhiêu đoạn thẳng?

Bài 7: Cho 2006 đường thẳng trong đó bất kỳ 2 đường thẳng nào cũng cắt nhau. Không có 3 đường thẳng nào đồng quy. Tính số giao điểm của chúng.

Trích đề HSG cấp trường năm 2018-2019

Bài 8: Trên đoạn thẳng AB lấy 2006 điểm khác nhau đặt tên theo thứ tự từ A đến B là $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_{2004}$ Từ điểm M không nằm trên đoạn thẳng AB ta nối M với các điểm $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_{2004}; B$. Tính số tam giác tạo thành.

Trích đề HSG cấp trường năm 2019-2020

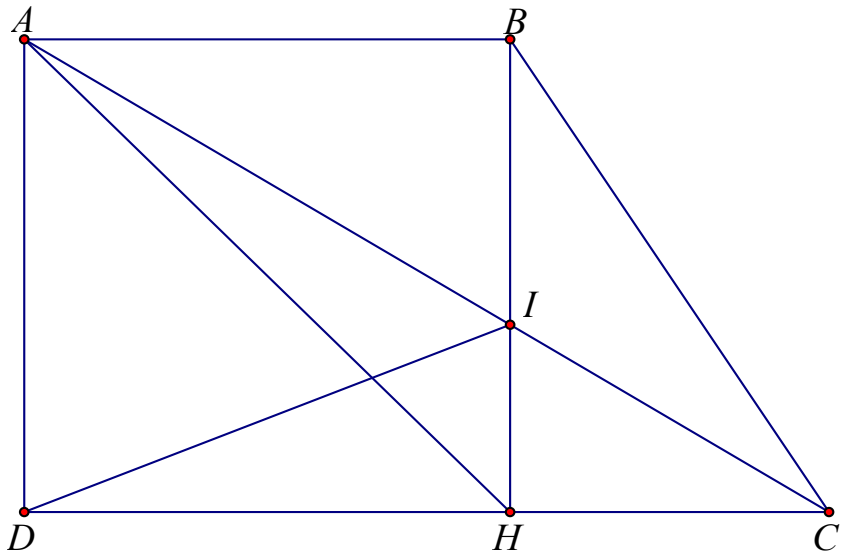
Bài 9. Cho 101 đường thẳng trong đó bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Tính số giao điểm của chúng.

Bài 11: Cho đoạn thẳng $AB = 10\text{cm}$. Trên tia AB lấy điểm C sao cho $AC = 4\text{cm}$, trên tia BA lấy điểm D sao cho $BD = 4\text{cm}$. Tính độ dài đoạn CD?

Bài 12: Hình thang vuông $ABCD$ có góc A và D vuông. Đường chéo AC cắt đường cao BH tại điểm I.

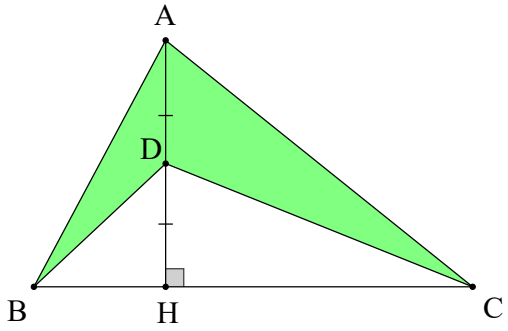
c) Hãy so sánh diện tích tam giác IDC với diện tích tam giác BHC.

d) Cho $AD = 9cm, AB = 10cm, DC = 12cm.$ Hãy tính diện tích ΔBIC.

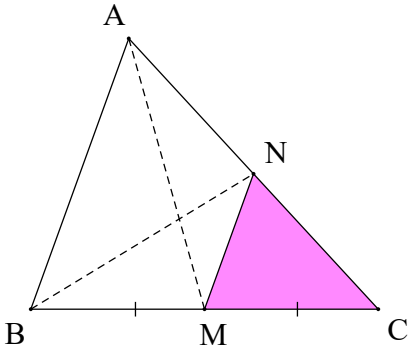


Trích đề HSG trường THCS Quế Phú (Quế Sơn) năm 2018 - 2019

Bài 13: Cho tam giác ABC có đường cao AH. D là trung điểm của AH. Tính diện tích phần tô màu như hình biết diện tích tam giác DBC bằng 6cm^2.



Bài 14: Tam giác ABC có diện tích là 144cm^2. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BM = MC$, từ M kẻ đường thẳng song song với AB cắt AC tại N. Tính diện tích tam giác MNC.



Bài 15: Trên tia Ox, xác định các điểm A và B sao cho $OA = a(cm)$, $OB = b(cm)$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng AB, biết $b < a$.

b) Xác định điểm M trên tia Ox sao cho $OM = \frac{1}{2}(a+b)$.

Trích đề HSG cấp trường năm 2017-2018

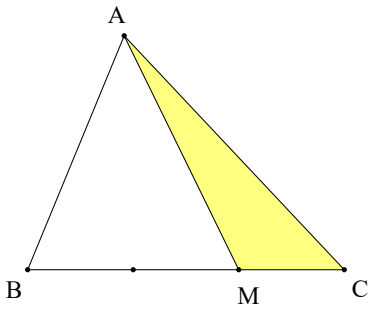
Bài 16:

a) Cho 6 tia chung gốc. Có bao nhiêu góc trong hình vẽ ? Vì sao ?

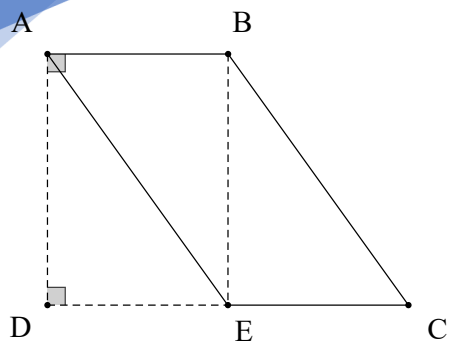
b) Vậy với n tia chung gốc. Có bao nhiêu góc trong hình vẽ ?

Trích đề HSG cấp trường năm 2018-2019

Bài 17: Cho tam giác ABC, trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BM = 2CM$. Biết diện tích tam giác ABM là $18cm^2$. Tính diện tích tam giác ACM.

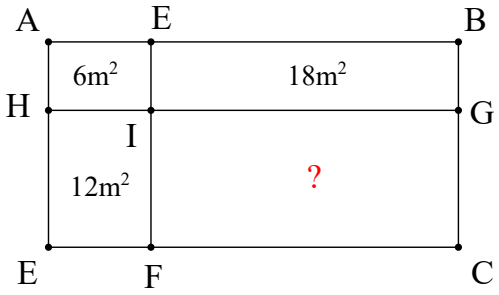


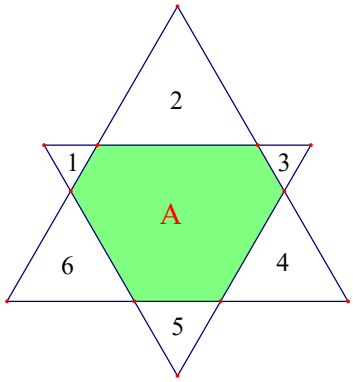
Bài 18: Một tấm tôn hình bình hành có diện tích 14 dm^2, sau khi người ta hàn thêm vào một miếng tôn hình tam giác vuông có cạnh đáy bằng với cạnh đáy của hình bình hành thì được một hình thang vuông. Tính diện tích của miếng tôn lúc này.



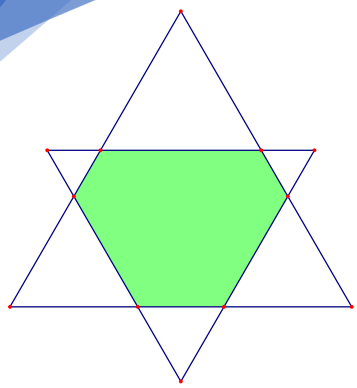
Bài 19: Một miếng bìa hình bình hành có chu vi bằng 2 m. Nếu bớt chiều dài đi 20 cm thì ta được miếng bìa hình thoi có diện tích 6 dm^2. Tìm diện tích miếng bìa hình bình hành đó.

Bài 20: Một HCN được chia thành 4 hình chữ nhật nhỏ hơn có diện tích như hình vẽ
Hãy tính diện tích của hình chữ nhật.

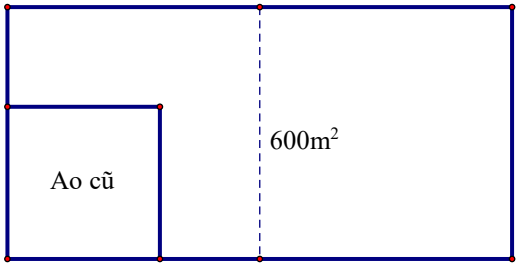




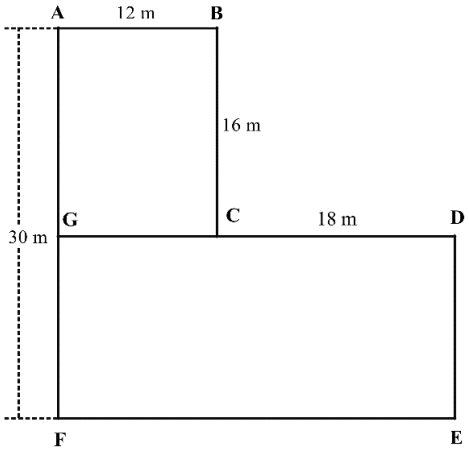
Bài 21: Cho hai tam giác đều được xếp chồng lên nhau như hình vẽ. Chu vi của hai tam giác này là 744 cm và 930 cm. Tính chu vi phần tô đậm.



Bài 22: Người ta mở rộng một cái ao hình vuông để được một cái ao hình chữ nhật có chiều dài gấp hai lần chiều rộng. Sau khi mở rộng, diện tích ao tăng thêm $600\ m^2$ và diện tích ao mới gấp 4 lần ao cũ. Tính chu vi của ao mới.



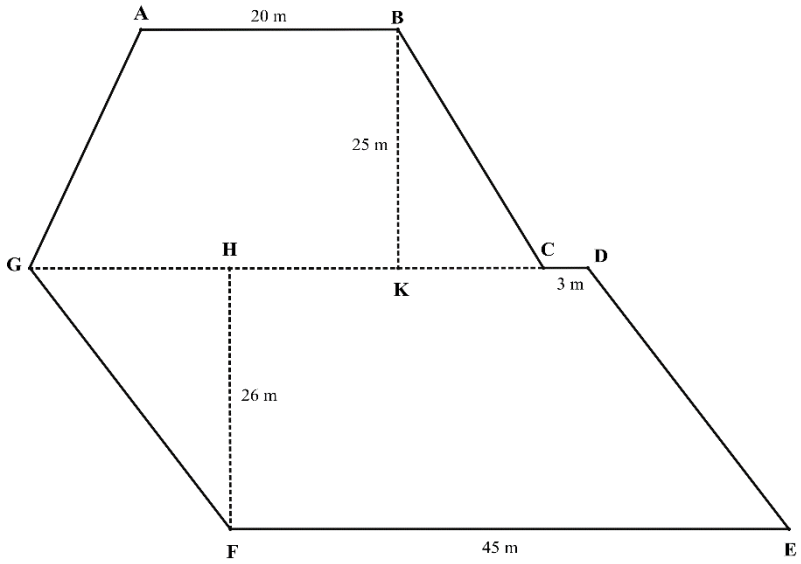
Bài 23: Khu vườn nhà anh Sơn có dạng như hình vẽ.



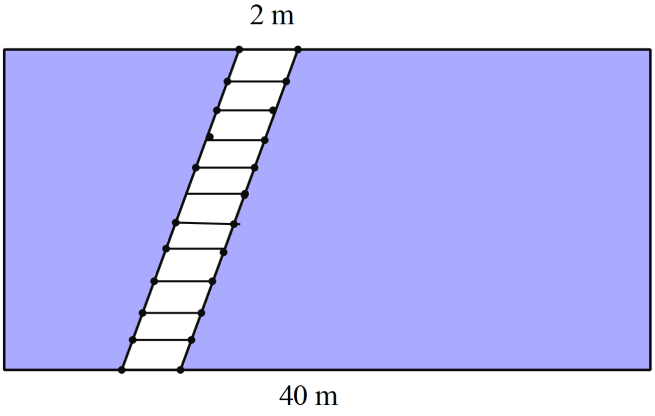
a) Anh Sơn muốn dùng lưới B40 để rào cả khu vườn thì cần dùng tất cả bao nhiêu mét lưới (theo chiều dài) và anh phải trả bao nhiêu tiền để rào khu vườn, biết giá trọn gói (gồm tiền lưới và tiền công) cho mỗi mét lưới (theo chiều dài) là 150.000 đồng.

b) Trên phần đất $ABCG$, anh Sơn trồng rau xà lách, còn trên mảnh đất $GDEF$ anh trồng rau cải xanh. Hỏi sau khi anh Sơn thu hoạch hết toàn bộ rau xà lách và rau cải xanh trong khu vườn thì anh thu được bao nhiêu tiền? Biết rằng cứ $1m^2$ thì anh thu hoạch được 2kg rau xà lách và 3kg rau cải xanh. Giá mỗi kilôgam rau xà lách là 5000 đồng, giá mỗi kilôgam rau cải xanh là 4500 đồng.

Bài 24: Bác Hai có một thửa ruộng có dạng như hình bên (độ dài đoạn thẳng CD bằng 3 mét). Bác Hai trồng lúa trên toàn bộ thửa ruộng đó. Nếu trên mỗi mét vuông bác Hai thu được $0,8$ kg thóc thì số tiền bác Hai thu được là bao nhiêu? Biết mỗi tạ thóc có giá 700.000 đồng.

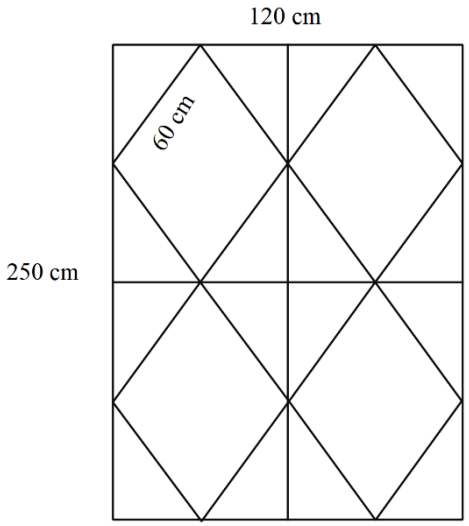


Bài 25: Nhà bác Sơn có một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài bằng 40 mét và chiều dài gấp đôi chiều rộng. Trong khu vườn, bác Sơn làm một lối đi để tiện chăm sóc và tưới cho cây với kích thước được cho như hình vẽ. Bác dùng lưới B40 rào xung quanh khu vườn. Chi phí để làm cho mỗi mét hàng rào là 150.000 đồng và cho mỗi mét vuông làm lối đi là 350.000 đồng (bao gồm cả tiền công thợ và tiền vật liệu). Hỏi bác Sơn phải trả bao nhiêu tiền để làm hàng rào và làm lối đi cho khu vườn?

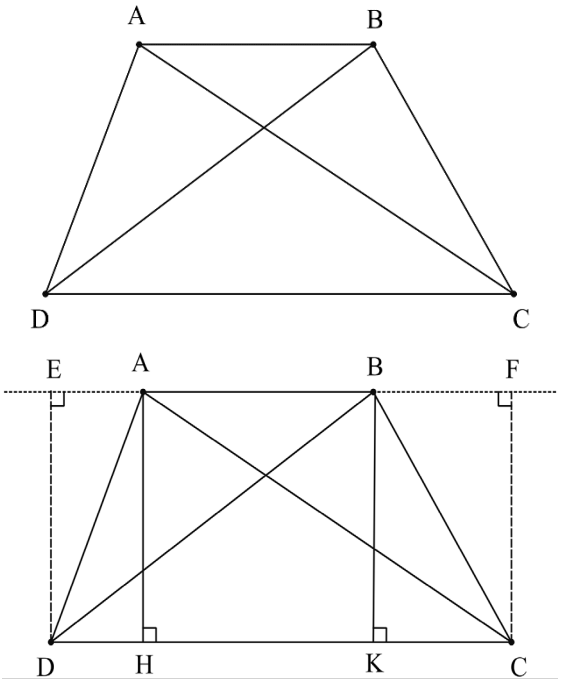


Bài 26: Một khu đất hình chữ nhật có chiều dài gấp 3 lần chiều rộng. Nếu giảm chiều dài đi 3m và tăng chiều rộng thêm 3m thì diện tích được tăng thêm $75m^2$. Tính các cạnh của khu đất.

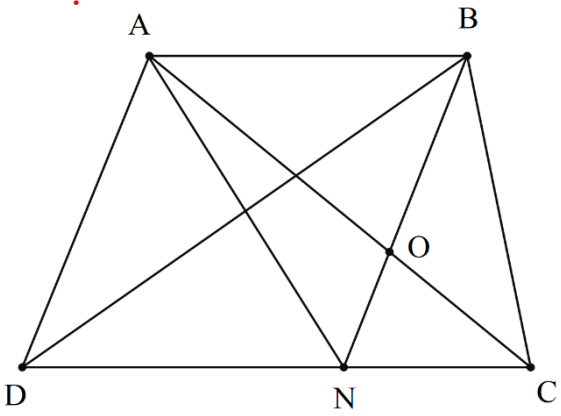
Bài 27: Anh Tâm làm 4 khung cửa sắt có kích thước và hình dạng như hình bên. Khung sắt bên ngoài là hình chữ nhật có chiều dài 250 cm, chiều rộng là 120 cm. Phía trong là các hình thoi có độ dài cạnh 60 cm. Hỏi anh Tâm cần dùng bao nhiêu mét dây thép để làm được bốn khung cửa như vậy?



Bài 28: Cho hình thang $ABCD$ (hình vẽ) có $S_{ABD} = 10\ \text{cm}^2$; $S_{CBD} = 20\ \text{cm}^2$. Tính diện tích các tam giác ABC và ACD.

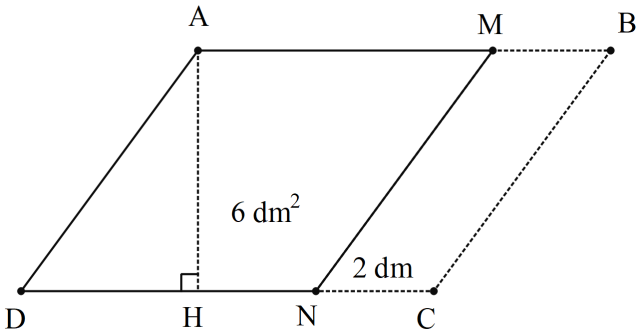


Bài 29: Cho hình thang $ABCD$ có $AB // CD$ và điểm N nằm trên cạnh CD (như hình vẽ). Biết diện tích tam giác BND bằng 18 cm^2, diện tích tam giác BOC bằng 7cm^2. Tính diện tích tứ giác $AOND$.



Bài 30: Một miếng bìa hình bình hành có chu vi là 2m. Nếu bớt một cạnh đi 20 cm thì ta được miếng bìa hình thoi có diện tích 6 dm^2. Tìm diện tích miếng bìa hình bình hành đó.

Lời giải:



Bài 31: Cô Trâm trồng hoa trên một thửa ruộng hình thang vuông có đáy lớn bằng 160 m và chiều cao bằng 30m. Nếu mở rộng thửa ruộng thành mảnh đất hình chữ nhật mà vẫn giữ nguyên đáy lớn thì diện tích thửa ruộng tăng thêm 600 m^2. Hỏi cô Trâm bán được bao nhiêu tiền hoa trên thửa ruộng đó biết rằng trung bình mỗi hec-ta hoa bán được $140.000.000$ đồng.

Bài 32: Một hình chữ nhật có chu vi 54 cm. Nếu tăng chiều rộng thêm $2,5\text{ cm}$ và giảm chiều dài $2,5\text{ cm}$ thì được một hình vuông. Tính diện tích hình chữ nhật đó.

Bài 33: Một hình chữ nhật nếu tăng chiều rộng để bằng chiều dài của nó thì diện tích tăng thêm 20 cm^2, khi giảm chiều dài cho bằng chiều rộng thì diện tích giảm đi 16 cm^2. Tính diện tích hình chữ nhật ban đầu.

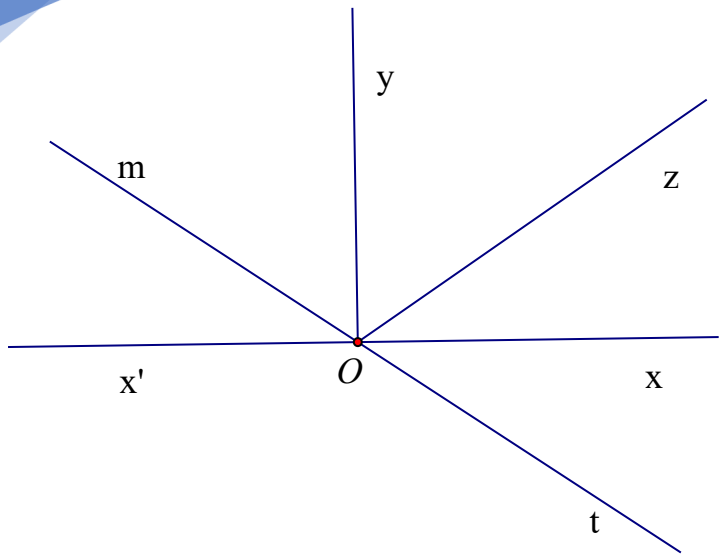
Bài 34. Cho đoạn thẳng $AB = 8\text{cm}$. Điểm C thuộc đường thẳng AB sao cho $BC = 4\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng AC.

Bài 35. Cho tia Oz nằm trong góc vuông xOy. Vẽ tia Ot sao cho Ox là tia phân giác của $\widehat{tOz}$. Vẽ tia Om sao cho tia Oy là phân giác của $\widehat{zOm}$

a) Chứng minh rằng tia Om và tia Ot là hai tia đối nhau

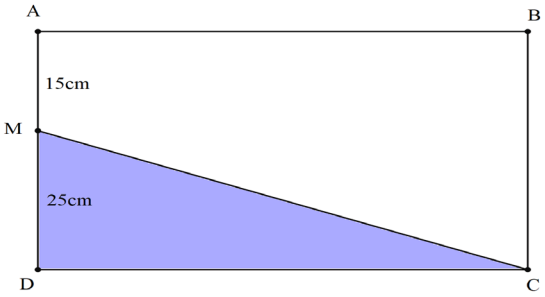
b) Gọi Ox' là tia đối của tia Ox, biết rằng $\widehat{x'Om} = 30^0$. Tính $\widehat{tOz}$

c) Vẽ thêm 2014 tia phân biệt gốc O (không trùng với các tia Ox, Oz, Oy, Om, Ox' và Ot). Hỏi trong hình vẽ có tất cả bao nhiêu góc ?



Bài 36. Trên tia Ox cho 4 điểm A, B, C, D. Biết rằng A nằm giữa B và C; B nằm giữa C và D; $OA = 5\,\text{cm}, OD = 2\,\text{cm}, BC = 4\,\text{cm}$ và độ dài AC gấp đôi độ dài BD. Tìm độ dài đoạn BD, AC

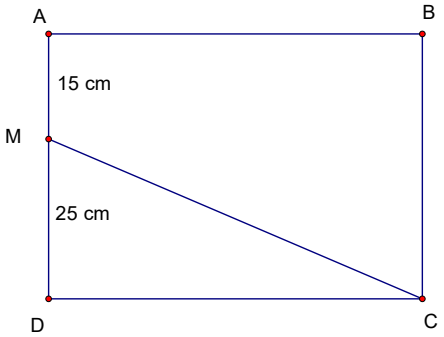
Bài 37. Cho hình vẽ dưới đây, biết diện tích hình chữ nhật là $2400\ \text{cm}^2$. Tính diện tích hình tam giác MCD



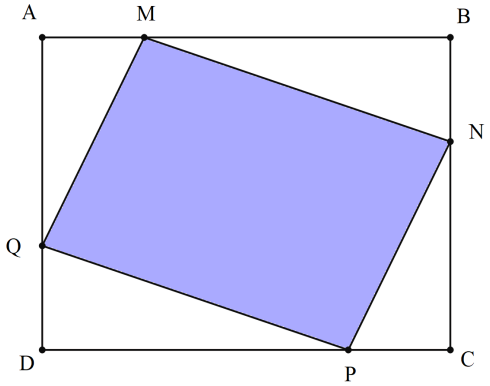
Bài 38. Cho hình vẽ sau đây biết diện tích hình tam giác MCD là $1500\ \text{cm}^2$.

a) Tìm diện tích hình chữ nhật $ABCD$?

b) Tìm diện tích tứ giác $AMCB$?



Bài 39. Cho hình vẽ với các số đo như sau



Tính diện tích hình bình hành $MNPQ$ vẽ trong hình chữ nhật $ABCD$. Biết $AB = 28$ cm; $CB = 18$ cm;

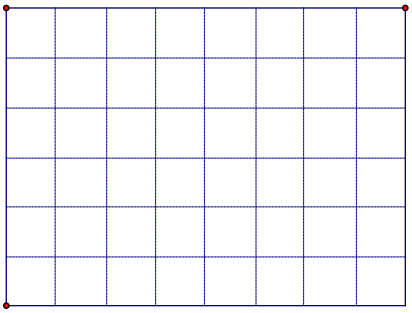
$AM = CP = \frac{1}{4}AB$; $BN = DQ = \frac{1}{3}BC$;

Bài 40. Một thửa ruộng hình chữ nhật có chiều rộng $22,5$ m và có diện tích bằng diện tích một cái sân hình vuông cạnh 27 m. Tính chu vi thửa ruộng đó?

Bài 41. Một nền nhà hình chữ nhật có nửa chu vi là $22,5$ m, chiều rộng $4,5$ m. Người ta nát nền nhà bằng loại gạch men hình vuông có cạnh 3 dm.

a) Tính diện tích nền nhà.

b) Tìm số viên gạch cần dùng để nát nền nhà đó (Coi diện tích khe giữa các viên gạch không đáng kể)

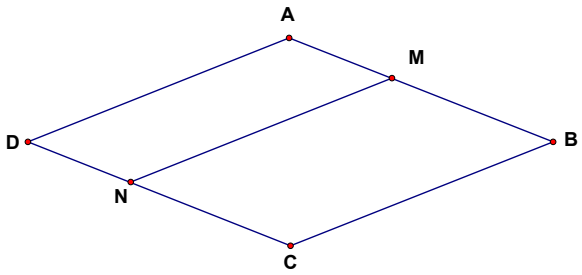


Bài 42. Cho hình thoi $ABCD$ có diện tích là 216 cm^2 và chu vi là 60 cm.

Đoạn thẳng MN chia hình thoi thành hai hình bình hành $AMND$ và $MBCN$ (như hình vẽ), biết độ dài cạnh MB hơn độ dài cạnh AM là 5 cm. Tính:

a) Chu vi hình bình hành $MBCN$.

b) Diện tích hình bình hành $AMND$.



Bài 43: Cho 1000 điểm phân biệt, trong đó có đúng 3 điểm thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu đường thẳng tạo bởi hai trong 1000 điểm đó?

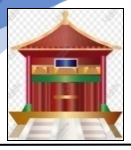
Bài 44:

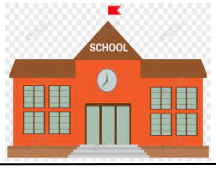
1. Trên tia Oy, lấy điểm M và H sao cho $OM = 5$ cm, $OH = 10$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng HM.

Điểm M có là trung điểm của đoạn thẳng OH không? Vì sao?

2. Cho đoạn thẳng AB. Điểm C thuộc tia đối của tia BA. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AB và AC. Chứng minh rằng: $CM = \dfrac{CA + CB}{2}$ và $MN = \dfrac{BC}{2}$.

Bài 45: Nhà Hoàng cách trường học $3400m$. Hằng ngày trên đường đến trường Hoàng phải đi qua UBND xã sau đó đến một siêu thị cách trường $800m$.





Nhà Hoàng UBND xã Siêu thị Trường

Hỏi quãng đường từ UBND xã đến siêu thị dài bao nhiêu m? Biết rằng UBND xã nằm chính giữa nhà Hoàng và trường học.

Trích đề HSG huyện Mỹ Lộc năm 2021 - 2022

Bài 46: Người ta trồng cây ở hai bên đường của một đoạn đường dài $1500m$. Biết khoảng cách giữa các cây đều nhau là $2m$ và ở cả 2 đầu của đoạn đường đều có trồng cây. Tính số cây phải trồng ở cả 2 bên của đoạn đường đó

Trích đề HSG huyện Trực Ninh, năm 2021 - 2022

Bài 47: Cho 20 điểm phân biệt trong đó có a điểm thẳng hàng cứ qua 2 điểm ta vẽ được 1 đường thẳng. Tìm a biết số đường thẳng tạo thành là 421 đường thẳng.

Bài 48: Trên đoạn thẳng $AB = 3\,\text{cm}$ lấy điểm M. Trên tia đối của tia AB lấy điểm N sao cho $AM = AN$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng BN khi $BM = 1\,\text{cm}$.

b. Hãy xác định vị trí của M (trên đoạn thẳng AB) để BN có độ dài lớn nhất.

Bài 49: Trên mặt phẳng cho n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Biết rằng tổng số giao điểm mà n đường thẳng đó cắt nhau tạo ra bằng 465. Tìm n.

Bài 50: Cho tam giác ABC có $BC = 5,5cm$. Điểm M thuộc tia đối của tia CB sao cho $CM = 3cm$

a. Tính độ dài BM

b. Biết $\widehat{BAM} = 80^0, \widehat{BAC} = 60^0$. Tính $\widehat{CAM}$

c. Tính độ dài BK thuộc đoạn BM biết $CK = 1cm$

Bài 51: Cho góc $xBy = 55^0$. Trên các tia Bx, By lần lượt lấy các điểm $A, C\ (A \neq B, B \neq C)$. Trên đoạn thẳng AC lấy điểm D sao cho $\widehat{ABD} = 30^0$

a) Tính độ dài AC, biết $AD = 4cm, CD = 3cm$

b) Tính số đo góc DBC

c) Từ B vẽ tia Bz sao cho $\widehat{DBz} = 90^0$. Tính số đo $\widehat{ABz}$

Bài 52:

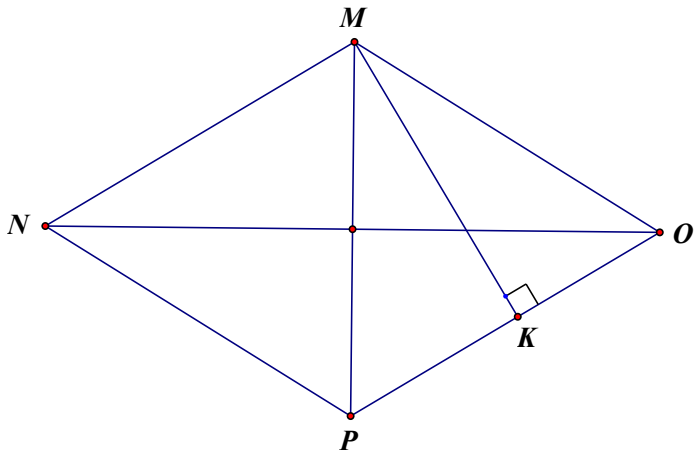
a) Cho đoạn thẳng $AB = 7\text{cm}$. Trên tia AB lấy điểm I sao cho $AI = 4\,\text{cm}$. Trên tia BA lấy điểm K sao cho $BK = 2\,\text{cm}$. Hãy chứng tỏ rằng I nằm giữa A và K. Tính IK

b) Trên tia Ox cho 4 điểm A, B, C, D. biết rằng A nằm B và C, B nằm giữa C và D $OA = 5\,\text{cm}, OD = 2\text{cm}, BC = 4\,\text{cm}$ và độ dài AC gấp đôi độ dài BD. Tính độ dài các đoạn BD, AC.

Bài 53: Cho 20 điểm, trong đó có a điểm thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm, ta vẽ một đường thẳng. Tìm a, biết vẽ được tất cả 170 đường thẳng.

Bài 54: Cho đoạn thẳng $AB = 7$ cm. Gọi C là điểm nằm giữa A và B, $AC = 3$ cm. M là trung điểm của BC. Tính BM.

Bài 55: Cho hình vẽ sau:



Hình thoi $MNPQ$ có độ dài cạnh là $30\,cm$. Tổng độ dài hai đường chéo là $84\,cm$, hiệu độ dài hai đường chéo là $12\,cm$. Tính độ dài chiều cao NK.

Bài 56: Cho tam giác ABC. Lấy các điểm D, E, F theo thứ tự thuộc các cạnh AB, BC, CA sao cho $AD = \frac{1}{3}AB$, $BE = \frac{1}{3}BC$, $CF = \frac{1}{3}CA$. Các đoạn thẳng AE, BF, CD cắt nhau tạo thành một tam giác. Chứng minh rằng diện tích tam giác này bằng $\frac{1}{7}$ diện tích tam giác ABC.

Bài 57:

a) Cho 40 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi vẽ được bao nhiêu đường thẳng?

b) Cho 40 điểm trong đó có đúng 10 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi vẽ được bao nhiêu đường thẳng?

c) Cho n điểm $(n \in \mathbb{N})$. Trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng, cứ qua hai điểm ta được 1 đường thẳng. Biết rằng có tất cả 105 đường thẳng. Tìm n?

Trích đề HSG Huyện Gia Lai năm 2018-2019

Bài 58: Cho góc bẹt xOy, trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA = 2cm$, trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho $OM = 1\text{cm}, OB = 4\text{cm}$.

a) Chứng tỏ: Điểm M nằm giữa hai điểm O và B; điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

b) Từ O kẻ hai tia Ot, Oz sao cho $\widehat{tOy} = 130^0$, $\widehat{zOy} = 30^0$. Tính số đo $\widehat{tOz}$?

Trích đề HSG Huyện Bá Thước năm 2018-2019

Bài 59: Cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng $2\,\text{cm}$. Lấy điểm C thuộc đường thẳng AB sao cho $BC = 5\,\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng AC.

Trích đề HSG Huyện Trực Ninh năm 2017-2018

Bài 60: Trên tia Ox, cho 4 điểm A, B, C, D. Biết rằng A nằm giữa B và C; B nằm giữa C và D; $OA = 7\,\text{cm}; OD = 3\,\text{cm}; BC = 8\,\text{cm}$ và $AC = 3BD$.

a) Tính độ dài AC

b) Chứng tỏ rằng: Điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AD.

Trích đề HSG Huyện Nga Sơn năm 2017-2018

Bài 61:

a) Trên tia Ox lấy 2 điểm A,B sao cho $OA=6\,\text{cm}, OB=10\,\text{cm}$. Gọi E,F lần lượt là trung điểm của OA, AB. Tính độ dài đoạn thẳng EF.

b) Vẽ Ox, Oy, Oz sao cho tia Oy nằm giữa Ox, Oz và $\widehat{xOy}=50^0; \widehat{xOz}=100^0$. Vẽ tia Oy' là tia đối của tia Oy. Tính số đo $\widehat{y'Oz}$.

c) Cho 2018 điểm phân biệt trong đó có đúng 3 điểm thẳng hàng. Qua hai điểm ta kẻ được một đường thẳng. Tính số đường thẳng kẻ được.

Trích đề HSG Huyện Kinh Môn năm 2017-2018

Bài 62: Cho đoạn thẳng $AB=2^{2008}(\text{cm})$. Gọi M_1 là trung điểm của đoạn thẳng AB; M_2 là trung điểm của đoạn thẳng M_1B; M_3 là trung điểm của đoạn thẳng M_2B; ... ; M_{2008} là trung điểm của đoạn thẳng $M_{2007}B$. Tính độ dài đoạn thẳng $M_{2008}B$.

Trích đề HSG Huyện năm 2021-2022

Bài 63: Trên tia Ox lấy hai điểm A,B sao cho $OA=3\,\text{cm}, OB=5\,\text{cm}$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng AB.

b) Trên tia đối của tia Ox lấy điểm C sao cho O là trung điểm của đoạn thẳng AC. Lấy điểm M thuộc đoạn thẳng OA sao cho $OM=\frac{1}{2}OA$. Hỏi M có là trung điểm của đoạn thẳng BC không? Vì sao?

Trích đề HSG Huyện năm 2020-2021

Bài 64: Cho $\widehat{xAy}$, trên tia Ax lấy điểm B sao cho $AB=5\,\text{cm}$. Trên tia đối của tia Ax lấy điểm D sao cho $AD=3\text{cm}$, C là một điểm trên tia Ay.

a) Tính BD.

b) Biết $\widehat{BCD}=85^0$, $\widehat{BCA}=50^0$. Tính $\widehat{ACD}$?.

Trích đề HSG Huyện năm 2020-2021

Bài 65:

1. Trên tia Ox lấy các điểm A và B sao cho $OA=3\,\text{cm}$, $OB=7\,\text{cm}$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng OA, K là trung điểm của đoạn thẳng AB.

a) Tính độ dài các đoạn AB và IK.

b) Gọi M là một điểm nằm ngoài đường thẳng AB, biết $\widehat{OMB}=110^0$ và $\widehat{OMA}=\frac{2}{3}\widehat{AMB}$. Tính số đo góc AMB.

2. Cho 30 điểm phân biệt trong đó có đúng 10 điểm thẳng hàng, cứ qua 2 điểm vẽ được một đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Trích đề HSG Huyện năm 2020-2021

Bài 66: Trên tia Ox lấy hai điểm A và B sao cho $OA=a\,(\text{cm}), OB=b\,(\text{cm}), b>a>0$

a) Tính độ dài đoạn thẳng AB với $a=2, b=5$.

b) Tìm vị trí của điểm M trên tia Ox sao cho $OM=\frac{1}{2}(a+b)$.

Trích đề HSG huyện Bình Xuyên năm 2021- 2022

Bài 67: Cho hai tia Ox và Oy đối nhau, trên tia Ox lấy hai điểm A và M sao cho $OA = 5\text{ cm}, OM = 1\text{ cm}$; trên tia Oy lấy điểm B sao cho $OB = 3\text{ cm}$. Chứng tỏ điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Trích đề HSG huyện Bình Lục năm 2022-2023

Bài 68: Gia đình bạn Bình mở rộng một cái ao hình vuông để được một cái ao hình chữ nhật có chiều dài gấp 2 lần chiều rộng. Sau khi mở rộng diện tích ao tăng thêm 600 m^2 và diện tích ao mới gấp 4 lần ao cũ. Hỏi phải dùng bao nhiêu chiếc cọc để đủ rào xung quanh ao mới. Biết rằng cọc nọ cách cọc kia 1 m

Trích đề HSG huyện Bình Lục năm 2022-2023

CHỦ ĐỀ: HÌNH HỌC

A. PHẦN NỘI DUNG

I. Số điểm, số đoạn thẳng, số đường thẳng

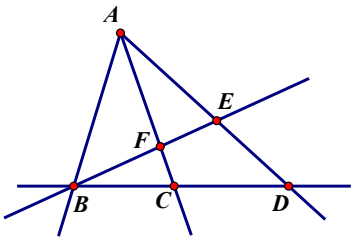
Dạng toán: Đếm số điểm, số đường thẳng, số đoạn thẳng

Bài 1: Cho 200 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm vẽ một đường thẳng. Số đường thẳng vẽ được là bao nhiêu?

A. 1990 B. 19900 C. 39800 D. 40000

Trích đề HSG huyện Khoái Châu năm 2018-2019

Bài 2: Trên hình vẽ sau có bao nhiêu bộ ba điểm thẳng hàng?



A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2021-2022

Bài 3: Cho 20 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có thể kẻ được bao nhiêu đoạn thẳng?

A.190 B. 180 C. 380 D. 200

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2021-2022

Bài 4: Vẽ đường thẳng d không đi qua O. Trên đường thẳng d lấy 2015 điểm phân biệt. Tính số các góc có đỉnh O và cạnh đi qua 2 điểm bất kỳ trên đường thẳng d.

Trích đề HSG huyện Thanh Oai năm 2017-2018

Lời giải

Cứ 2 điểm trên đường thẳng d nối với điểm O được 1 góc đỉnh O

$\Rightarrow$ có bao nhiêu đoạn thẳng trên đường thẳng d thì có bấy nhiêu góc đỉnh O

$\Rightarrow$ Số góc đỉnh O đi qua 2 điểm bất kỳ trên đường thẳng d là:

$\dfrac{2015.2014}{2} = 4058210$ (góc). Vậy có 4058210 góc.

Bài 5: Cho 6 đường thẳng đôi một cắt nhau. Hỏi 6 đường thẳng đó có thể cắt nhau ít nhất tại bao nhiêu điểm, nhiều nhất tại bao nhiêu điểm.

Trích đề HSG Trường THCS Quảng Tiến năm 2019-2020

Lời giải

6 đường thẳng đề cho có thể cắt nhau ít nhất tại 1 điểm (nếu 6 đường thẳng đó đồng quy)

Nếu không có 3 đường thẳng nào đồng quy thì mỗi đường thẳng sẽ cắt 5 đường thẳng còn lại tại thành 5 giao điểm.

Có 6 đường thẳng nên có $6.5 = 30$ giao điểm

Nhưng mỗi giao điểm lại được tính 2 lần, nên chỉ có $\frac{6.\cdot 5}{2}=15$ giao điểm.

Bài 6:

Trên cùng một nửa mặt chứa tia Oy, có bờ chứa tia Ox.Cần vẽ thêm bao nhiêu tia phân biệt gốc O và không trùng với các tia đã vẽ trong hình để tạo thành 630 góc đỉnh O (chỉ tính các góc thuộc nửa mặt phẳng nói trên).

Trích đề HSG huyện Khoái Châu năm 2018-2019

Lời giải

Với n tia chung gốc O vẽ được: $\frac{n(n-1)}{2}$ góc đỉnh O

ta phải có: $n(n-1)=1260=36.35\Rightarrow n=36$

Vậy phải vẽ thêm: $36-5=31$ tia gốc O như yêu cầu đề bài.

Bài 7: Cho 2010 đường thẳng trong đó bất kỳ 2 đường thẳng nào cũng cắt nhau. Không có 3 đường thẳng nào đồng quy. Tính số giao điểm của chúng.

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2018 - 2019

Lời giải

Mỗi đường thẳng cắt 2009 đường thẳng còn lại tạo nên 2009 giao điểm

Mà có 2010 đường thẳng $\Rightarrow$ có: 2009.2010 giao điểm

Nhưng mỗi giao điểm được tính 2 lần $\Rightarrow$ Số giao điểm thực tế là:

$(2009.2010):2=2019045$ (giao điểm)

Bài 8: Trên mặt phẳng cho n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Biết rằng tổng số giao điểm mà n đường thẳng đó cắt nhau tạo ra bằng 465. Tìm n.

Trích đề HSG huyện Hậu Lộc năm 2022 - 2023

Lời giải

Có n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng nào đồng quy, nên mỗi đường thẳng sẽ cắt $n-1$ đường thẳng còn lại tạo ra $n-1$ giao điểm phân biệt.

Do đó n đường thẳng thì có $n(n-1)$ giao điểm .

Nhưng mỗi giao điểm đã được tính 2 lần nên thực tế chỉ có $\frac{n(n-1)}{2}$ giao điểm.

Theo bài ra ta có: $\frac{n(n-1)}{2}=465$

$\Rightarrow n(n-1)=930=31.30\Rightarrow n=31$

Vậy $n=31$

Bài 9: Cho 100 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm vẽ một đường thẳng. Số đường thẳng vẽ được là:

Trích đề HSG huyện Lâm Thao năm 2018- 2019

Lời giải

Lấy một điểm bất kì trong 100 điểm. Qua điểm đó và 99 điểm còn lại, ta vẽ được 99 đường thẳng.

Với 100 điểm ta có:

$99 \,.\, 100 = 9900$ đường thẳng

Mà mỗi đường thẳng được tính hai lần

$\Rightarrow$ Số đường thẳng có tất cả là: $9900 : 2 = 4950$ đường thẳng

Bài 10: Cho góc xOy và góc yOz là hai góc kề bù. Góc yOz bằng 30^0

a)Vẽ tia Om nằm trong góc xOy sao cho $\widehat{xOm} = 75^0$; tia On nằm trong góc yOz sao cho $\widehat{yOn} = 15^0$

b)Hình vẽ trên có mấy góc?

c)Nếu có n tia chung gốc thì sẽ tạo nên bao nhiêu góc ?

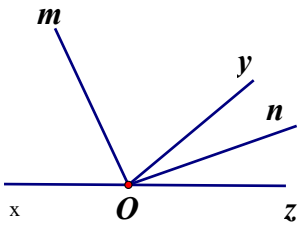
Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2018-2019

Lời giải

a)Vẽ được góc xOy và góc yOz kề bù và $\widehat{yOz} = 30^0$

Vẽ được tia Om thỏa mãn điều kiện

Vẽ được tia On thỏa mãn điều kiện



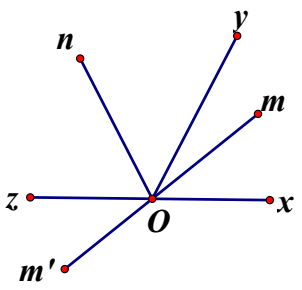
b)Hình vẽ trên có 10 góc

c) Lập luận : từ hình vẽ trên ta có mỗi tia với 1 tia còn lại tạo thành 1 góc. Xét 1 tia, tia đó cùng với 4 tia còn lại tạo thành 4 góc. Làm như vậy với 5 tia ta được 5.4 góc. Nhưng mỗi góc đã được tính 2 lần, do đó có tất cả là

$\frac{5.4}{2} = 10$ góc

Từ đó suy ra tổng quát: với n tia chung gốc có $n.\left(\frac{n-1}{2}\right)$(góc)

Bài 11: Cho hình vẽ:



Cần vẽ thêm bao nhiêu tia phân biệt chung gốc O và không trùng với các tia đã vẽ trong hình để tạo thành tất cả 300 góc.

Trích đề HSG huyện Thạch Thành năm 2018-2019

Lời giải

Giả sử cần vẽ thêm n tia phân biệt chung gốc O và không trùng với các tia đã vẽ trong hình để tạo thành tất cả 300 góc. Khi đó tổng số tia gốc O trên hình là $n+6$

Cứ 1 tia gốc O tạo với $n+5$ tia gốc O còn lại thành $n+5$ góc, mà có $n+6$ tia như vậy nên tạo thành: $(n+5)(n+6)$ góc

Vì tia này tạo với tia kia và ngược lại nên mỗi góc được tính 2 lần, suy ra số góc tạo thành: $\frac{(n+5)(n+6)}{2}$ góc. Vì có 300 góc nên ta có:

$$\frac{(n+5)(n+6)}{2}=300\Rightarrow(n+5)(n+6)=600=24.25\Rightarrow n=19$$

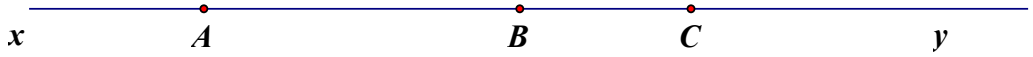
Bài 12: Cho đường thẳng xy, trên đó lấy ba điểm phân biệt A,B,C.

a) Biết $AB=5\text{cm}, AC=3\text{cm}$. Tính BC.

b) Trên xy lấy 4 điểm phân biệt (không trùng với A,B,C) và điểm O không nằm trên đường thẳng xy. Hỏi có thể vẽ được tất cả bao nhiêu tam giác có đỉnh là ba trong các điểm đã có trên hình vẽ.

Trích đề HSG huyện Lục Nam năm 2021 - 2022

Lời giải



a) Vì điểm C nằm giữa 2 điểm A và B

$\Rightarrow$ AC + CB = AB

$\Rightarrow$ BC = AB – AC

$\Rightarrow$ BC = 5 – 3

Vậy BC = 2cm

b) Ta có 7 điểm phân biệt trên đường thẳng xy và điểm 1 điểm không nằm trên xy

Chọn 1 điểm, nối điểm đấy lần lượt với 7 điểm còn lại được 7 đoạn thẳng.

Làm như vậy với 8 điểm ta được 7 . 8 = 56 (đoạn thẳng).

Như vậy mỗi đoạn thẳng được tính 2 lần. Do đó chỉ có 56 : 2 = 28 (đoạn thẳng)

Vì qua 3 điểm không thẳng hàng ta vẽ được một tam giác nên cứ nối 2 điểm đầu của một đoạn thẳng nằm trên đường thẳng xy với điểm O nằm ngoài xy ta được 1 tam giác.

Vậy số tam giác vẽ được bằng số đoạn thẳng nằm trên đường thẳng xy là 28 tam giác.

Bài 13: Lấy thêm 19 điểm phân biệt trên đường thẳng xy (các điểm này không trùng với điểm O) và một điểm A nằm ngoài đường thẳng xy. Hỏi vẽ được bao nhiêu tam giác nhận 3 trong các điểm trên làm đỉnh.

Trích đề HSG huyện Lập Thạch năm 2018 - 2019

Lời giải

Xét 20 điểm trên đường thẳng xy

Chọn một điểm nối điểm đó với lần lượt 19 điểm còn lại ta vẽ được 19 đoạn thẳng. Làm như vậy với 20 điểm ta được 19.20 đường thẳng.

Như vậy mỗi đường thẳng đã được tính 2 lần, do đó chỉ có $19.20:2$ đoạn thẳng

Vì qua ba điểm không thẳng hàng ta vẽ được một tam giác

Nên cứ nối hai điểm đầu của một đoạn thẳng nằm trên đường thẳng xy với điểm A nằm ngoài đường thẳng xy ta sẽ vẽ được một tam giác.

Vậy số tam giác vẽ được bằng số đoạn thẳng nằm trên đường thẳng xy.

Như vậy ta có 190 tam giác.

Bài 14: Trên mặt phẳng cho n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Biết rằng tổng số giao điểm mà n đường thẳng đó cắt nhau tạo ra bằng 465. Tìm n.

Trích đề HSG huyện Hậu Lộc năm 2022 - 2023

Lời giải

Có n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng nào đồng quy, nên mỗi đường thẳng sẽ cắt $n-1$ đường thẳng còn lại tạo ra $n-1$ giao điểm phân biệt.

Do đó n đường thẳng thì có $n(n-1)$ giao điểm.

Nhưng mỗi giao điểm đã được tính 2 lần nên thực tế chỉ có $\frac{n(n-1)}{2}$ giao điểm.

Theo bài ra ta có: $\frac{n(n-1)}{2}=465$

$n(n-1)=930=31.30$

$n=31$

Vậy $n=31$

Bài 15: Cho 2010 đường thẳng trong đó bất kỳ 2 đường thẳng nào cũng cắt nhau. Không có 3 đường thẳng nào đồng quy. Tính số giao điểm của chúng.

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2018-2019

Lời giải

Mỗi đường thẳng cắt 2009 đường thẳng còn lại tạo nên 2009 giao điểm

Mà có 2010 đường thẳng nên có: 2009.2010 giao điểm

Nhưng mỗi giao điểm được tính 2 lần

Do đó số giao điểm thực tế là: $(2009.2010):2=2019045$ (giao điểm)

Vậy có 2019045 giao điểm.

Bài 16: Cho 30 điểm trong đó có đúng 5 điểm thẳng hàng, ngoài ra không còn có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ một đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Trích đề HSG huyện Thọ Xuân năm 2021-2022

Lời giải

Giả sử không có 5 điểm thẳng hàng thì vẽ được: $\frac{30.29}{2}=435$ (đường thẳng)

Có 5 điểm thẳng hàng nên số đường thẳng giảm đi là: $\frac{5.4}{2}-1=9$ (đường thẳng)

Vậy số đường thẳng vẽ được là: $435-9=426$ (đường thẳng).

Bài 17: Cho 20 điểm phân biệt, trong đó có n điểm thẳng hàng. Cứ qua hai điểm vẽ được một đường thẳng. Hãy tìm n, biết rằng vẽ được tổng cộng 170 đường thẳng.

Trích đề HSG huyện Bá Thước năm 2021 -2022

Lời giải

Giả sử 20 điểm phân biệt, không có bất kì ba điểm nào thẳng hàng

Chọn ra một điểm, kẻ các đường thẳng từ điểm này tới $20-1$ đường thẳng còn lại thì được tất cả $20-1$ đường thẳng.

Làm tương tự với các đường thẳng còn lại, ta được tất cả $20(20-1)$ đường thẳng.

Nhưng mỗi đường thẳng được tính hai lần nên số đường thẳng vẽ được là:

$$\frac{20.(20-1)}{2}=\frac{20.19}{2}=190 \text{ đường thẳng.}$$

Nếu trong n điểm, không có bất kì ba điểm nào thẳng hàng. Với cách làm tương tự như trên thì số đường thẳng vẽ được là $\frac{n(n-1)}{2}$ đường thẳng.

Nhưng theo bài toán thì có n điểm thẳng hàng nên số đường thẳng bị giảm đi là $\frac{n(n-1)}{2}-1$ đường thẳng.

Do đó với 20 điểm mà có n điểm thẳng hàng thì vẽ được số đường thẳng là

$$190-\left(\frac{n(n-1)}{2}-1\right) \text{ đường thẳng.}$$

Theo bài toán ta có: $190-\left(\frac{n(n-1)}{2}-1\right)=170$

$$190-\frac{n(n-1)}{2}+1=170$$

$$191-\frac{n(n-1)}{2}=170$$

$$\frac{n(n-1)}{2}=21$$

$$n(n-1)=42$$

$$n(n-1)=7.6$$

$$n=7$$

Vậy $n=7$.

Bài 18: Cho n điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Biết rằng có tất cả 105 đường thẳng. Tính n

Trích đề HSG huyện Ngọc Lặc năm 2018-2019

Lời giải

Tính được số đường thẳng: $\frac{n(n-1)}{2}=105$

$n(n-1)=210=15.14$

$n=15$

Bài 19: Cho 20 điểm phân biệt trong đó có đúng 7 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi từ 20 điểm đó vẽ được tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Trích đề HSG huyện Hoài Nhơn năm 2015-2016

Lời giải

Nếu trong 20 điểm không có ba điểm nào thẳng hàng thì vẽ được $\frac{20.(20-1)}{2}=190$. (Đường thẳng).

Trong 7 điểm không có ba điểm nào thẳng hàng thì tạo thành $\frac{7.(7-1)}{2}=21$ (Đường thẳng).

Vì 7 điểm thẳng hàng tạo thành 1 đường thẳng nên số đường thẳng giảm $21-1=20$ (Đường thẳng).

Vậy có $190-20=170$ (Đường thẳng).

Bài 20: a) Cho 40 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi vẽ được bao nhiêu đường thẳng ?

b) Cho 40 điểm trong đó có đúng 10 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi vẽ được bao nhiêu đường thẳng.

c) Cho n điểm $(n\in\mathbb{N})$. Trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng, cứ qua hai điểm ta được 1 đường thẳng. Biết rằng có tất cả 105 đường thẳng. Tìm n ?

Trích đề HSG cấp trường Trần Phú năm 2018-2019

Lời giải

a) Kẻ từ 1 điểm bất kỳ với các điểm còn lại được: 39 đường thẳng
Làm như vậy với 40 điểm ta được $39.40=1560$ (đường thẳng)
Nhưng mỗi đường thẳng được tính hai lần
Do vậy số đường thẳng thực sự là : $1560:2=780$ (đường thẳng)
b) Nếu 40 điểm không có ba điểm nào thẳng hàng thì sẽ vẽ được 780 đường thẳng.
*Với 10 điểm, không có ba điểm nào thẳng hàng thì vẽ được: $10.9:2=45$ (đường thẳng)
Số đường thẳng cần tìm là : $780-44=736$ (đường thẳng)
c) Ta có: $n.(n-1):2=105$

$n(n-1)=210$

$n(n-1)=15.14$

$n=15$

Vậy $n=15$

Bài 21: Cho 2018 điểm phân biệt trong đó có đúng 3 điểm thẳng hàng. Qua hai điểm ta kẻ được một đường thẳng. Tính số đường thẳng kẻ được.

Trích đề chọn HSG Nga Sơn năm 2017-2018

Lời giải

Giả sử trong 2018 điểm không có ba điểm nào thẳng hàng

Từ 1 điểm ta nối với 2017 điểm còn lại ta được 2017 đường thẳng. Làm như vậy với 2018 điểm ta được $2018.2017 = 4070306$ (đường thẳng)

Vì mỗi đường thẳng được tính hai lần, do đó số đường thẳng kẻ được là :

$4070306 : 2 = 2035153$ (đường thẳng)

Số đường thẳng đi qua 3 điểm không thẳng hàng là 3; Số đường thẳng đi qua 3 điểm phân biệt thẳng hàng là 1; Khi thay 3 điểm phân biệt không thẳng hàng thành 3 điểm phân biệt thẳng hàng thì số đường thẳng giảm đi là : $3-1=2$

Do trong 2018 điểm phân biệt trên có đúng ba điểm thẳng hàng nên số đường thẳng thực tế kẻ được là: $2035153-2=2035151$

Vậy ta kẻ được tất cả là 2035151 đường thẳng.

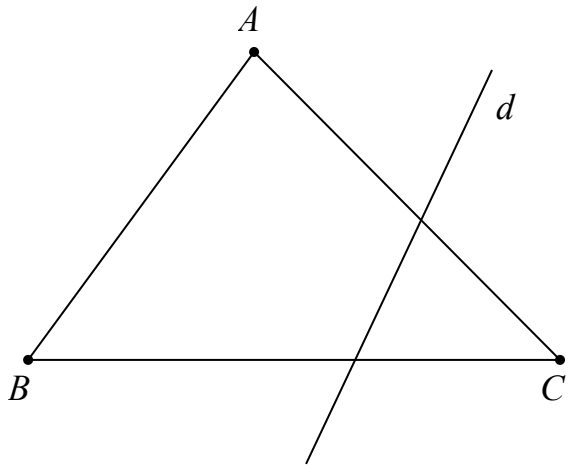
Bài 22: Cho tam giác ABC và một đường thẳng d không đi qua bất kỳ đỉnh nào của tam giác và cắt cạnh BC của tam giác. Hãy chứng tỏ rằng đường thẳng d cắt một và chỉ một trong hai cạnh AB và AC của tam giác ABC

Trích đề KSCL HSG Ba Vì năm 2017-2018

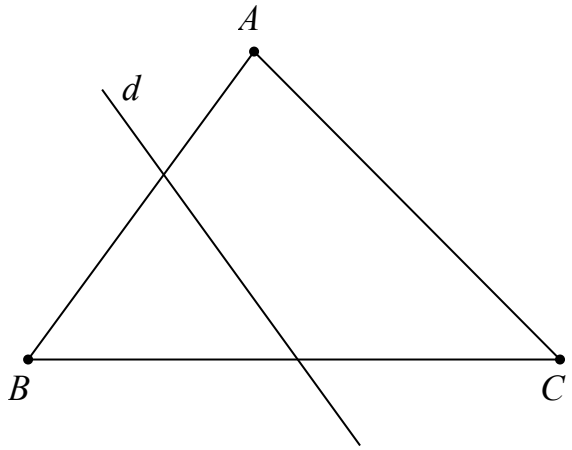
Lời giải

Đường thẳng d cắt cạnh BC và $B,C \notin d$ nên B và C nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ là đường thẳng d

TH1: Nếu A thuộc nửa mặt phẳng chứa điểm B thì d cắt cạnh AC mà không cắt cạnh AB



Th2: Nếu A thuộc nửa mặt phẳng chứa C thì d cắt cạnh AB mà không cắt cạnh AC



*** Tính số góc, số tam giác được tạo ra**

Bài 23: Trên đoạn thẳng AB lấy 2006 điểm khác nhau đặt tên theo thứ tự từ A đến B là $A_1, A_2, A_3, ..., A_{2004}$. Từ điểm M không nằm trên đoạn thẳng AB ta nối M với các điểm $A_1, A_2, A_3, ..., A_{2004}; B$. Tính số tam giác tạo thành.

Trích đề HSG cấp trường năm 2019-2020

Lời giải

Trên đoạn thẳng AB có các điểm $A; A_1, A_2, A_3, ..., A_{2004}; B$ do đó, tổng số điểm trên AB là 2006 điểm suy ra có 2006 đoạn thẳng nối từ M đến các điểm đó.

Mỗi đoạn thẳng (ví dụ MA) có thể kết hợp với 2005 đoạn thẳng còn lại và các đoạn thẳng tương ứng trên AB để tạo thành 2005 tam giác.

Do đó 2006 đoạn thẳng sẽ tạo thành $2005.2006 = 4022030$ tam giác (nhưng lưu ý là MA kết hợp với MA_1 để được 1 tam giác thì MA_1 cũng kết hợp với MA được tam giác và hai tam giác này chỉ là 1)

Do đó số tam giác thực có là: $4022030 : 2 = 2011015$

Bài 24: Cho 10 đường thẳng đồng quy tại O. Hỏi có bao nhiêu góc ở đỉnh O được tạo thành (không kể góc bẹt) ?

Trích đề HSG huyện Sông Lô năm 2015 -2016

Lời giải

10 đường thẳng đồng quy tại O

Do đó có 20 tia gốc O.

Chọn ra một tia, tia đó tạo với mỗi tia trong 19 tia còn lại thành 1 góc.

Làm như thế với 20 tia ta có $20.19 = 380$ (góc), trong đó mỗi góc đã được tính hai lần.

Do đó số góc tạo thành là: $380 : 2 = 190$ (góc).

Số góc tạo thành khác góc bẹt là: $190 - 10 = 180$ (góc).

Bài 25: Cho 100 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm vẽ một đường thẳng. Số đường thẳng vẽ được là:

A. 200. **B.** 4950. **C.** 5680. **D.** 9900.

Trích đề HSG trường THCS Việt Tiến (Việt Yên) năm 2021 - 2022

Lời giải

Đáp án: **B.** 4950.

Bài 26: Trên mặt phẳng cho n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Biết rằng tổng số giao điểm mà n đường thẳng đó cắt nhau tạo ra bằng 465. Tìm n.

Trích đề HSG huyện Hậu Lộc năm 2022 - 2023

Lời giải

Có n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng nào đồng quy, nên mỗi đường thẳng sẽ cắt $n-1$ đường thẳng còn lại tạo ra $n-1$ giao điểm phân biệt.

Do đó n đường thẳng thì có $n(n-1)$ giao điểm.

Nhưng mỗi giao điểm đã được tính 2 lần nên thực tế chỉ có $\frac{n(n-1)}{2}$ giao điểm.

Theo bài ra ta có: $\frac{n(n-1)}{2} = 465$

Suy ra: $n(n-1)=930=31.30$ do đó $n=31$

Vậy $n=31$.

Bài 27: Có 25 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi vẽ được tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Nếu thay 25 điểm bởi n điểm ($n\in\mathbb{N}$ và $n\geq 2$) thì số đường thẳng là bao nhiêu?

Trích đề HSG huyện Hiệp Hoà năm 2021-2022

Lời giải

Lấy 1 điểm nối với 24 điểm còn lại ta được 24 đường thẳng.

Vì có 25 điểm nên có 25.24 đường thẳng nhưng mỗi đường thẳng được tính 2 lần.

Vậy số đường thẳng vẽ được là $\dfrac{25.24}{2}=300$ (đường thẳng)

Nếu thay 25 điểm bởi n điểm ($n\in\mathbb{N}$ và $n\geq 2$) thì số đường thẳng là $\dfrac{n(n-1)}{2}$.

Bài 28: Cho 30 điểm trong đó có đúng 5 điểm thẳng hàng (ngoài ra không còn 3 điểm nào thẳng hàng). Qua 2 điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng.

Trích đề HSG trường THCS Nghĩa Đồng (Tân Kỳ) năm 2021 - 2022

Lời giải

Giả sử có 30 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng thì số đường thẳng là: $\dfrac{30.29}{2}=435$ (đường thẳng).

Với 5 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng thì vẽ được $\dfrac{5.4}{2}=10$ (đường thẳng).

Nhưng 5 điểm này thẳng hàng nên chỉ vẽ được 1 đường thẳng.

Do đó số đường thẳng giảm đi là: $10-1=9$ (đường thẳng).

Vậy vẽ được $435-9=426$ (đường thẳng).

Bài 29: Cho trước n điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Nếu bớt đi 1 điểm thì số đường thẳng vẽ được qua các cặp điểm giảm đi 10 đường thẳng. Tìm n.

Trích đề HSG Trường THCS An Lễ năm 2021 - 2022

Lời giải

Từ 1 điểm bất kì nối với $(n-1)$ điểm còn lại được n đường thẳng.

suy ra n điểm nối với $(n-1)$ điểm còn lại được $n(n-1)$ đường thẳng.

Mà mỗi đường thẳng được lặp lại 2 lần

Nên số đường thẳng tạo thành từ n điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng là: $\dfrac{n(n-1)}{2}$ đường thẳng.

Tương tự: Số đường thẳng tạo thành từ $n-1$ điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng là: $\frac{(n-1).(n-2)}{2}$ đường thẳng.

Vì số đường thẳng giảm đi 10 đường nên ta có:

$$\frac{n(n-1)}{2}-\frac{(n-1).(n-2)}{2}=10$$

$$n(n-1)-(n-1)(n-2)=20$$

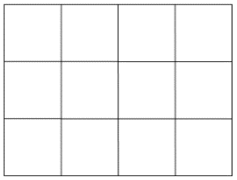
$$n^2-n-\left(n^2-n-2n+2\right)=20$$

$$n^2-n-n^2+n+2n-2=20$$

$$2n-2=20$$

$$n=11$$

Vậy $n=11$.



Bài 30: Cho hình chữ nhật có chiều dài 4 cm, chiều rộng 3 cm. Chia các cạnh của hình chữ nhật thành những đoạn thẳng bằng nhau có độ dài mỗi đoạn là 1 cm. Nối các điểm chia như hình vẽ bên. Hỏi trong hình vẽ có tất cả bao nhiêu hình vuông.

Trích đề HSG Liên trường năm 2021-2022

Lời giải

Quan sát hình vẽ ta thấy:
Số các hình vuông có độ dài cạnh bằng 1 cm là: $4.3=12$ hình vuông.
Số các hình vuông có độ dài cạnh bằng 2 cm là: $3.2=6$ hình vuông.
Số các hình vuông có độ dài cạnh bằng 3 cm là: $2.1=2$ hình vuông.
Tổng sô hình vuông là: $12+6+2=20$. hình vuông.

Bài 31: Cho n điểm phân biệt, trong đó có đúng 10 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm ta vẽ được một đường thẳng. Có tất cả 256 đường thẳng. Tính số điểm n.

Trích đề HSG Liên trường năm 2021-2022

Lời giải

Với n điểm phân biệt, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng thì số các đường thẳng kẻ được là $\frac{n(n-1)}{2}$.

Với 10 điểm phân biệt, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng thì số các đường thẳng kẻ được là $\frac{10.9}{2}=45$.

Do 7 điểm thẳng hàng nên qua 7 điểm chỉ vẽ được 1 đương thẳng.

Vậy qua n điểm phân biệt, trong đó có đúng 10 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có 3 điểm nào thẳng hàng ta vẽ được số đường thẳng là. $\frac{n(n-1)}{2}-45+1$.

Do vẽ được 256 đường thẳng ta có $\frac{n(n-1)}{2}-44=256$

$\frac{n(n-1)}{2}=300$ suy ra $n(n-1)=600=25.24$

Vậy $n=25$

Bài 32. a) Cho 40 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi vẽ được bao nhiêu đường thẳng ?

b) Cho 40 điểm trong đó có đúng 10 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi vẽ được bao nhiêu đường thẳng.

c) Cho n điểm $(n\in\mathbb{N})$. Trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng, cứ qua hai điểm ta được 1 đường thẳng. Biết rằng có tất cả 105 đường thẳng. Tìm n ?

Trích đề HSG Trần Phú Gia Lai năm 2018-2019

Lời giải

a) Kẻ từ 1 điểm bất kỳ với các điểm còn lại được : 39 đường thẳng

Làm như vậy với 40 điểm ta được $39.40=1560$ (đường thẳng)

Nhưng mỗi đường thẳng được tính hai lần

Do vậy số đường thẳng thực sự là : $1560:2=780$ (đường thẳng)

b) Nếu 40 điểm không có ba điểm nào thẳng hàng thì sẽ vẽ được 780 đường thẳng.

*Với 10 điểm, không có ba điểm nào thẳng hàng thì vẽ được:

$10.9:2=45$ (đường thẳng)

Số đường thẳng cần tìm là : $780-44=736$ (đường thẳng)

c) Ta có:

$n.(n-1):2=105$

$n(n-1)=210$

$n(n-1)=15.14$

Vậy $n=15$

II: Trung điểm của đoạn thẳng

Dạng toán: Tính độ dài đoạn thẳng, chứng minh trung điểm của đoạn thẳng.

Bài 1: Trên đường thẳng a lấy 3 điểm M,N,P sao cho $MN=2cm$, $NP=5cm$. Khi đó độ dài đoạn thẳng MP bằng:

A. 3 cm B. 3 cm hoặc 7 cm C. 7 cm D. 3,5 cm

Trích đề HSG huyện Khoái Châu năm 2018-2019

Bài 2: Cho đoạn thẳng AB = 12cm. Biết điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho AM = 7cm, khi đó AM - MB bằng:

A. 3 cm B. 4 cm C. 2 cm D. 5 cm

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2021-2022

Bài 3: Cho đoạn thẳng CD = 20 cm. Gọi M là trung điểm của CD, I là trung điểm của MC, K là trung điểm của MD, khi đó IK có độ dài là

A. 10 cm B. 5 cm C. 6 cm D. 2,5 cm

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2021-2022

Bài 4: Cho đoạn thẳng $AB=a$; điểm C nằm giữa hai điểm A và B, điểm M là trung điểm của AC, điểm N là trung điểm của CB. Hãy chứng tỏ rằng $MN=\frac{a}{2}$

Trích đề HSG tỉnh Bắc Ninh năm 2016 - 2017

Lời giải

M là trung điểm của AC nên: $AM = MC = \frac{1}{2}AC$

N là trung điểm CB nên: $CN = NB = \frac{1}{2}CB \Rightarrow MC + CN = \frac{1}{2}(AC + CB)$

C nằm giữa A và B nên C nằm giữa M và N

C nằm giữa M và N $\Rightarrow MC + CN = MN$

C nằm giữa A và B $\Rightarrow AC + CB = AB = a$

Do đó $MN = \frac{a}{2}$

Bài 5: Cho đoạn thẳng AB, điểm O thuộc tia đối của tia AB. Gọi M, N thứ tự là trung điểm của OA, OB.

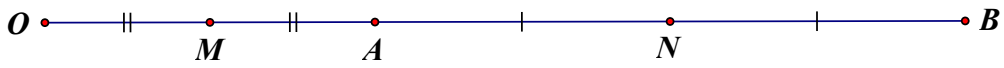
a)Chứng tỏ rằng $OA < OB$

b)Trong ba điểm O, M, N điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại ?

c)Chứng tỏ rằng độ dài đoạn thẳng MN không phụ thuộc vào vị trí của điểm O (O thuộc tia đối của tia AB)

Trích đề HSG Toán 6 năm 2019 -2020

Lời giải



a) Điểm A nằm giữa hai điểm O và B, suy ra:

$\Rightarrow OA < OB$

b)Ta có: M, N thứ tự là trung điểm OA, OB nên $\Rightarrow OM = \frac{OA}{2}; ON = \frac{OB}{2}$

Theo hình vẽ ta có điểm M nằm giữa hai điểm O và N

c)Từ hình vẽ ta có

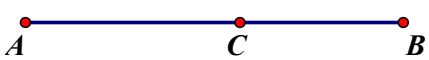
$$OM + MN = ON \Rightarrow MN = ON - OM \Rightarrow MN = \frac{OB - OA}{2} = \frac{AB}{2}$$

Vì AB có độ dài không đổi nên MN có độ dài không đổi, hay độ dài đoạn thẳng MN không phụ thuộc vào vị trí của điểm O (O thuộc tia đối của tia AB)

Bài 6: Cho đoạn thẳng AB = 8cm. Lấy điểm C nằm giữa hai điểm A và B sao cho BC = 4,5 cm. Tính độ dài đoạn thẳng AC.

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2021-2022

Lời giải



Vì điểm C nằm giữa hai điểm A và B nên ta có

$AC+CB=AB\Rightarrow AC=AB-CB$

Thay $AB=8\text{cm}$, $BC=4{,}5\text{cm}$ ta được $AC=8-4{,}5=3{,}5\,(\text{cm})$

Vậy $AC=3{,}5$ cm.

Bài 7: Cho ΔABC có $BC=5{,}5$ cm. Điểm M thuộc tia đối của tia CB sao cho $CM=3\text{cm}$

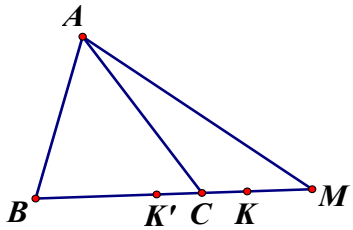
a) Tính độ dài đoạn thẳng BM

b) Biết $\widehat{BAM}=80^0$, $\widehat{BAC}=60^0$ Tính $\widehat{CAM}$

c) Tính độ dài đoạn thẳng BK thuộc đoạn BM biết $CK=1\text{cm}$

Trích đề HSG huyện ……năm 2019-2020

Lời giải



a) C nằm giữa B và M

$\Rightarrow BC+CM=BM$

$\Rightarrow BM=3+5{,}5=8{,}5\left(\text{cm}\right)$

b) C nằm giữa B và $M\Rightarrow AC$ là tia nằm giữa hai tia AB , AM

$\Rightarrow \widehat{BAC}+\widehat{CAM}=\widehat{BAM}$

$\Rightarrow \widehat{CAM}=\widehat{BAM}-\widehat{BAC}$

$\Rightarrow \widehat{CAM}=80^0-60^0=20^0$

c) Xét 2 trường hợp:

+ Nếu K nằm giữa C và M tính được: $BK=BC+CM=5{,}5+1=6{,}5\text{cm}$

+ Nếu K nằm giữa C và B tính được: $BK=4{,}5\text{cm}$

Bài 8:

Cho đoạn thẳng $AB=8\text{cm}$ và C là trung điểm của nó, lấy điểm D là trung điểm của CB, E là trung điểm của CD. Tính độ dài đoạn thẳng EB.

Trích đề HSG Trường THCS Quảng Tiến năm 2019-2020

Lời giải

Hình vẽ:

C là trung điểm của AB nên : $CB=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{1}{2}\cdot 8=4\,(\text{cm})$

D là trung điểm của CB nên: $DB=\frac{1}{2}CB=\frac{1}{2}\cdot 4=2(\text{cm})$

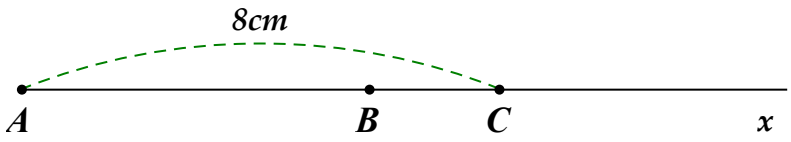
E là trung điểm của CD nên: $ED=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}\cdot 2=1(\text{cm})$

$EB=ED+DB=1+2=3(\text{cm})$

Bài 9: Vẽ tia Ax. Trên tia Ax xác định hai điểm B và C sao cho B nằm giữa A,C và $AC=8\text{cm}$, $AB=3BC$. Tính độ dài các đoạn AB,BC.

Trích đề HSG huyện Nghi Sơn năm 2021 - 2022

Lời giải



Có điểm B nằm giữa $A,C\Rightarrow AB+BC=AC$

$\Rightarrow 3BC+BC=8$

$\Rightarrow 4BC=8$

$\Rightarrow BC=2\Rightarrow AB=6$

Vậy $AB=6\ cm;\text{BC}=2\ cm$

Bài 10: Trên đường thẳng a lấy ba điểm M,N,P sao cho $MN=2cm,NP=5cm.$Khi đó độ dài đoạn MP bằng bao nhiêu

Trích đề HSG huyện Lâm Thao năm 2018- 2019

Lời giải

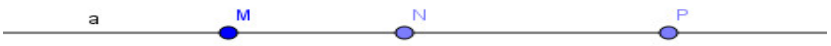
TH1: M nằm giữa N và P

Từ hình vẽ ta có: $NP=MN+MP$

$\Rightarrow 5=2+MP$

$\Rightarrow MP=3(cm)$

TH2: N nằm giữa M và P



Từ hình vẽ ta có: $MP = MN + NP$

$\Rightarrow MP = 2 + 5$

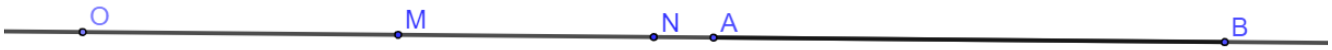
$\Rightarrow MP = 7\,(cm)$

Bài 11: Cho đoạn thẳng AB; điểm O thuộc tia đối của tia AB, Gọi M, N thứ tự là trung điểm của OA, OB.

Chứng tỏ rằng độ dài đoạn thẳng MN không phụ thuộc vào vị trí của điểm O (O thuộc tia đối của tia AB)

Trích đề HSG huyện Lâm Thao năm 2018- 2019

Lời giải



Vì M là trung điểm OA nên $OM = \dfrac{OA}{2}$

Vì N là trung điểm OB nên $OM = \dfrac{OB}{2}$

$MN = ON - OM = \dfrac{OB - OA}{2} = \dfrac{AB}{2}$

$MN = \dfrac{AB}{2}$. Vì AB có độ dài không đổi nên MN có độ dài không đổi.

Bài 12: Cho góc xAy, trên tia Ax lấy điểm B sao cho $AB = 6cm$. Trên tia đối của tia Ax lấy điểm D sao cho $AD = 4cm$.

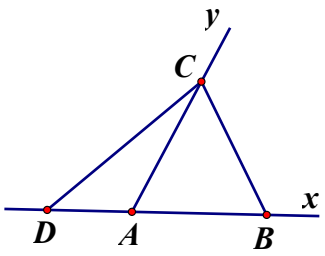
a) Tính BD

b) Lấy C là một điểm trên tia Ay. Biết $BCD = 80^0, BCA = 45^0$. Tính góc ACD

c) Biết $AK = 2cm$ (K thuộc BD). Tính BK.

Trích đề HSG huyện Việt Yên năm 2018-2019

Lời giải



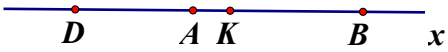
a) A nằm giữa D và B

$\Rightarrow BD = BA + AD = 6 + 4 = 10(cm)$

b) Vì CA nằm giữa hai tia CB, CD.

$\Rightarrow \widehat{ACD} + \widehat{ACB} = \widehat{BCD} \Rightarrow \widehat{ACD} = \widehat{BCD} - \widehat{ACB} = 80^0 - 45^0 = 35^0$

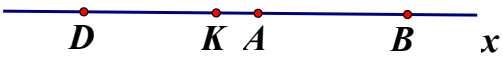
c) Trường hợp 1: K thuộc tia Ax



- Nói được K nằm giữa A và B
- Suy ra $AK + KB = AB \Rightarrow KB = AB - AK = 6 - 2 = 4(cm)$

Trường hợp 2: K thuộc tia đối của tia Ax

- Nói được A nằm giữa K và B



Suy ra $KB = KA + AB \Rightarrow KB = 6 + 2 = 8(cm)$

Kết luận : Vậy $KB = 4cm$ hoặc $KB = 8cm$.

Bài 13: Cho đoạn thẳng AB, điểm O thuộc tia đối của tia AB. Gọi M, N thứ tự là trung điểm của OA, OB.

a) Chứng tỏ rằng $OA < OB$

b) Trong ba điểm O, M, N điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại ?

c) Chứng tỏ rằng độ dài đoạn thẳng MN không phụ thuộc vào vị trí của điểm O (O thuộc tia đối của tia AB)

Trích đề HSG huyện Nông Cống năm 2019-2020

Lời giải

a) Điểm A nằm giữa hai điểm O và B, suy ra: $\Rightarrow OA < OB$

b) Ta có: M, N thứ tự là trung điểm OA, OB nên $\Rightarrow OM = \dfrac{OA}{2}; ON = \dfrac{OB}{2}$

Vì $OA < OB$ nên $OM < ON$

Hai điểm M, N thuộc tia OB, mà $OM < ON$ nên điểm M nằm giữa hai điểm O và N

c) Vì điểm M nằm giữa hai điểm O và N, nên ta có:

$$\Rightarrow OM + MN = ON \Rightarrow MN = ON - OM \Rightarrow MN = \frac{OB - OA}{2} = \frac{AB}{2}$$

Vì AB có độ dài không đổi nên MN có độ dài không đổi, hay độ dài đoạn thẳng MN không phụ thuộc vào vị trí của điểm O (O thuộc tia đối của tia AB)

Bài 14: Vẽ đoạn thẳng $AB = 5cm$

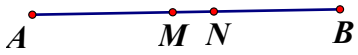
a) Trên đoạn thẳng AB lấy hai điểm M, N sao cho $MN = 1cm$. Tính $AM + BN$?

b) Trên đoạn thẳng AB lấy hai điểm M, N sao cho $AM + BN = 7cm$. Tính MN?

Trích đề HSG huyện Quế Sơn năm 2018-2019

Lời giải

Trường hợp 1:

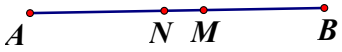


M nằm giữa hai điểm . A, N :. $AM + MN = AN \Rightarrow AM = AN - MN$

N nằm giữa hai điểm A, B nên $AN + NB = AB \Rightarrow BN = AB - AN$

$\Rightarrow AM + BN = AB - AN + AN - MN = AB - MN = 5 - 1 = 4cm$

Trường hợp 2



N năm giữa A, M : $AN + NM = AM$ hay $AM = AN + MN$

N nằm giưa hai điểm A, B nên:

$AN + NB = AB \Rightarrow BN = AB - AN \Rightarrow AM + BN = AB - AN + AN + MN$

$= AB + MN = 5 + 1 = 6cm$

$AM + BN = 7cm$ (*)

$AN + BN = 5cm \Rightarrow AM > AN \Rightarrow N$ nằm giữa hai điểm A, M

N nằm giữa hai điểm A, M được: $AM = AN + NM$

Thay vào (*) được: $AN + NM + BN = 7cm$

N nằm giữa hai điểm A, B nên $AN + BN = AB = 5cm$

Thay vào trên được: $5 + NM = 7 \Rightarrow MN = 7 - 5 = 2cm$

Bài 15: Trên đường thẳng xy lấy điểm O và hai điểm M, N sao cho $OM = 2cm$, $ON = 3cm$. Vẽ các điểm A, B trên đường thẳng xy sao cho M là trung điểm của OA; N là trung điểm của OB. Tính độ dài AB.

Trích đề HSG huyện Bá Thước năm 2021 - 2022

Lời giải

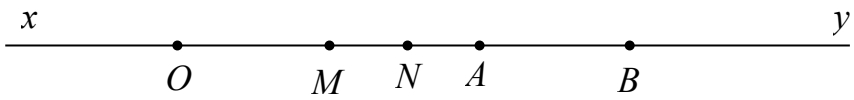
N là trung điểm của OB nên: $ON = \frac{OB}{2}$

Do đó: $OB = 2ON = 2.3 = 6\,cm$

N là trung điểm của OA nên: $OM = \dfrac{OA}{2}$

Do đó: $OA = 2OM = 2.2 = 4\,cm$

TH1: M nằm giữa hai điểm O và N.

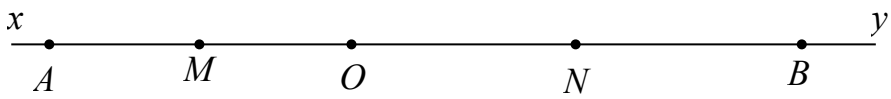


A nằm giữa O và B nên:

$OA + AB = OB$

$AB = OB - OA = 6 - 4 = 2\,cm$

TH2: O nằm giữa hai điểm N và M.



A nằm giữa O và B nên:

$AB = OB + OA = 6 + 4 = 10\,cm$

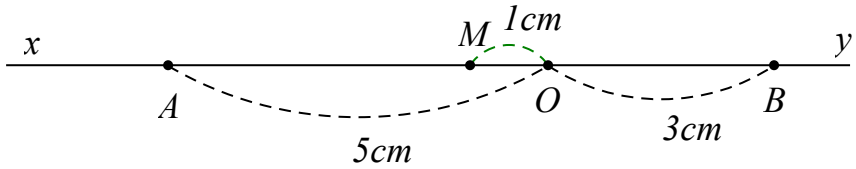
Nếu M nằm giữa hai điểm O và N thì $AB = 2\,cm$.

Nếu O nằm giữa hai điểm N và M thì thì $AB = 10\,cm$.

Bài 16: Cho hai tia Ox và Oy đối nhau. Trên tia Ox lấy hai điểm A và M sao cho $OA = 5cm$, $OM = 1cm$. Trên tia Oy lấy điểm B sao cho $OB = 3cm$. Chỉ ra: M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Trích đề HSG huyện Thọ Xuân năm 2021-2022

Lời giải



Điểm M nằm giữa O và A nên: $OM + MA = OA$.

$MA = OA - OM = 5 - 1 = 4(cm)$

Điểm O nằm giữa hai điểm M và B.

Khi đó: $OM + OB = MB$ hay $MB = 1 + 3 = 4(cm)$.

Điểm M nằm giữa hai điểm A và B

Mà $MA = MB = 4cm$

Do đó M là trung điểm AB.

Bài 17: Cho đường thẳng xy. Trên xy, lấy ba điểm A, B, C sao cho $AB = a\,(cm)$, $AC = b\,(cm)$ $(b > a)$. Gọi I là trung điểm của AB.

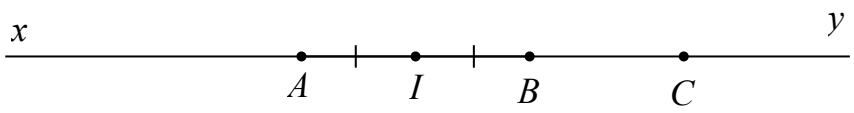
a) Tính IC.

b) Lấy 4 điểm M,N,P,Q nằm ngoài đường thẳng xy. Chứng tỏ rằng đường thẳng xy không cắt hoặc cắt ba, hoặc cắt bốn đoạn thẳng trong các đoạn thẳng sau: MN,MP,MQ,NP,NQ,PQ.

Trích đề HSG huyện Thanh Chương năm 2019 -2020

Lời giải

a) TH1: B, C nằm cùng phía với nhau so với A



I là trung điểm của AB nên: $IA=IB=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{a}{2}$

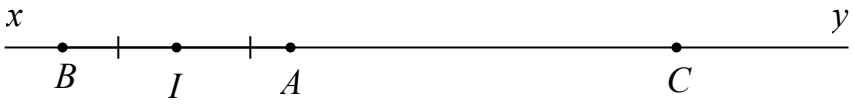
Trên xy, lấy ba điểm A,B,C sao cho $AB=a\,(cm)$, $AC=b\,(cm)$ mà $(b>a)$.

B nằm giữa A và C nên:

$BC=AC-AB=b-a$

$IC=IB+BC=\dfrac{a}{2}+b-a=b-\dfrac{a}{2}$ (cm)

Th2: B, C nằm khác phía so với điểm A



Học sinh tính được: $IC=b+\dfrac{a}{2}$

b) TH1: Nếu cả 4 điểm cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng xy thì đường thẳng xy không cắt các đoạn thẳng: MN,MP,MQ,NP,NQ,PQ.

*Th2: Nếu có 3 điểm (giả sử M,N,P) cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng xy còn 1 điểm Q nằm khác phía bờ là đường thẳng xy thì đường thẳng xy cắt 3 đoạn thẳng sau: MQ,NQ,PQ

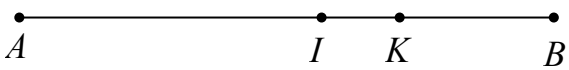
*Th3: Nếu có 2 điểm (giả sử M,N) cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng còn 2 điểm $(P;Q)$ nằm khác phía bờ là đường thẳng xy thì đườn thẳng xy cắt 4 đoạn sau: MP,MQ,NP,NQ.

Bài 18: a) Cho đoạn thẳng $AB=7cm$. Trên tia AB lấy điểm I sao cho $AI=4cm$. Trên tia BA lấy điểm K sao cho $BK=2cm$. Tính IK.

b) Trên tia Ox cho 4 điểm A,B,C,D. Biết rằng A nằm B và C, B nằm giữa C và D; $OA=5cm,OD=2cm,BC=4cm$ và độ dài AC gấp đôi độ dài BD. Tính độ dài các đoạn BD, AC.

Trích đề HSG huyện Hoằng Hóa năm 2017 -2018

Lời giải



a) Điểm K nằm giữa A và B nên: $AK+KB=AB$

$AK=7-2=5cm$

Điểm I nằm giữa A và K nên: $AI+IK=AK$

$4+IK=5$

$IK = 5 - 4 = 1\ (cm)$

b) Điểm A nằm giữa B và C nên: $BA + AC = BC$

$BA + AC = 4 \quad (1)$

Điểm D nằm giữa O và A nên: $OD + DA = OA$

$2 + DA = 5$

$DA = 5 - 2 = 3cm$

Ta có : $DB + BA = DA$

$DB + BA = 3 \quad (2)$

Từ (1), (2) ta có: $AC - DB = 1$

Mà theo đề bài ta có: $AC = 2BD$

Ta có: $2BD - BD = 1$.

$BD = 1(cm)$

$AC = 2BD = 2(cm)$

Bài 19: Cho tam giác ABC có $BC = 6cm$. Trên tia đối của tia BC lấy điểm D sao cho $BD = 3\,cm$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng CD.

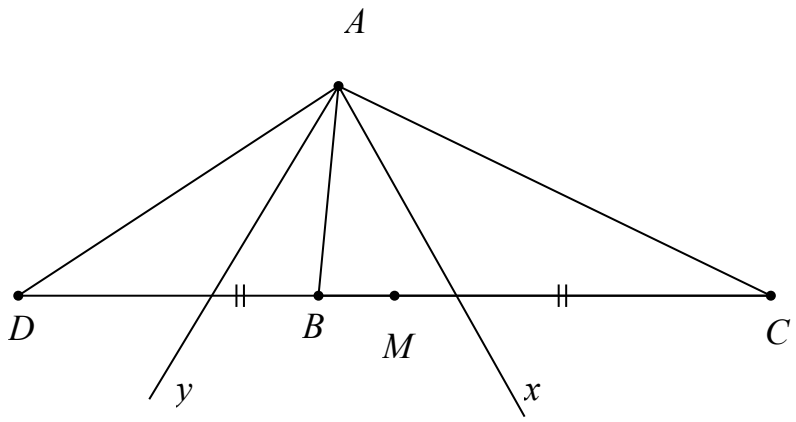
b) Gọi M là trung điểm của CD. Tính độ dài đoạn thẳng BM.

c) Biết góc $\widehat{DAC} = 120°$. Vẽ Ax và Ay lần lượt là các tia nằm chính giữa của góc $\widehat{BAC}$ và góc $\widehat{BAD}$.

d) Trên nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AB không chứa điểm D, nếu vẽ thêm n tia gốc A phân biệt không trùng với các tia AB, AC, Ax thì có tất cả bao nhiêu góc đỉnh A được tạo thành?

Trích đề HSG huyện Phù Ninh năm 2015 -2016

Lời giải



a) Vì điểm B nằm giữa hai điểm C và D, ta có:

$CD = BC + BD = 6 + 3 = 9\ (cm)$.

b) Vì M là trung điểm của đoạn CD nên $CM = MD = \dfrac{CD}{2} = \dfrac{9}{2} = 4,5\ (cm)$

Điểm M nằm giữa hai điểm C và B.

Ta có: $BC = BM + CM$

$BM = BC - CM = 6 - 4,5 = 1,5\ (cm)$.

c) Vì Ax là các tia nằm chính giữa của $\widehat{BAC}$

Vì Ay là các tia nằm chính giữa của $\widehat{BAD}$

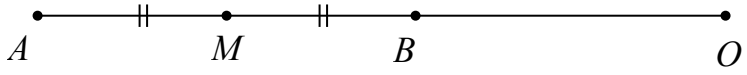
d) Ta có: $n+3$ tia gốc A phân biệt (kể cả các tia AB, AC, Ax)

Mỗi tia trong $n+3$ tia hợp với $n+2$ tia còn lại một góc. Có $n+3$ tia như vậy nên có tất cả $(n+3)(n+2)$ góc. Tính như thế mỗi góc đã được tính hai lần nên có tất cả $(n+3)(n+2):2$ góc đỉnh A.

Bài 20: Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Trên tia đối của tia BA lấy O (O khác B). So sánh độ dài đoạn thẳng OM và trung bình cộng của hai đoạn thẳng OA và OB.

Trích đề HSG huyện Sông Lô năm 2015 -2016

Lời giải



M là trung điểm của đoạn thẳng AB nên M nằm giữa A và B và $MA=MB$ (1)

Hai tia BM, BA trùng nhau; hai tia BO, BA đối nhau do đó B nằm giữa O và M

Ta có $OM=OB+BM$ (2).

M nằm giữa A và O do vậy $OM+MA=OA$

$OM=OA-MA$ (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $2OM=OA+OB$ hay $OM=\dfrac{OA+OB}{2}$.

Bài 21: Trên đường thẳng xy lấy điểm O. Trên tia Ox lấy điểm A, trên tia Oy lấy điểm B,C sao cho $OA=OC=2cm$ và $OB=7cm$.

1) Vẽ hình sau đó:

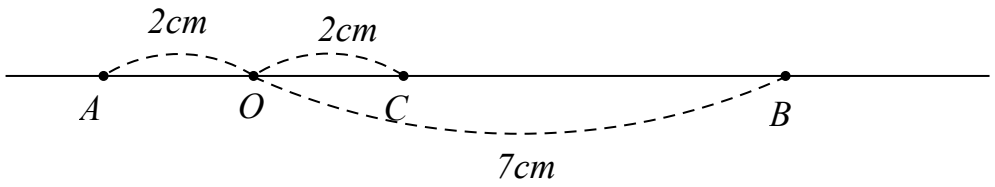
a) Tính độ dài đoạn thẳng BC.

b) Cho biết điểm O có là trung điểm đoạn thẳng AC không? Vì sao?

2) Cần lấy thêm trên đường thẳng xy bao nhiêu điểm phân biệt không trùng với các điểm đã cho để trên đường thẳng có 465 đoạn thẳng mà mỗi đoạn thẳng có mút là hai trong các điểm đó.

Trích đề HSG huyện Đông Hưng năm 2021-2022

Lời giải



1) a) Vì điểm C nằm giữa điểm O và điểm B nên ta có: $OC+CB=OB$

$BC=OB-OC=7-2=5(cm)$.

Vậy $BC=5cm$.

b) Ta có điểm O nằm giữa hai điểm A và C và $OA=OC=2cm$

Vậy điểm O là trung điểm của đoạn thẳng AC.

2) Trên đường thẳng có n điểm thì số đoạn thẳng được tạo thành là: $\dfrac{(n-1)n}{2}$ đoạn thẳng;

Theo bài ra, ta có: $\frac{(n-1).n}{2}=465$

$(n-1).n=930$

$(n-1).n=30.31$

$n=31$

Vậy để có 465 đoạn thẳng thì cần có 31 điểm mà đã có 4 điểm nên ta phải thêm vào 27 điểm nữa là đạt yêu cầu của đầu bài.

Bài 22: Cho đoạn thẳng AB và trung điểm M của nó. Chứng tỏ rằng nếu C là điểm nằm giữa M và B thì: $CM=\frac{CA-CB}{2}$

Trích đề HSG Trường Hưng Mỹ năm 2018-2019

Lời giải

Ta có $CA=CM+MA$ (1)

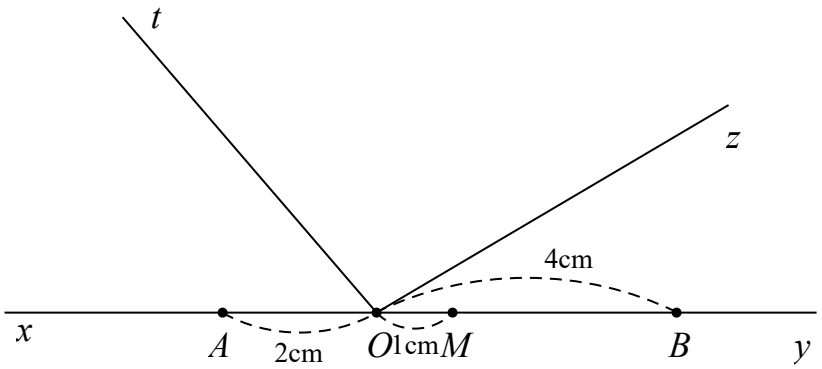
$CB=MB-CM$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $CA-CB=2CM\left(MA=MB\right)\Rightarrow CM=\frac{CA-CB}{2}$

Bài 23: Cho góc bẹt xOy, trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA=2cm$; trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho $OM=1cm, OB=4cm$. Chứng tỏ điểm M nằm giữa hai điểm O và B. Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB

Trích đề HSG huyện Thanh Chương năm 2018-2019

Lời giải



Ta có M nằm giữa O và B

Ta có $MO+MB=OB$

$MB=OB-MO=3cm$ (1)

Vì Ox, Oy đối nhau, $A\in Ox$, $M\in Oy$ nên O nằm giữa A và M

$AM=AO-OM=3cm$ (2)

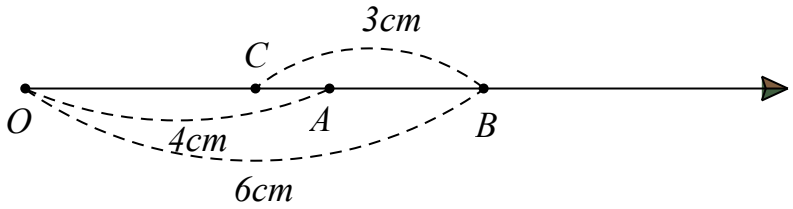
Từ (1) và (2) suy ra $MB=MA=3(cm)$

Vậy M là trung điểm của AB

Bài 24: Gọi A và B là hai điểm trên tia Ox sao cho $OA=4cm, OB=6cm$. Trên tia BA lấy điểm C sao cho $BC=3cm$. So sánh AB với AC.

Trích đề HSG cấp trường vòng 2 THCS Tân Lập năm 2018-2019

Lời giải



Hai điểm A, B trên tia Ox mà $OA < OB$ $(4 < 6)$ nên điểm A nằm giữa O và B suy ra

$AB = OB - OA = 6 - 4 = 2(cm)$

Hai điểm A và C trên tia BA mà $BA < BC$ $(2cm < 3cm)$ nên điểm A nằm giữa hai điểm B và C

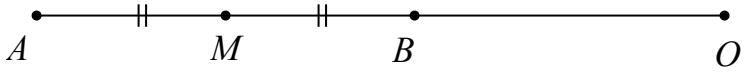
Suy ra : $AC = BC - BA = 3 - 2 = 1(cm)$

Vậy $AB > AC$ $(2 > 1)$

Bài 25: Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Trên tia đối của tia BA lấy O (O khác B). So sánh độ dài đoạn thẳng OM và trung bình cộng của hai đoạn thẳng OA và OB

Trích đề thi chọn HSG Tam Dương năm 2016-2017

Lời giải



M là trung điểm của đoạn thẳng AB nên M nằm giữa A và B; $MA = MB$ (1)

B nằm giữa O và M

Ta có $OM = OB + BM$ (2)

Hai tia MA, MB đối nhau, hai tia MB, MO trùng nhau suy ra hai tia MA, MO đối nhau do đó M nằm giữa A và O

Vậy $OM + MA = OA$

Do đó $OM = OA - MA$ (3)

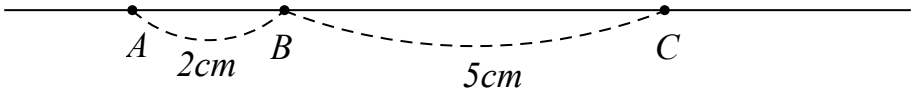
Từ (1),(2) và (3) suy ra $2OM = OA + OB$ hay $OM = \dfrac{OA + OB}{2}$

Bài 26: Cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng 2 cm. Lấy điểm C thuộc đường thẳng AB sao cho $BC = 5\,cm$. Tính độ dài đoạn thẳng AC

Trích đề chọn HSG Trực Ninh năm 2017-2018

Lời giải

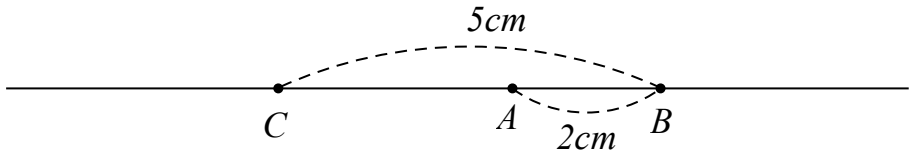
Trường hợp điểm C thuộc tia đối của tia BA



Điểm C thuộc tia đối của tia BA nên hai tia BA và BC đối nhau, suy ra điểm B nằm giữa hai điểm A và C

Ta có: $AB + BC = AC$ thay số tính được $AC = 7\,cm$

Trường hợp điểm C thuộc tia BA



Trên tia BA, $BA < BC$ $(2\,cm < 5cm)$ nên điểm A nằm giữa hai điểm B và C

Ta có: $AB + AC = BC$ Thay số tính được $AC = 3\,cm$

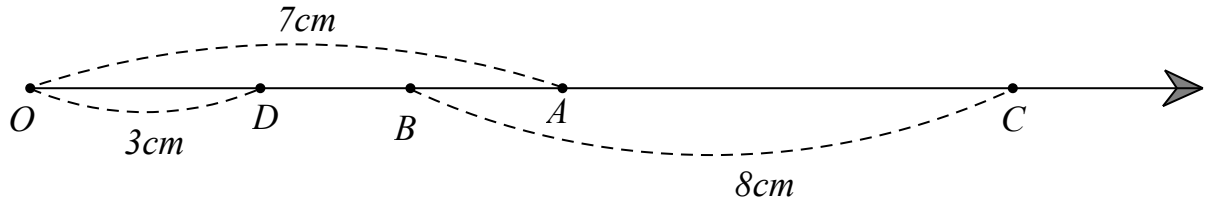
Bài 27: Trên tia Ox cho 4 điểm A, B, C, D. Biết rằng A nằm giữa B và C; B nằm giữa C và D; $OA = 7\,cm$; $OD = 3\,cm$; $BC = 8\,cm$ và $AC = 3BD$

a) Tính độ dài AC

b) Chứng tỏ rằng: Điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AD

Trích đề chọn HSG Nga Sơn năm 2017-2018

Lời giải



a) Đặt $BD = x\,(cm) \Rightarrow AC = 3x\,(cm)$

Vì D nằm giữa O và A (Do $OD < OA$) nên : $OD + DA = OA \Rightarrow DA = 4$

$DB + BA = 4$ *hay* $x + BA = 4$ (1)

Vì A nằm giữa B và C nên : $BA + AC = BC$ hay $3x + BA = 8$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $(3x + BA) - (x + BA) = 8 - 4$

$2x = 4$

$x = 2$

$AC = 3.2 = 6\,(cm)$

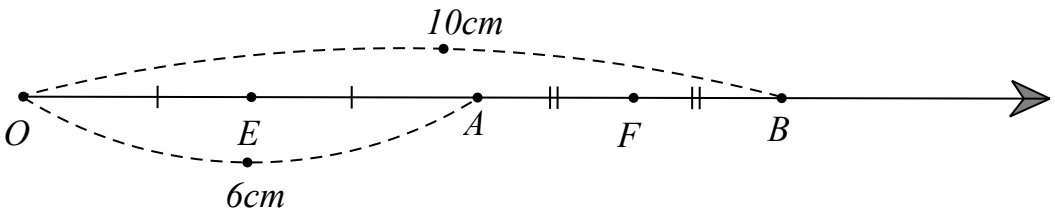
b) Theo (1) ta có: $x + BA = 4$ mà $x = 2$ nên $BA = 2$

Mà $BD = x = 2$ nên $BD = BA = 2$. Do đó B là trung điểm của đoạn thẳng AD

Bài 28: Trên tia Ox lấy 2 điểm A, B sao cho $OA = 6\,cm, OB = 10\,cm$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của OA, AB. Tính độ dài đoạn thẳng EF.

Trích đề chọn HSG Nga Sơn năm 2017-2018

Lời giải



Vì hai điểm A, B cùng nằm trên tia Ox mà $OA < OB$ $(6\,cm < 10\,cm)$ nên điểm A nằm giữa hai điểm O và B. Do đo $OA + AB = OB$

Thay số $6 + AB = 10$

$AB = 4$

Vậy $AB = 4cm$

Vì E là trung điểm OA nên $EA = \dfrac{OA}{2}$, thay số $EA = 6:2 = 3\,cm$

F là trung điểm của AB nên $AF = \dfrac{AB}{2}$

Thay số: $AF = 4:2 = 2\,cm$

Do điểm A nằm giữa hai điểm O và B. Mà E là trung điểm của OA, F là trung điểm của AB nên điểm A nằm giữa hai điểm E và F

Ta có $EF = EA + AF = 3 + 2 = 5(cm)$

Vậy $EF = 5\,cm.$

Bài 29: Trên đường thẳng a lấy ba điểm M, N, P sao cho: $MN = 2$ cm, $NP = 5$ cm. Khi đó độ dài đoạn thẳng MP bằng:

A. 3 cm. **B.** 7 cm. **C.** 3 cm hoặc 7 cm. **D.** 3,5 cm.

Trích đề HSG trường THCS Việt Tiến (Việt Yên) năm 2021 - 2022

Lời giải

Đáp án: **C.** 3 cm hoặc 7 cm.

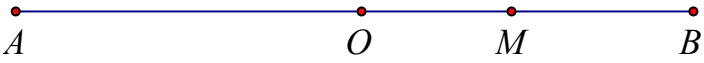
Bài 30: Cho ba điểm A, O, B sao cho $OA = 2$cm, $OB = 3$cm và $AB = 5$cm. Lấy điểm M nằm trên đường thẳng AB sao cho $OM = 1$cm. Tính độ dài đoạn thẳng AM.

Trích đề HSG huyện Hiệp Hoà năm 2021-2022

Lời giải

Ta có $2\,\text{cm} + 3\,\text{cm} = 5\,\text{cm}$ hay $OA + OB = AB$ nên điểm O nằm giữa điểm A và điểm B

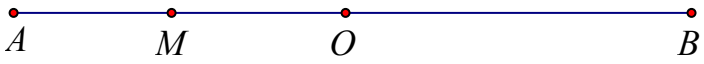
TH1: Điểm M thuộc tia OB. Ta có hình vẽ



Ta có O điểm nằm giữa điểm A và M nên $OA + OM = AM$ hay $2 + 1 = AM$

Suy ra $AM = 3$ (cm).

TH2: Điểm M thuộc tia OA. Ta có hình vẽ



Ta có M điểm nằm giữa điểm A và O nên $AM + OM = OA$ hay $AM + 1 = 2$

suy ra $AM = 1$ (cm).

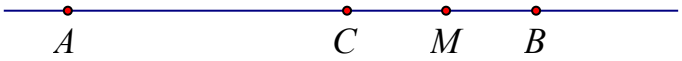
Vậy $AM = 3$ (cm) hoặc $AM = 1$ (cm).

Bài 31: Cho hai điểm A và B cùng nằm trên đường thẳng xy sao cho $AB = 5$cm. Trên tia Ax lấy điểm C sao cho $AC = 3$cm. Gọi M là trung điểm của BC. Tính độ dài đoạn thẳng AM.

Trích đề HSG trường THCS Yên Phong năm 2021 - 2022

Lời giải

TH1: B, C nằm cùng phía với nhau so với điểm A.



Ta có: $AC < AB$ $(3 < 5)$ nên C nằm giữa hai điểm A và B

$AC + CB = AB$

$3 + CB = 5$

$CB = 5 - 3 = 2\,(\text{cm})$

Vì M là trung điểm của BC nên M nằm giữa hai điểm C và B và $MC = MB = \dfrac{BC}{2} = 1\,(\text{cm})$

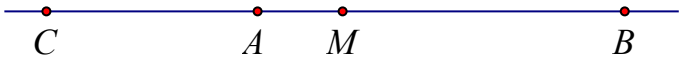
Mặt khác C nằm giữa hai điểm A và M

$AC + CM = AM$

$AM = 3 + 1$

$AM = 4\,(\text{cm})$

TH2: B, C nằm khác phía so với điểm A.



Vì A nằm giữa B và C

Nên $CB = CA + AB$

$CB = 3 + 5$

$CB = 8\,(\text{cm})$.

Vì M là trung điểm của BC nên M nằm giữa hai điểm C và B và $MC = MB = \dfrac{BC}{2} = 4\,(\text{cm})$

Vì $AC < CM$ $(3 < 4)$ nên A nằm giữa hai điểm C và M

$CA + AM = CM$

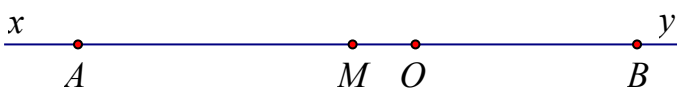
$3 + AM = 4$

$AM = 4 - 3 = 1$ (cm).

Bài 32: Cho hai tia Ox và Oy đối nhau, trên tia Ox lấy hai điểm A và M sao cho $OA = 5\text{cm}$, $OM = 1\text{cm}$; trên tia Oy lấy điểm B sao cho $OB = 3\text{cm}$. Chứng tỏ: Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Trích đề HSG trường THCS Nghĩa Đồng (Tân Kỳ) năm 2021 - 2022

Lời giải



Vì điểm M nằm giữa O và A,

suy ra $OM + MA = OA$

$MA = OA - OM = 5 - 1 = 4$ (cm).

Vì OA và OB là hai tia đối nhau, M thuộc OA nên OM và OB là hai tia đối nhau, suy ra điểm O nằm giữa hai điểm M và B.

Khi đó: $OM + OB = MB$

hay $MB = 1 + 3 = 4$ (cm).

Vì điểm M nằm giữa hai điểm A và B và $MA = MB = 4$ (cm) nên M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Bài 33: Trên tia Ox lấy hai điểm A và B sao cho $OA = 8\text{cm}$, $AB = 2\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng OB.

Trích đề HSG trường THCS Việt Tiến (Việt Yên) năm 2021 - 2022

Lời giải

TH1: Ta có $OB = OA - AB = 8 - 2 = 6$ (cm)

TH2: Ta có $OB = OA + AB = 8 + 2 = 10$ (cm)

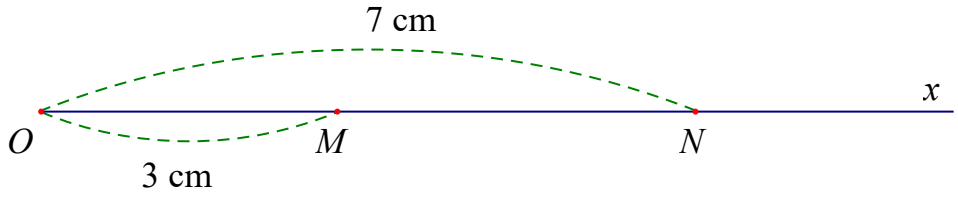
Bài 34: Trên tia Ox lấy hai điểm M và N sao cho $OM = 3\text{cm}$, $ON = 7\text{cm}$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng MN.

b) Gọi P là điểm thuộc tia Ox sao cho $MP = 2\text{cm}$. Hỏi P có phải là trung điểm của đoạn thẳng MN không? Vì sao?

Trích đề HSG Trường THCS An Lễ năm 2021 - 2022

Lời giải

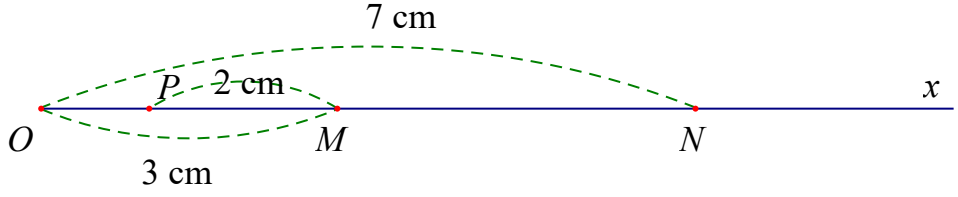


a) Vì M nằm giữa O và N nên $ON = OM + MN$

suy ra $MN = ON - OM = 7 - 3$

Vậy $MN = 4\text{cm}$.

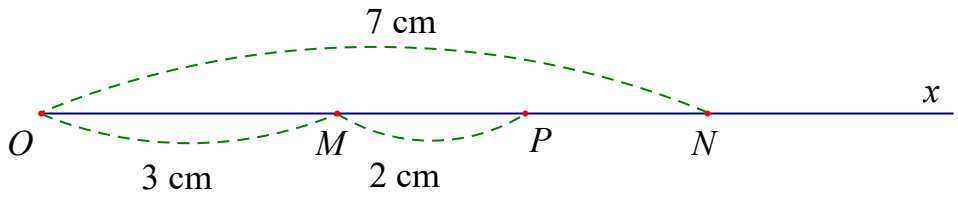
b) TH1: Điểm M và N nằm cùng phía đối với điểm P.



M và N nằm cùng phía đối với điểm P, suy ra M nằm giữa P và N

suy ra $PM \neq MN$ (vì $2 \neq 4$) nên P không là trung điểm của MN.

TH2: Điểm M và N nằm khác phía đối với điểm P.



M và N nằm khác phía đối với điểm P nên P nằm giữa M và N.

$MN = MP + PN$

$PN = MN - MP$

$PN = 4 - 2$

$PN = 2\ (\text{cm})$

Vì P nằm giữa M và N và $MP = PN\ (= 2\ \text{cm})$

suy ra P là trung điểm của MN.

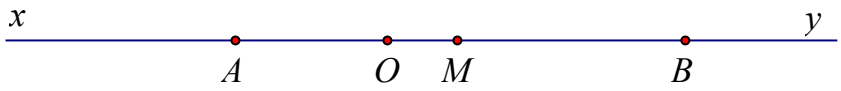
Bài 35: Lấy điểm O trên đường thẳng xy. Trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA = 2\text{cm}$. Trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho $OM = 1\text{cm}$; $OB = 4\text{cm}$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng BM.

b) Chứng tỏ rằng M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Trích đề HSG Trường THCS Ân Hữu năm 2021 - 2022

Lời giải



a) Nằm giữa O và B

Do đó: $OM + MB = OB$

$1 + MB = 4$

$MB = 4 - 1 = 3\ (\text{cm})$

Vậy $MB = 3$ cm.

b) O nằm giữa A và M

$MA = OM + OA$

$MA = 1 + 2 = 3\text{cm}$

Ta thấy: $MA = MB = 3\text{cm}$

Vì A thuộc tia Mx, B thuộc tia My; Mx và My là hai tia đối nhau

$\Rightarrow M$ nằm giữa A và B.

Vậy M là trung điểm của AB.

Bài 36: Lấy điểm O trên đường thẳng xy. Trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA = 2\text{cm}$. Trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho $OM = 1\text{cm}; OB = 4\text{cm}$.

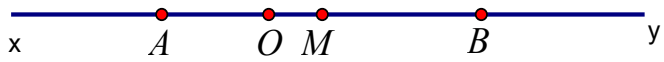
a) Tính độ dài đoạn thẳng BM.

b) Chứng tỏ rằng M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

c) Cho điểm Q không thuộc đường thẳng xy và lấy thêm 2017 điểm phân biệt khác thuộc đường thẳng xy và không trùng với 4 điểm A, B, M, O. Hỏi có thể vẽ được bao nhiêu đoạn thẳng có 2 đầu mút là 2 điểm trong số các điểm đã cho?

Trích đề HSG huyện Chí Linh năm 2021-2022

Lời giải



a) Vì M nằm giữa O và B nên $OM + MB = OB$

Từ đó tính được $MB = 3$ cm

b) Tính được độ dài $AB = 6$ cm

Tính được độ dài đoạn $AM = 3$ cm

Suy ra $AM = MB = \dfrac{AB}{2}$ nên M là trung điểm của AB.

c) Tổng số điểm trên đường thẳng xy là 2021 điểm

Gọi tên các điểm đó là $A, B, M, O, P_1, P_2, P_3, ..., P_{2017}$

Từ Q vẽ được 2021 đoạn thẳng khi nối với các điểm còn lại

Từ A vẽ được 2020 đoạn thẳng khi nối với các điểm còn lại (trừ điểm Q)

Từ B vẽ được 2019 đoạn thẳng khi nối với các điểm còn lại (trừ điểm A, Q)

Vậy tổng số đoạn thẳng vẽ được là:

$2021 + 2020 + 2019 + ... + 3 + 2 + 1$

$= 2022.1010 + 1011$

$= 2043231$

Bài 37: Trên tia Ox lấy hai điểm M và N, sao cho $OM = 5$ cm và $ON = 9$ cm.

a) Tính độ dài đoạn thẳng MN.

b) Lấy điểm P trên tia Ox, sao cho $MP = 2$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng OP.

Trích đề HSG huyện Bình Xuyên năm 2021-2022

Lời giải

a)

a) Trên tia Ox, ta có: $OM < ON$ $(5 < 9)$ nên M nằm giữa hai điểm O và N.

Suy ra $OM + MN = ON$.

Suy ra $5 + MN = 9$ suy ra $MN = 9 - 5 = 4$ (cm).

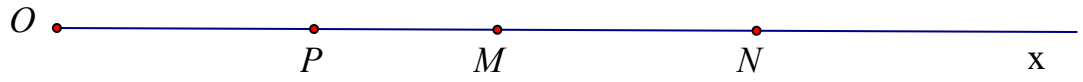
Vậy $MN = 4$ (cm).

b)

TH1: P nằm giữa M và N.

Vì P nằm giữa M và N mà M nằm giữa hai điểm O và N nên M nằm giữa O và P
Suy ra $OP = OM + MP$
Suy ra $OP = 5 + 2 = 7$ (cm)

TH2: P nằm giữa O và M.



Vì P nằm giữa O và M nên $OM = OP + PM$
Suy ra $5 = OP + 2$ suy ra $OP = 3$ (cm).

Bài 38: Trên tia Ox lấy hai điểm A, B (điểm A không trùng với điểm O và độ dài OB lớn hơn độ dài OA). Gọi M là trung điểm của OA. Hãy so sánh độ dài MB với trung bình cộng độ dài OB, AB

Trích đề HSG huyện Tĩnh Gia năm 2018-2019

Lời giải

Ta có trung bình cộng BO, BA là $\frac{BO+AB}{2} = \frac{BO}{2} + \frac{BA}{2}$

Ta lại có $BO = BA + AO$ nên $\frac{BO+BA}{2} = \frac{BA}{2} + \frac{AO}{2} + \frac{BA}{2} = \frac{AO}{2} + BA$ (1)

Mặt khác ta có: $BM = BA + AM$ mà M là trung điểm của OA nên $BM = \frac{AO}{2} + BA$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $BM = \frac{BO+BA}{2}$. hay số đo BA bằng trung bình cộng số đo BO, BA

III: Độ lớn góc

Dạng toán: Tính số đo góc

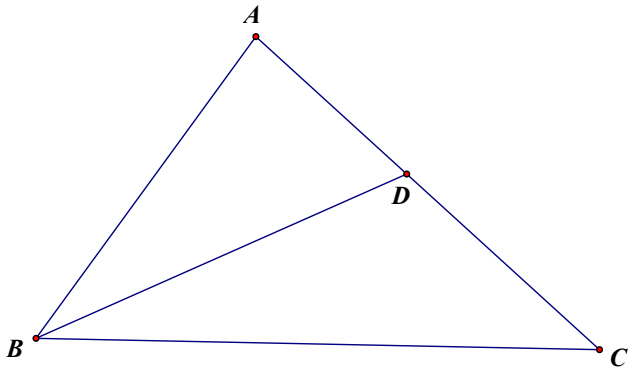
Bài 1: Cho tam giác ABC có $\widehat{ABC} = 55^0$, trên cạnh AC lấy điểm D (D không trùng với A và C)

a) Tính số đo $\widehat{DBC}$ biết $\widehat{ABD} = 30^0$

b) Từ B dựng tia Bx sao cho $\widehat{DBx} = 90^0$. Tính số đo $\widehat{ABx}$

Trích đề HSG cấp trường năm 2018 -2019

Lời giải

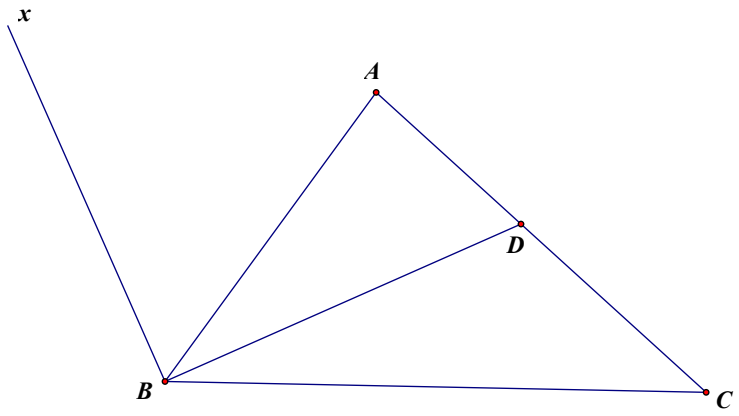


a) Tia BD nằm giữa hai tia BA và BC nên $\widehat{ABC} = \widehat{ABD} + \widehat{DBC}$

$\Rightarrow \widehat{DBC} = \widehat{ABC} - \widehat{ABD} = 55^0 - 30^0 = 25^0$

b) Xét hai trường hợp:

- Trường hợp 1: Tia Bx và BD nằm về hai phía nửa mặt phẳng có bờ là AB

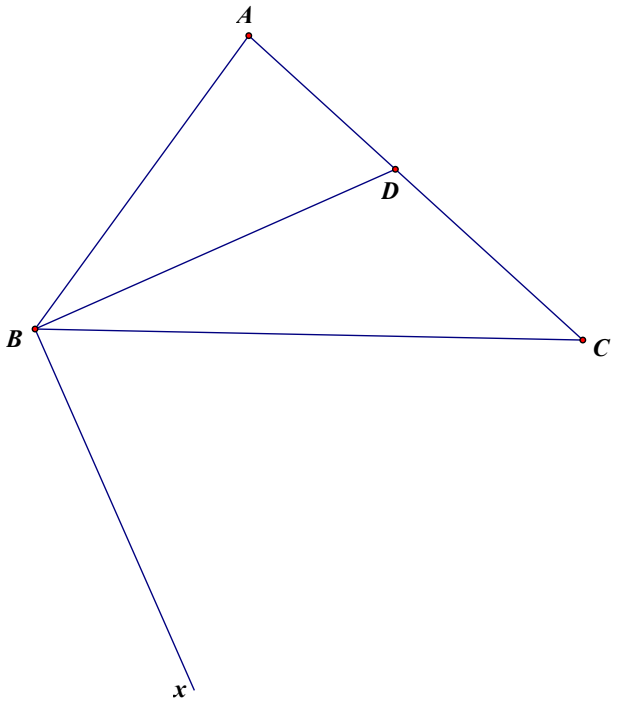


Tính được: $\widehat{ABx} = 90^0 - \widehat{ABD}$

Mặt khác tia BD nằm giữa hai tia BA, BC nên $0^0 < \widehat{ABD} < 55^0$

$\Rightarrow 90^0 - 55^0 < \widehat{ABx} < 90^0 - 0^0 \Leftrightarrow 35^0 < \widehat{ABx} < 90^0$

- Trường hợp 2: Tia Bx, BD nằm về cùng nửa mặt phẳng có bờ là AB



Tính được: $\widehat{ABx} = 90^0 + \widehat{ABD}$

Lập luận tương tự trường hợp 1 chỉ ra được: $90^0 < \widehat{ABx} < 145^0$

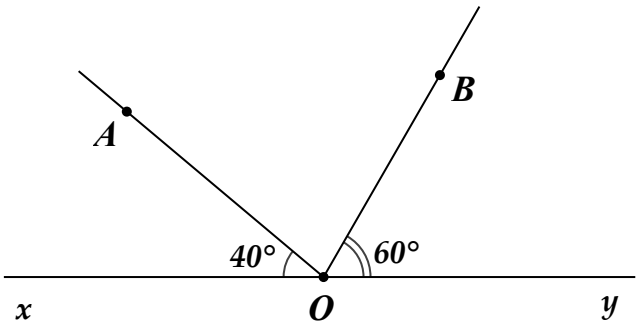
Vậy $35^0 < \widehat{ABx} < 145^0, \widehat{ABx} \neq 90^0$

Bài 2: Cho điểm O thuộc đường thẳng xy. Vẽ các tia OA, OB sao cho góc $\widehat{AOx} = 40°$, $\widehat{BOy} = 60°$ .Tính số đo $\widehat{AOB}$.

Lời giải

Ta có hai trường hợp hình vẽ:

Trường hợp 1:



Hai góc $\widehat{xOB};\widehat{BOy}$ kề bù $\Rightarrow \widehat{xOB}+\widehat{BOy}=180^0$

$\Rightarrow \widehat{xOB}+60°=180°$

$\Rightarrow \widehat{xOB}=120°$

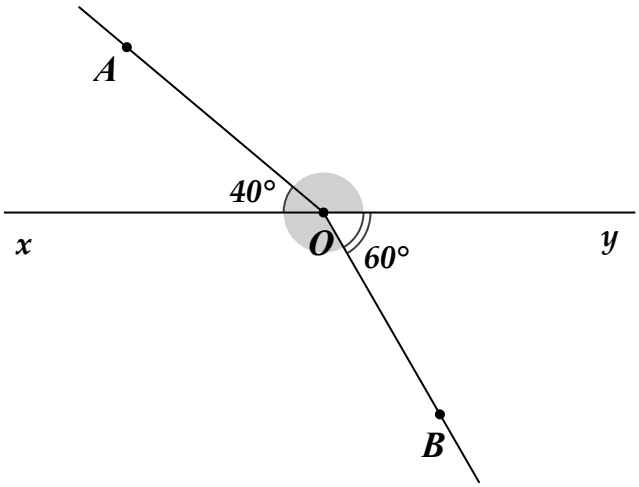
Tia OA nằm giữa hai tia $Ox;OB$

$\Rightarrow \widehat{xOA}+\widehat{AOB}=\widehat{xOB}$

$\Rightarrow 40°+\widehat{AOB}=120°$

$\Rightarrow \widehat{AOB}=80°$

Trường hợp 2:



Hai góc $\widehat{xOB};\widehat{BOy}$ kề bù $\Rightarrow \widehat{xOB}+\widehat{BOy}=180°$

$\Rightarrow \widehat{xOB}+60°=180°$

$\Rightarrow \widehat{xOB}=120°$

Từ hình vẽ ta có: $\widehat{xOA}+\widehat{xOB}=\widehat{AOB}$

$\Rightarrow 40°+120°=\widehat{AOB}$

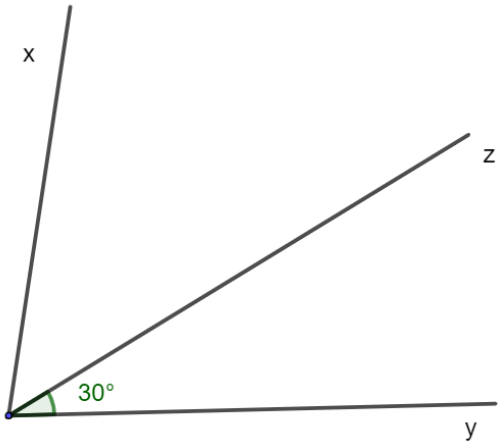
$\Rightarrow \widehat{AOB}=160°$

Vậy $\widehat{AOB}=80°$ hoặc $\widehat{AOB}=160°$

Bài 3: Cho $\widehat{xOy}=80^0$, tia Oz nằm giữa hai tia Ox, Oy sao cho $\widehat{xOz}=30^0$. Số đo $\widehat{yOz}$ là bao nhiêu

Trích đề HSG huyện Lâm Thao, năm 2018- 2019

Lời giải



Từ hình vẽ ta có: $\widehat{xOy}=\widehat{xOz}+\widehat{zOy}$

$\Rightarrow 80°=30°+\widehat{zOy}$

$\Rightarrow \widehat{zOy}=80°-30°=50°$

Bài 4: Trên đường thẳng AM lấy một điểm O (O nằm giữa A và M). Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AM vẽ các tia OB,OC sao cho $\widehat{MOC}=115^0,\widehat{BOC}=70^0$. Trên nửa mặt phẳng đối diện dựng tia OD(D không cùng nằm trong nửa mặt phẳng với B,C qua bờ là AM) sao cho $\widehat{AOD}=45^0$.

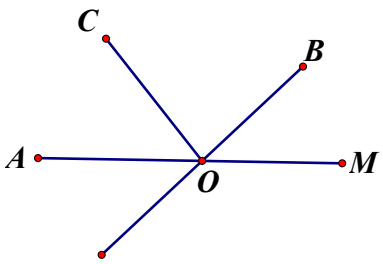
a) Tia OB nằm giữa hai tia OM,OC không ?

b) Tính $\widehat{MOB},\widehat{AOC}$

c) Chứng tỏ rằng 3 điểm D,O,B thẳng hàng.

Trích đề 59 HSG huyện năm 2018- 2019

Lời giải



a) Nếu OB nằm giữa hai tia OA, OC thì $\widehat{MOC}+\widehat{COB}=\widehat{MOB}=185^0$ (vô lý)

Vậy OB nằm giữa hai tia OM,OC

b) Từ hình vẽ ta có: $\widehat{MOB}+\widehat{BOC}=\widehat{MOC}$

$\Rightarrow \widehat{MOB}=\widehat{MOC}-\widehat{BOC}=115^0-70^0=45^0$

Hai góc $\widehat{AOC},\widehat{COM}$ là hai góc kề bù nên $\widehat{AOC}+\widehat{COM}=180^0$

$\Rightarrow \widehat{AOC}=180^0-\widehat{COM}=180^0-115^0=65^0$

c) Hai góc $\widehat{AOB},\widehat{BOM}$ là hai góc kề bù $\Rightarrow \widehat{AOB}+\widehat{BOM}=180^0$

$\Rightarrow \widehat{AOB}=180^0-45^0=135^0$

Hai góc $\widehat{DOA},\widehat{AOB}$ là 2 góc có cạnh chung OA. Còn 2 cạnh OD,OB nằm 2 nửa mặt phẳng đối nhau bờ AM nên:

$\widehat{DOA}+\widehat{AOB}=45^0+135^0=180^0\Rightarrow OD,OB$ là hai tia đối nhau

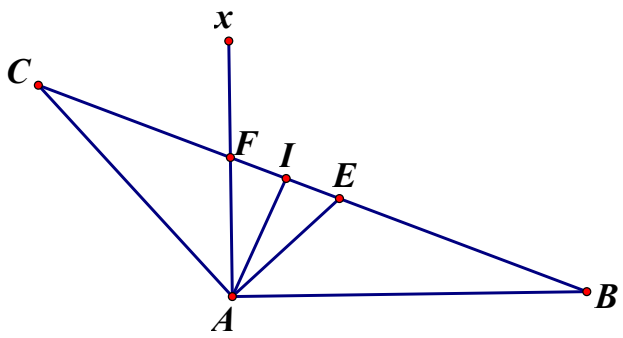
$\Rightarrow D,O,B$ thẳng hàng

Bài 5: Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC}=120^0$. Điểm E nằm giữa B và C sao cho $\widehat{BAE}=30^0$. Trên mặt phẳng có bờ AC chứa điểm B kẻ tia Ax sao cho $\widehat{CAx}=30^0$, tia Ax cắt BC ở F

Tính số đo của $\widehat{EAF}$

Trích đề HSG huyện Vũ Thư, năm 2018- 2019

Lời giải



Ta có: $\widehat{BAE}+\widehat{EAC}=\widehat{BAC}$

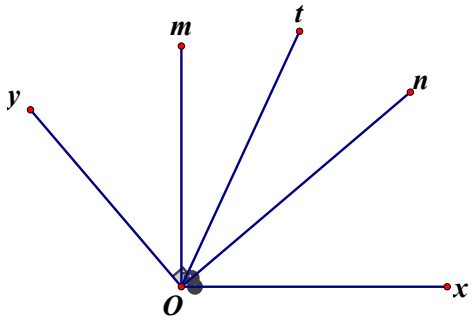
Hay $30^0+\widehat{EAC}=120^0\Rightarrow \widehat{EAC}=120^0-30^0=90^0$

Xét nửa mặt phẳng bờ AC có chứa điểm B

$\widehat{CAF}+\widehat{FAE}=\widehat{CAE}\Rightarrow 30^0+\widehat{FAE}=90^0\Rightarrow \widehat{FAE}=60^0$

Bài 6: Cho góc tù xOy. Bên trong góc xOy, vẽ tia Om sao cho $\widehat{xOm}=90^0$ và vẽ tia On sao cho $\widehat{yOn}=90^0$. Chứng minh $\widehat{xOn}=\widehat{yOm}$

Lời giải



Lập luận được $\widehat{xOm}+\widehat{mOy}=\widehat{xOy}$ hay $90^0+\widehat{mOy}=\widehat{xOy}$

$\widehat{yOn}+\widehat{nOx}=\widehat{xOy}$ hay $90^0+\widehat{nOx}=\widehat{xOy}$

$\Rightarrow \widehat{xOn}=\widehat{yOm}$

Bài 7: Cho góc $\widehat{xBy}=55°$. Trên các tia Bx, By lần lượt lấy các điểm A, C $(A\neq B, B\neq C)$. Trên đoạn thẳng AC lấy điểm D sao cho $\widehat{ABD}=30°$.

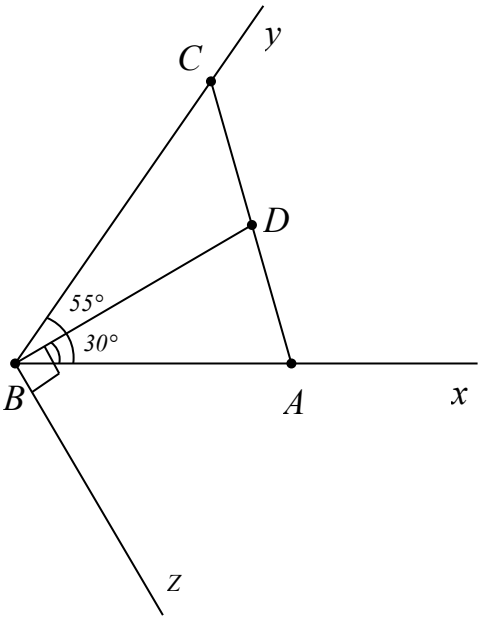
a) Tính độ dài AC, biết $AD=4cm, CD=3cm$.

b) Tính số đo góc $\widehat{DBC}$.

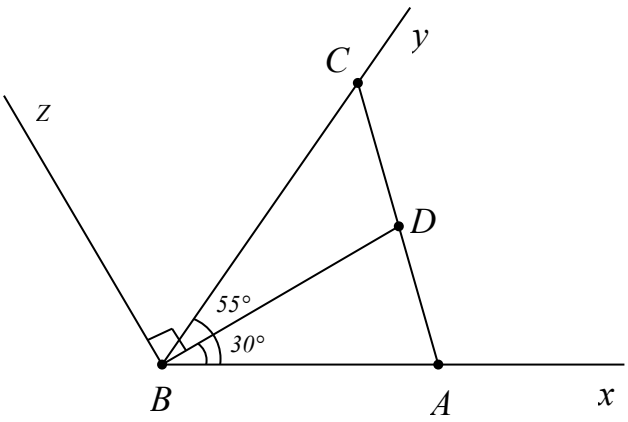
c) Từ B vẽ tia Bz sao cho $\widehat{DBz}=90°$. Tính số đo $\widehat{ABz}$.

Trích đề HSG huyện Lương Tài năm 2015 -2016

Lời giải



Trường hợp 1



Trường hợp 2

a) Vì D thuộc đoạn thẳng AC nên D nằm giữa A và C.

$AC=AD+CD=4+3=7cm$

Chứng minh được tia BD nằm giữa hai tia AB và BC

Ta có đẳng thức: $\widehat{ABC}=\widehat{ABD}+\widehat{DBC}$

$\widehat{DBC}=\widehat{ABC}-\widehat{ABD}=25°$

b) Xét hai trường hợp:

- Trường hợp 1: Tia Bz và tia BD nằm về hai phía nửa mặt phẳng có bờ là AB nên tia BA nằm giữa hai tia Bz và BD.

Tính được $\widehat{ABz} = 90° - \widehat{ABD} = 90° - 30° = 60°$

- Trường hợp 2: Tia Bz và tia BD nằm về cùng nửa mặt phẳng có bờ là AB nên tia BD nằm giữa hai tia Bz và BA.

c) Tính được $\widehat{ABz} = 90° + \widehat{ABD} = 90° + 30° = 120°$.

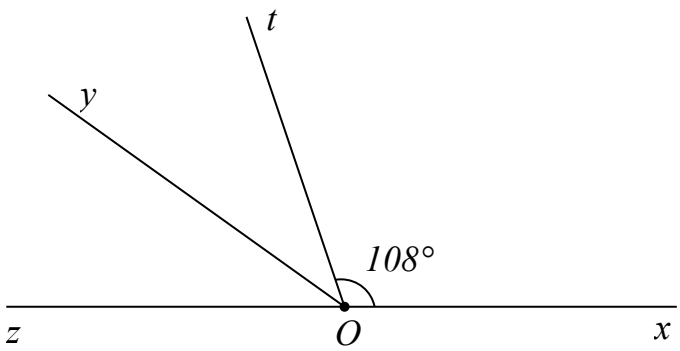
Bài 8: Cho hai góc $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$ kề bù sao cho $\widehat{xOy} = 4\,\widehat{yOz}$.

a) Tính số đo mỗi góc có trên hình vẽ?

b) Vẽ tia Ot sao cho $\widehat{xOt} = 108°$. Tính góc $\widehat{tOy}$?

Trích đề HSG huyện Vĩnh Tường năm 2021 - 2022

Lời giải



a) Có góc $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$ là hai góc kề bù

$\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = 180°$

Mà $\widehat{xOy} = 4\,\widehat{yOz}$

$4\,\widehat{yOz} + \widehat{yOz} = 180°$

$5\,\widehat{yOz} = 180°$

$\widehat{yOz} = 36°$

$\widehat{xOy} = 4.36 = 144°$.

Vậy $\widehat{xOy} = 144°$; $\widehat{yOz} = 36°$.

b) Có $\widehat{xOt} = 108°$ nên $\widehat{xOt} < \widehat{xOy}$

Do đó O nằm giữa Ox và Oy.

Ta có $\widehat{xOt} + \widehat{tOy} = \widehat{xOy}$

$108° + \widehat{tOy} = 144°$

$\widehat{tOy} = 144 - 108 = 36°$.

Vậy $\widehat{tOy} = 36°$.

Bài 9: Cho $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$ là hai góc kề bù. Góc $\widehat{yOz}$ bằng $30°$

a) Vẽ tia Om nằm trong góc $\widehat{xOy}$ sao cho $\widehat{xOm}=75°$; tia On nằm trong $\widehat{yOz}$ sao cho $\widehat{yOn}=15°$

b) Hình vẽ trên có mấy góc?

c) Nếu có n tia chung gốc thì sẽ tạo nên bao nhiêu góc ?

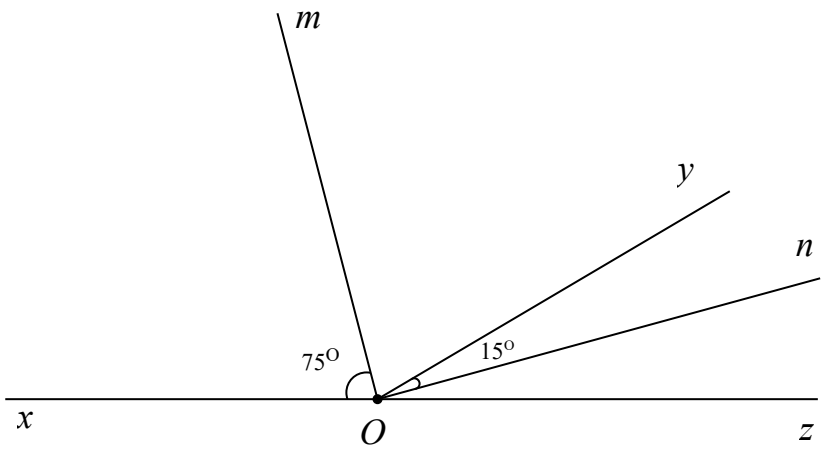
Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2018-2019

Lời giải

a) Vẽ được góc $\widehat{xOy}$ và góc $\widehat{yOz}$ kề bù và $\widehat{yOz}=30°$

Vẽ được tia Om thỏa mãn điều kiện

Vẽ được tia On thỏa mãn điều kiện



b) Hình vẽ trên có 10 góc

c) Lập luận : *từ hình vẽ trên ta có mỗi tia với* 1 *tia còn lại tạo thành* 1 *góc. Xét* 1 *tia, tia đó cùng với* 4 *tia còn lại tạo thành* 4 *góc. Làm như vậy với* 5 *tia ta được* 5.4 *góc. Nhưng mỗi góc đã được tính* 2 *lần, do đó có tất cả là* $\frac{5.4}{2}=10$ *góc*

Từ đó suy ra tổng quát: với n tia chung gốc có $n.\left(\frac{n-1}{2}\right)$(góc)

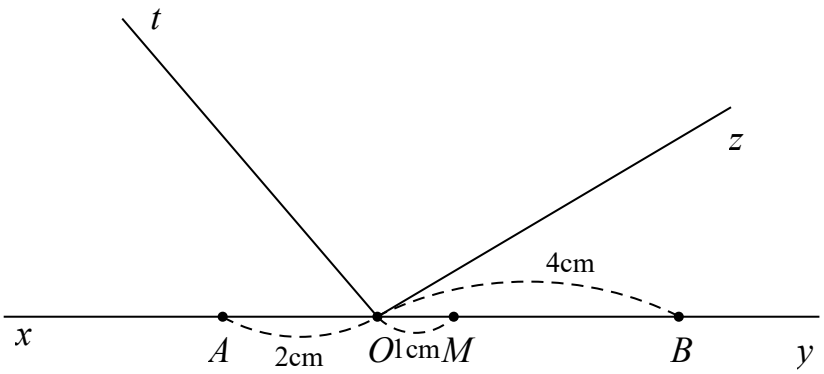
Bài 10: Cho góc bẹt $\widehat{xOy}$, trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA=2cm$; trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho $OM=1cm$; $OB=4cm$.

a) Chứng tỏ điểm M nằm giữa hai điểm O và B . Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB

b) Từ O kẻ hai tia Ot, Oz sao cho $\widehat{tOy}=130°$; $\widehat{zOy}=30°$. Tính số đo $\widehat{tOz}$

Trích đề HSG huyện Thanh Chương năm 2018-2019

Lời giải



a) M nằm giữa O và B

$MO+MB=OB$

$MB = OB - MO = 3cm$ (1)

Vì Ox, Oy đối nhau, $A \in Ox, M \in Oy$ nên O nằm giữa A và M

$AM = AO - OM = 3cm$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $MB = MA = 3cm \Leftrightarrow M$ là trung điểm của AB

b) Ta có 2 trường hợp

Ot, Oz cùng nằm trên nửa mặt phẳng bờ xy : $\widehat{tOz} = 100°$

Ot, Oz không nằm trên nửa mặt phẳng bờ xy : $\widehat{tOz} = 160°$

Bài 11: Cho 10 đường thẳng đồng quy tại O. Hỏi có bao nhiêu góc ở đỉnh O được tạo thành (không kể góc bẹt)

Trích đề thi chọn HSG Tam Dương năm 2016-2017

Lời giải

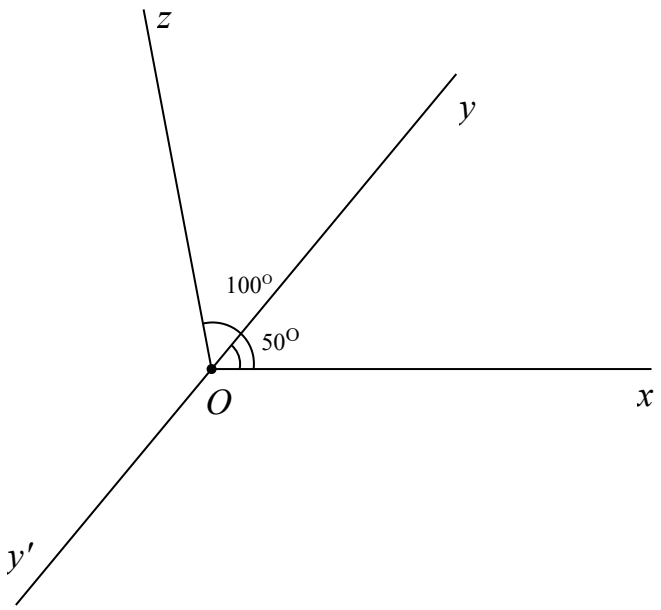
Vì có 10 đường thẳng đồng quy tại O nên có 20 tia gốc O. Chọn ra một tia, tia đó tạo với mỗi tia trong $(20-1)$ tia tạo thành một góc. Làm như thế với 20 tia ta có $20.(20-1) = 380$ góc, trong đó mỗi góc đã được tính hai lần.

Do đó số góc tạo thành là: $380 : 2 = 190$ (góc)

Bài 12: Trên cùng nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox vẽ hai tia Oy, Oz sao cho $\widehat{xOy} = 50°; \widehat{xOz} = 100°$. Vẽ tia Oy' là tia đối của tia Oy. Tính số đo $\widehat{y'Oz}$

Trích đề chọn HSG Nga Sơn năm 2017-2018

Lời giải



Vì tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz

$\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$.

Thay số $50^\circ + \widehat{yOz} = 100^\circ \Rightarrow \widehat{yOz} = 50^\circ$

Do tia Oy' là tia đối của tia Oy nên $\widehat{y'Oz}, \widehat{yOz}$ là hai góc kề bù

Do đó $\widehat{y'Oz} + \widehat{yOz} = 180°$.

Thay số : $\widehat{y'Oz} + 50° = 180°$

$\widehat{y'Oz}=130^\circ$

Vậy $\widehat{y'Oz}=130^\circ$

Bài 13: Cho $\widehat{xOy}=80^\circ$, tia Oz nằm giữa hai tia Ox và Oz sao cho $\widehat{xOz}=30^\circ$. Số đo $\widehat{yOz}$ là:

A. 50°. **B.** 110°. **C.** 50° hoặc 110°. **D.** 80°.

Trích đề HSG trường THCS Việt Tiến (Việt Yên) năm 2021 - 2022

Lời giải

Đáp án: **A.** 50°.

Bài 14: Cho 2021 tia chung gốc O (trong đó không có hai tia nào đối nhau). Hỏi có bao nhiêu góc có hai cạnh là hai trong 2021 tia đã cho?

Trích đề HSG trường THCS Yên Phong năm 2021 - 2022

Lời giải

Có 2021 tia gốc O. Chọn ra một tia, tia đó tạo với mỗi tia trong $(2021-1)$ tia tạo thành một góc.

Làm như thế với 2021 tia ta có $2021.(2021-1)=4082420$ góc, trong đó mỗi góc đã được tính hai lần.

Do đó số góc tạo thành là: $4082420:2=2041210$ (góc).

Bài 15: Cho $\widehat{xAy}$, trên tia Ax lấy điểm B sao cho $AB=6\text{cm}$. Trên tia đối của tia Ax lấy điểm D sao cho $AD=4\text{cm}$.

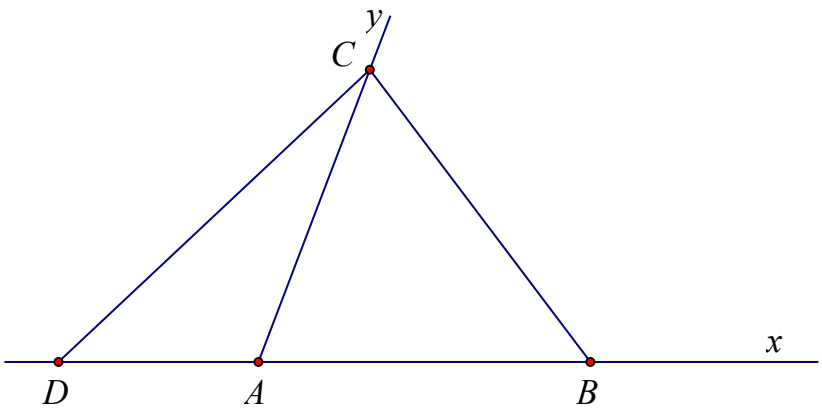
1. Tính BD.

2. Lấy C là một điểm trên tia Ay. Biết $\widehat{BCD}=80^\circ, \widehat{BCA}=45^\circ$. Tính $\widehat{ACD}$.

3. Biết $AK=2\text{cm}$ (K thuộc BD). Tính BK.

Trích đề HSG Trường THCS Minh Đức năm 2021 - 2022

Lời giải



a) Vì A nằm giữa D và B.

Suy ra: $BD=BA+AD=6+4=10\ (\text{cm})$.

b) Vì A nằm giữa D và B nên tia CA nằm giữa 2 tia CB và CD.

Suy ra $\widehat{ACD}+\widehat{ACB}=\widehat{BCD}$

$\widehat{ACD} = \widehat{BCD} - \widehat{ACB} = 80° - 45° = 35°$.

c) * Trường hợp 1: K thuộc tia Ax.

Lập luận chỉ ra được K nằm giữa A và B

Suy ra: $AK + KB = AB$

$KB = AB - AK = 6 - 2 = 4\ (\text{cm})$

Vậy $KB = 4$ cm.

* Trường hợp 2: K thuộc tia đối của tia Ax

Lập luận chỉ ra được A nằm giữa K và B

Suy ra: $KB = KA + AB$

$KB = 6 + 2 = 8\ (\text{cm})$

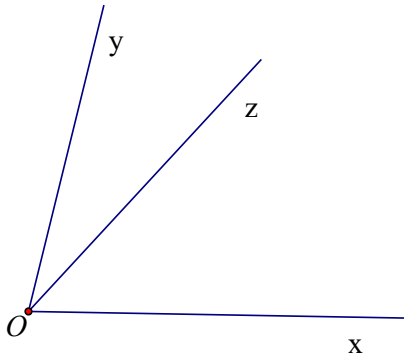
Vậy $KB = 4\text{cm}$ hoặc $KB = 8\text{cm}$.

Bài 16: Trên cùng nửa mặt phẳng cho trước có bờ Ox vẽ hai tia Oy, Oz sao cho $\widehat{xOy} = 70^0, \widehat{yOz} = 30^0$

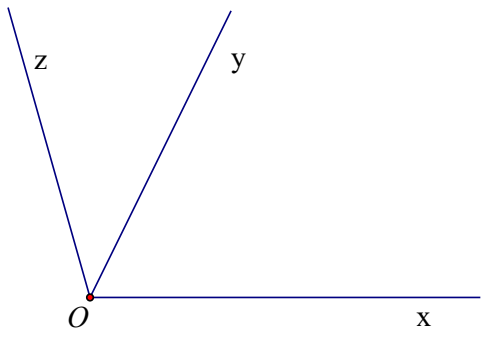
Xác định số đo của $\widehat{xOz}$

Trích đề HSG huyện Tĩnh Gia năm 2018-2019

Lời giải



(A)



(B)

Trường hợp hình (A) khi Oz nằm giữa 2 tia Ox, Oy ta có:

Số đo $\widehat{xOz} = 70^0 - 30^0 = 40^0$

Trường hợp hình (B) khi Oz không nằm giữa hai tia Ox, Oy ta có

$\widehat{xOy} = 70^0 + 30^0 = 100^0$

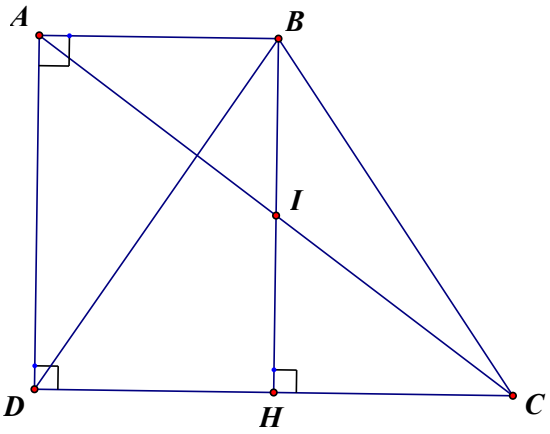
IV. Các bài toán về chu vi, diện tích

Dạng toán: Giải các bài toán về chu vi diện tích

Bài 1: Hình thang vuông ABCD có góc A và D vuông. Đường chéo AC cắt đường cao BH tại I.So sánh diện tích tam giác IDC và diện tích tam giác BHC.

Trích đề HSG tỉnh Bắc Ninh năm 2016 - 2017

Lời giải



Nối BD.Ta có: $S_{BDC} = S_{ADC}$ (cùng đáy DC và chiều cao BH = AD)

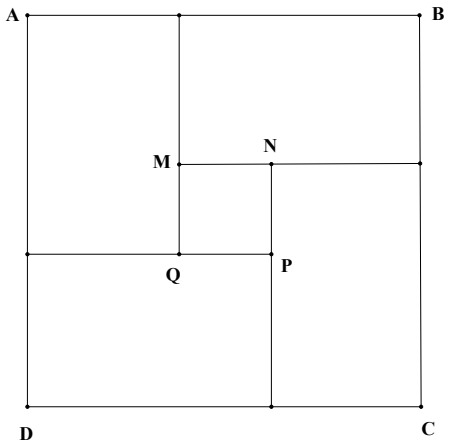
$S_{BDH} = S_{DBA}\left(=\dfrac{1}{2}S_{ABHD}\right); S_{DBA} = S_{IAD}$ (cùng đáy AD và chiều cao bằng nhau)

Do đó:

$S_{BHC} = S_{BDC} - S_{BDH} = S_{BDC} - S_{DBA} = S_{ADC} - S_{IAD} = S_{IDC}$

Vậy $S_{BHC} = S_{IDC}$

Bài 2: Người ta xếp bốn hình chữ nhật bằng nhau có chiều rộng mỗi hình là 5 cm; chiều dài là 8 cm để được một hình vuông $ABCD$ và bên trong có là một hình vuông $MNPQ$ (như hình vẽ). Tính diện tích hình vuông $MNPQ$.



Trích đề HSG huyện Hà Trung năm 2021-2022

Lời giải

Cạnh hình vuông $ABCD$ là $5+8=13$ (cm)

Diện tích hình chữ nhật nhỏ là: $5.8=40$ (cm^2)

Diện tích hình vuông $ABCD$ là: $13.13 = 169\ (cm^2)$

2) Độ dài đường chéo thứ nhất của hình thoi là:

$(84+12):2 = 48(\text{cm})$

Độ dài đường chéo thứ hai của hình thoi là:

$48-12 = 36(\text{cm})$

Diện tích hình thoi $MNPQ$ là:

$48\cdot 36:2 = 864(\text{cm}^2)$

Diện tích hình thoi còn được tính như sau: $S_{MNPQ} = NK\cdot PQ$

$\Rightarrow NK = S_{MNPQ} : PQ = 864:30 = 28,8(\text{cm})$

Đáp số: $NK = 28,8\,\text{cm}$

Bài 3: Một khu đất hình chữ nhật có chu vi là $132m$. Nếu giảm chiều rộng đi $5m$ và tăng chiều dài lên $5m$ thì chiều dài gấp đôi chiều rộng. Người ta dùng 30% diện tích khu đất để trồng rau, $\frac{11}{30}$ diện tích khu đất để trồng cây ăn quả, diện tích còn lại để xây nhà. Hỏi diện tích xây nhà là bao nhiêu?

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2022-2023

Lời giải

Khi giảm chiều rộng $5m$ và tăng chiều dài $5m$ thì chu vi không đổi.

Ta có nửa chu vi lúc sau là: 132: 2 = 66 (m)

Lúc sau chiều dài gấp đôi chiều rộng hay chiều rộng bằng $\frac{1}{2}$ chiều dài.

Suy ra chiều rộng lúc sau bằng $\frac{1}{3}$ nửa chu vi.

Chiều rộng khu đất đó là: $66.\frac{1}{3} + 5 = 27$ (m)

Chiều dài khu đất đó là: 66 – 27 = 39 (m)

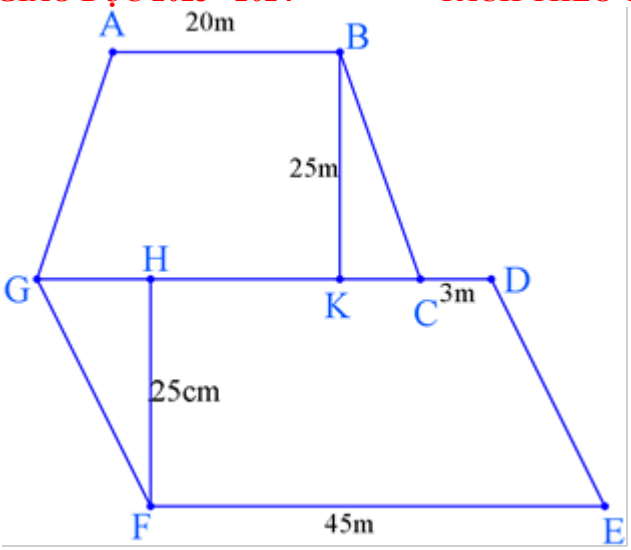
Diện tích khu đất đó là: $27.39 = 1053$ (m^2)

Đổi: $30\% = \frac{3}{10}$

Diện tích đất làm nhà chiếm số phần là: $1-\frac{3}{10}-\frac{11}{30} = \frac{1}{3}$ (diện tích khu đất)

Diện tích đất xây nhà là: $1053.\frac{1}{3} = 351$ (m^2)

Bài 4: Bác Hai có một thửa ruộng có dạng như hình bên (độ dài đoạn thẳng CD bằng 3 mét). Bác Hai trồng lúa trên toàn bộ thửa ruộng đó. Nếu trên mỗi mét vuông bác Hai thu được $0.8kg$ thóc thì số tiền bác Hai thu được là bao nhiêu? Biết mỗi tạ thóc có giá 700.000 đồng.



Trích đề HSG huyện Nghi Sơn năm 2021 - 2022

Lời giải

Có $GD = FE = 45\ m$

$GC = GD - CD = 45 - 3 = 42\ (m)$

Diện tích hình thang $ABCG$ là: $S_1 = \dfrac{(AB + CG).BK}{2} = \dfrac{(20 + 42).25}{2} = 775\left(m^2\right)$

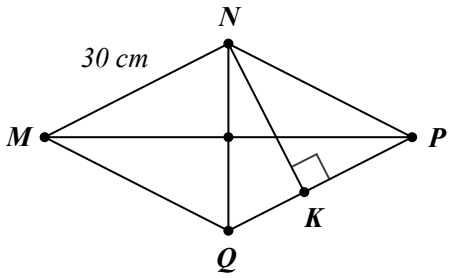
Diện tích hình bình hành $GFDE$ là $S_2 = FH.FE = 25.45 = 1125\left(m^2\right)$

Diện tích cả thửa ruộng là: $S = S_1 + S_2 = 775 + 1125 = 1900\left(m^2\right)$

Tổng số thóc thu hoạch được trên thửa ruộng là: $0,8.1900 = 1520\left(kg\right) = 15,2$ (tạ)

Tổng số tiền bác Hai thu được là: $15,2.700\,000 = 10\,640\,000$ (đồng)

Bài 5: Cho hình thoi $MNPQ$ có độ dài cạnh là 30cm (Hình vẽ 1). Tổng độ dài hai đường chéo là 84cm, hiệu độ dài hai đường chéo là 12cm. Tính độ dài chiều cao NK.



Hình vẽ 1

Trích đề HSG huyện Triệu Sơn năm 2021-2022

Lời giải

Ta có: MP + NQ = 84 và MP - NQ = 12

nên MP = (84 + 12) : 2 = 48

NQ= 84 – 48 = 36

$$S_{MNPQ} = \frac{MP.NQ}{2} = \frac{48.36}{2} = 864$$

Lại có $S_{MNPQ} = NK.PQ = 864$

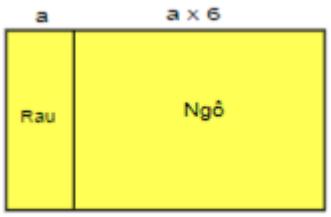
Suy ra NK = 864 : 30 = 28,8 (cm)

Bài 6: Một thửa ruộng hình chữ nhật được chia thành 2 mảnh hình chữ nhật (hình vẽ 2), một mảnh nhỏ trồng rau và mảnh còn lại trồng ngô. Diện tích của mảnh trồng ngô gấp 6 lần diện tích của mảnh trồng rau. Chu vi mảnh trồng ngô gấp 4 lần chu vi mảnh trồng rau.Tính diện tích thửa ruộng ban đầu , biết chiều rộng của nó là 5 mét.

Nếu giảm chiều dài của một hình chữ nhật đi 20% và muốn diện tích không thay đổi thì chiều rộng phải thay đổi như thế nào?

Trích đề HSG huyện Triệu Sơn năm 2021-2022

Lời giải



Vì diện tích trồng ngô gấp 6 lần diện tích trồng rau mà 2 mảnh chung 1 cạnh nên độ dài cạnh còn lại của mảnh trồng ngô gấp 6 lần độ dài cạnh còn lại của mảnh trồng rau

Gọi độ dài cạnh còn lại của mảnh trồng rau là: a

Vậy độ dài cạnh còn lại của mảnh trồng ngô là: a x 6

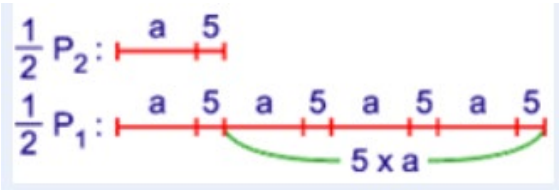
Nửa chu vi mảnh trồng ngô là: a x 6 + 5

Nửa chu vi mảnh trồng rau là: a + 5

Nửa chu vi mảnh trồng ngô hơn nửa chu vi mảnh trồng rau là:

a x 6 + 5 – (a + 5) = a x 5

Mà chu vi mảnh trồng ngô gấp 4 lần chu vi mảnh trồng rau nên ta có sơ đồ:



Nhìn vào sơ đồ ta có: (a + 5).3 = 5.a

15 5a – 3a = 2.a

a = 7,5

Độ dài cạnh còn lại của mảnh trồng rau là: 7,5m

Độ dài cạnh còn lại của mảnh trồng ngô là: 7,5 x 6 = 45 (m)

Diện tích thửa ruộng ban đầu là: (45+ 7,5) x 6 = 262 (m^2)

* Nếu giảm chiều dài của một hình chữ nhật đi 20% và muốn diện tích không thay đổi thì chiều rộng phải thay đổi như thế nào?

Khi chiều dài của hình chữ nhật đó giảm đi 20% thì diện tích của hình chữ nhật cũng giảm đi 20%

Diện tích của hình chữ nhật sau khi giảm 20% là:100 -20 =80 (%)

Chiều rộng tăng số phần trăm là:100 :80 x100 = 125 (%)

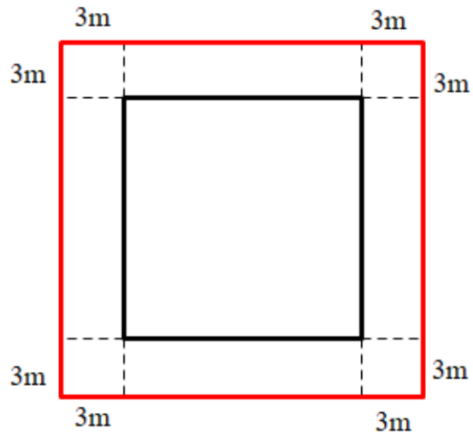
Số phần trăm chiều rộng cần tăng thêm là:125 -100 =25(%)

Vậy chiều rộng phải tăng lên 25% để diện tích của hình chữ nhật đó không thay đổi.

Bài 7: Một bác nông dân có một khu vườn hình vuông. Ông ấy mở rộng vườn thêm 3m về mỗi phía như hình bên và thấy rằng diện tích khu vườn rộng thêm 84m^2. Tìm diện tích của khu vườn ban đầu.

Trích đề HSG THCS Quỳnh Thiện năm 2022 - 2023

Lời giải



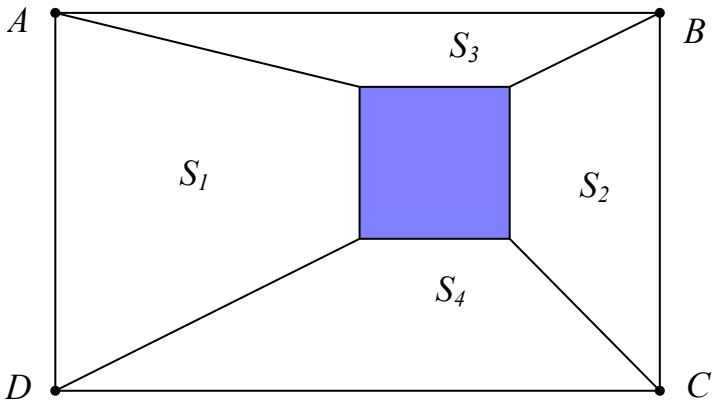
Diện tích tăng thêm gồm 4 hình vuông có cạnh bằng 3 và 4 hình chữ nhật bằng nhau nên ta có:

Diện tích mỗi hình chữ nhật là: $\left(84 - 4.3.3\right):4=48:4=12\left(m^2\right)$

Chiều dài của hình chữ nhật (tức là cạnh của hình vuông ban đầu) là: 12: 3 = 4 (m)

Vậy diện tích của khu vườn ban đầu là: 4,4 = 16 (m^2)

Bài 8: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài AB hơn chiều rộng BC là $4cm$. Hình chữ nhật được chia thành một hình vuông và bốn hình thang (H1). Biết rằng 4 hình thang có diện tích là $S_1;S_2;S_3;S_4$ và $S_1+S_2=49\,\text{cm}^2$; $S_3+S_4=41\,\text{cm}^2$. Tính cạnh của hình vuông.



Trích đề HSG huyện Bá Thước năm 2021 - 2022

Lời giải

1) Cách 1: Nối các đỉnh hình vuông tới các đỉnh hình chữ nhật và các cạnh hình vuông kéo dài cắt các cạnh hình chữ nhật như hình vẽ.

Gọi chiều cao các hình thang có diện tích $S_1;S_2;S_3;S_4$ lần lượt là $h_1;h_2;h_3;h_4$

Đường chéo mỗi hình chữ nhật ở góc chia hình chữ nhật đó thành hai tam giác có diện tích bằng nhau:

$S_a=S_b;S_c=S_d;S_m=S_n;S_x=S_y$

$S_5=ah_1;S_6=ah_2;S_7=ah_3;S_8=ah_4$

$h_1+h_2=AB-a;\ h_3+h_4=BC-a$

$h_1+h_2-h_3-h_4=AB-a-BC+a=AB-BC=4$

$(h_1+h_2)-(h_3+h_4)=AB-a-BC+a=AB-BC=4$

$S_1=S_5+S_x+S_m;\ S_2=S_6+S_b+S_d;\ S_3=S_7+S_a+S_y;\ S_4=S_8+S_c+S_m$

$(S_1+S_2)-(S_3+S_4)=S_5+S_x+S_m+S_6+S_b+S_d-S_7-S_a-S_y-S_8-S_c-S_m$

$(S_1+S_2)-(S_3+S_4)=S_5+S_6-S_7-S_8+(S_x-S_y)+(S_b-S_a)+(S_x-S_y)+(S_d-S_c)$

$49-41=ah_1+ah_2-ah_3-ah_4$

$8=(h_1+h_2-h_3-h_4)a$

$8=4a$

$a=2$

Vậy cạnh hình vuông là 2 cm.

Cách 2: Gọi cạnh của hình vuông là $a\ (cm)$. Gọi chiều cao các hình thang có diện tích $S_1;S_2;S_3;S_4$ lần lượt là $h_1;h_2;h_3;h_4$

$$S_1=\frac{(AD+a)h_1}{2};$$

$$S_2=\frac{(BC+a)h_2}{2}=\frac{(AD+a)h_2}{2}\ (AD=BC)$$

$$S_3=\frac{(AB+a)h_3}{2};$$

$S_4 = \dfrac{(CD+a)h_4}{2} = \dfrac{(AB+a)h_4}{2}\ (AB = CD)$.

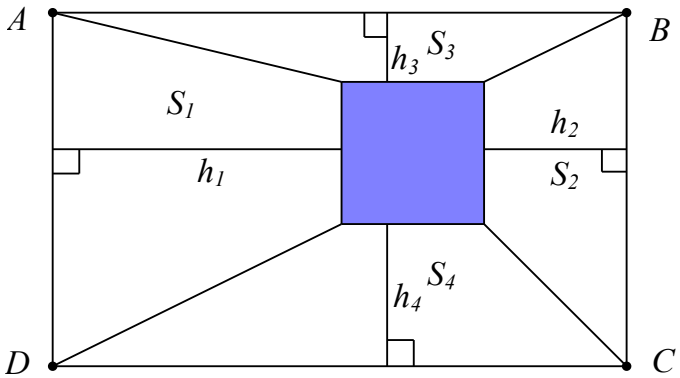
$S_1 + S_2 = 49 \Rightarrow \dfrac{(AD+a)h_1}{2} + \dfrac{(AD+a)h_2}{2} = 49$

$\dfrac{(AD+a)(h_1+h_2)}{2} = 49$

$\dfrac{(AD+a)(AB-a)}{2} = 49$

$\dfrac{(AD+a)(AD+4-a)}{2} = 49$

$\dfrac{(AD+a)(AD-a)}{2} + \dfrac{(AD+a)4}{2} = 49 \qquad (1)$



$S_3 + S4 = 4q$

$\dfrac{(AB+a)h_3}{2} + \dfrac{(AB+a)h_4}{2} = 41$

$\dfrac{(AB+a)(h_3+h_4)}{2} = 41$

$\dfrac{(AB+a)(AD-a)}{2} = 41$

$\dfrac{(AD+4+a)(AD-a)}{2} = 41$

$\dfrac{(AD+a)(AD-a)}{2} + \dfrac{4(AD-a)}{2} = 41 \qquad (2)$

Trừ từng vế (1) và (2) ta có:

$\dfrac{(AD+a)4}{2} - \dfrac{(AD-a)4}{2} = 8$

$\dfrac{4AD+4a}{2} - \dfrac{4AD-4a}{2} = 8$

$\dfrac{4AD+4a-4AD+4a}{2} = 8$

$4a = 8$

$a = 2$

Vậy cạnh hình vuông là 2 cm.

Bài 9: Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài 15 m, chiều rộng 8 m. Người ta trồng một vườn hoa hình thoi ở trong mảnh đất đó, biết diện tích phần còn lại là $75\,\text{m}^2$. Tính độ dài đường chéo AC, biết $BD = 9$ m.

Trích đề HSG huyện Thọ Xuân năm 2021-2022

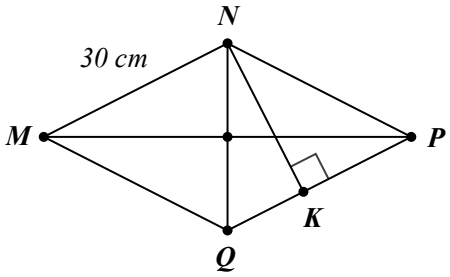
Lời giải

Diện tích mảnh đất hình chữ nhật là: $15.8 = 120\,(\text{m}^2)$

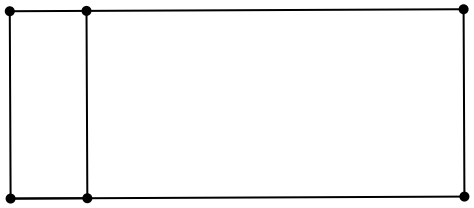
Diện tích phần trồng hoa hình thoi là: $120 - 75 = 45\,(\text{m}^2)$

Độ dài đường chéo AC là: $45.2 : 9 = 10(m)$

Bài 10: 1. Cho hình thoi $MNPQ$ có độ dài cạnh là 30 cm (Hình vẽ 1). Tổng độ dài hai đường chéo là 84, hiệu độ dài hai đường chéo là 12 cm. Tính độ dài chiều cao NK.



Hình vẽ 1



Hình vẽ 2

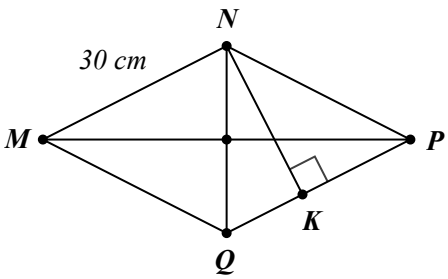
2. Một thửa ruộng hình chữ nhật được chia thành hai mảnh hình chữ nhật (Hình vẽ 2), một mảnh nhỏ trồng rau và mảnh còn lại trồng ngô. Diện tích của mảnh trồng ngô gấp 6 lần diện tích của mảnh trồng rau. Chu vi mảnh trồng ngô gấp 4 lần chu vi mảnh trồng rau.Tính diện tích thửa ruộng ban đầu, biết chiều rộng của nó là 5 mét.

3. Nếu giảm chiều dài của một hình chữ nhật đi 20% và muốn diện tích không thay đổi thì chiều rộng phải thay đổi như thế nào?

Trích đề HSG huyện Triệu Sơn năm 2021-2022

Lời giải

1.



Hình vẽ 1

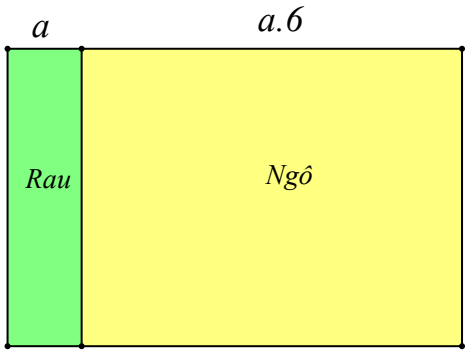
Ta có $MP + NQ = 84$ và $MP - NQ = 12$ nên $MP = (84 + 12) : 2 = 48$ (cm);

$\Rightarrow MP = 84 - 48 = 36$ (cm)

Ta có $S_{MNPQ} = \dfrac{MP.NQ}{2} = \dfrac{48.36}{2} = 864$

Lại có $S_{MNPQ} = NK.PQ = 864 \Rightarrow NK = 386 : 30 = 28{,}8$ (cm)

2.



Hình vẽ 2

Vì diện tích trồng ngô gấp 6 lần diện tích trồng rau mà hai mảnh chung một cạnh nên độ dài cạnh còn lại của mảnh trồng ngô gấp 6 lần độ dài cạnh còn lại của mảnh trồng rau

Gọi độ dài cạnh còn lại của mảnh trồng rau là: a

Vậy độ dài cạnh còn lại của mảnh trồng ngô là: $6a$

Nửa chu vi mảnh trồng ngô là: $6a+5$

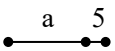
Nửa chu vi mảnh trồng rau là: $a+5$

Nửa chu vi mảnh trồng ngô hơn nửa chu vi mảnh trồng rau là:

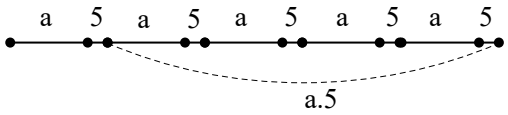
$$6a+5-(a+5)=5a$$

Mà chu vi mảnh trồng ngô gấp 4 lần chu vi mảnh trồng rau nên ta có sơ đồ:

$\frac{1}{2}P_2$:



$\frac{1}{2}P_1$:



Nhìn vào sơ đồ ta có: $3(a+5)=5a$

$$3a+15=5a$$
$$5a-3a=15$$
$$2a=15$$
$$a=7,5$$

Độ dài cạnh còn lại của mảnh trồng rau là: $7,5$ (m)

Độ dài cạnh còn lại của mảnh trồng ngô là: $7,5.6=45$ (m)

Diện tích thửa ruộng ban đầu là: $(45+7,5).6=262\,(m^2)$

3. Khi chiều dài của hình chữ nhật đó giảm đi 20% thì diện tích của hình chữ nhật cũng giảm đi 20%

Diện tích của hình chữ nhật sau khi giảm 20% là: $100\%-20\%=80\%$

Chiều rộng tăng số phần trăm là: $\frac{100}{80}.100\%=125\%$

Số phần trăm chiều rộng cần tăng thêm là: $125\%-100\%=25\%$

Vậy chiều rộng phải tăng lên 25% để diện tích của hình chữ nhật đó không thay đổi.

Bài 11: Cho tam giác ABC có diện tích bằng $42\,cm^2$. Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $CE=\frac{1}{3}AE$, trên cạnh BC lấy điểm F sao cho $BF=\frac{1}{2}FC$, đoạn EF cắt AB tại K.

1. Tính diện tích của tam giác ABF và tam giác AEF?

2. Tính tỉ số độ dài giữa KB và KA?

Trích đề HSG TP Bắc Ninh năm 2021-2022

Lời giải

1. Ta có $S_{ABF}=\frac{1}{2}S_{AFC}=\frac{1}{3}S_{ABC}$ (do có chung đường cao hạ từ đỉnh A xuống đáy BC; mà $BF=\frac{1}{2}FC=\frac{1}{3}BC$) $\Rightarrow S_{ABF}=42\cdot\frac{1}{3}=14\ cm^2$

Ta có: $S_{AEF}=\frac{3}{4}S_{ACF}$ (do có chung đường cao hạ từ đỉnh F xuống đáy AC và $CE=\frac{1}{3}AE$ nên $AE=\frac{3}{4}AC$) mà $S_{ABF}=42-14=28\ cm^2$ nên $S.AEF=28.\frac{3}{4}=21$ cm^2.

2. Ta có: $S_{KBE}=\frac{1}{2}S_{KCF}$ (có chung chiều cao hạ từ K xuống BC và $BF=\frac{1}{2}FC$)

$S_{EBF}=\frac{1}{2}S_{ECF}$ (có chung chiều cao hạ từ E xuống BC và $BF=\frac{1}{2}FC$)

Suy ra $S_{KBE}=\frac{1}{2}S_{KCE}$.

Mà $S_{KCE}=\frac{1}{3}S_{KAE}$ (có chung chiều cao hạ từ K xuống AC và $CE=\frac{1}{3}AE$)

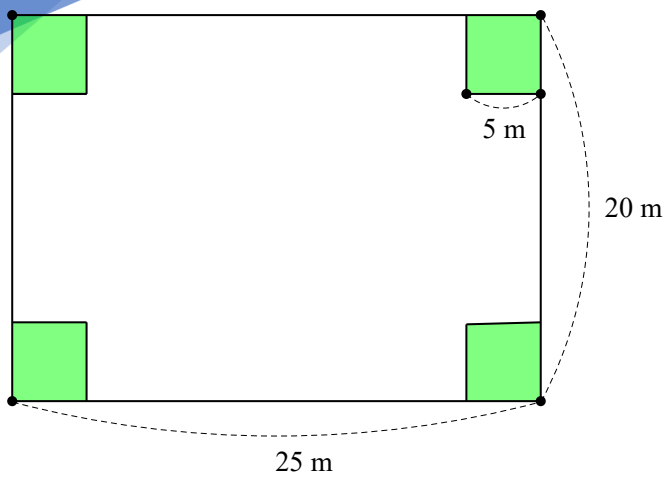
Do đó $S_{KBE}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}S_{KAE}=\frac{1}{6}S_{KAE}$.

Mà hai tam giác KBE và KAE có chung chiều cao hạ từ E xuống AB $\Rightarrow KB=\frac{1}{6}KA$.

Hay $\frac{KB}{KA}=\frac{1}{6}$. Vậy $\frac{KB}{KA}=\frac{1}{6}$.

Bài 12: Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài 25 m, chiều rộng 20 m. Người ta trồng hoa hồng vào bốn hình vuông ở các góc vườn (như hình vẽ bên) và phần diện tích còn lại trồng hoa cúc.

1) Tính diện tích phần đất trồng hoa mỗi loại.



2) Biết mỗi mét vuông làm đất và trồng hoa hồng phải trả 50000 đồng tiền công, mỗi mét vuông làm đất và trồng hoa cúc phải trả 40000 đồng. Tính số tiền công phải trả để trồng hoa cho cả mảnh vườn đó.

Trích đề HSG huyện Đông Hưng năm 2021-2022

Lời giải

1) Phần diện tích trồng hoa hồng là: $4.5^2 = 4.25 = 100\,(\text{m}^2)$.

Tổng diện tích của vườn là: $20.25 = 500\,(\text{m}^2)$.

Diện tích trồng hoa cúc là $500 - 100 = 400\,(\text{m}^2)$.

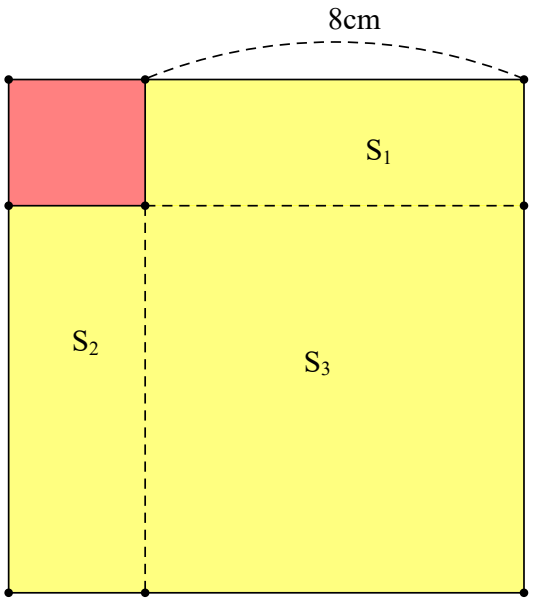
2) Số tiền công phải trả để trồng hoa là: $100.50 + 400.40 = 5000 + 16000 = 21000$ (nghìn đồng).

Vậy tổng số tiền phải trả là 21 triệu đồng.

Bài 13: Minh có hai tờ giấy hình vuông mà số đo các cạnh hơn kém nhau $8\,cm$. Minh đem đặt tờ giấy hình vuông nhỏ nằm trọn trong tờ giấy hình vuông lớn thì phần diện tích còn lại không bị che của tờ giấy hình vuông lớn là $96\,cm^2$. Tính độ dài cạnh của mỗi tờ giấy.

Trích đề HSG TP Bắc Ninh năm 2021-2022

Lời giải



Gọi diện tích các phần được chia ra lần lượt là: S_1, S_2, S_3 như hình vẽ.

Theo đề bài ta có: $S_1 + S_2 + S_3 = 96\left(cm^2\right)$.

Mặt khác: S_3 là diện tích hình vuông cạnh $8\,cm$ nên $S_3 = 8.8 = 64\left(cm^2\right)$.

$S_1 = S_2$ vì là diện tích hai hình chữ nhật có kích thước bằng nhau (chiều rộng bằng độ dài cạnh hình vuông nhỏ, chiều dài bằng $8\,cm$).

Suy ra $S_1 = S_2 = \left(96 - S_3\right):2 = \left(96 - 64\right):2 = 32:2 = 16\left(cm^2\right)$.

Cạnh của hình vuông nhỏ là: $16:8 = 2\left(cm\right)$.

Cạnh của hình vuông lớn là: $2 + 8 = 10\left(cm\right)$.

Vậy hai tờ giấy hình vuông có cạnh là $2\,cm$ và $8\,cm$.

Bài 14: Bác An muốn làm hàng rào cho khu vườn hình vuông trồng hoa hồng của mình. Biết khu vườn có cạnh 5 m, tính độ dài hàng rào?

A. 25 m. **B.** 20 m. **C.** 10 m. **D.** 5 m.

Trích đề HSG trường THCS Việt Tiến (Việt Yên) năm 2021 - 2022

Lời giải

Đáp án: **B.** 20 m.

Bài 15: Một hình chữ nhật có chiều dài là 12m, chiều rộng là 8m, một hình vuông có chu vi bằng chu vi hình chữ nhật. Diện tích hình vuông đó là:

A. 96 m^2. **B.** 25 m^2. **C.** 40 m^2. **D.** 100 m^2.

Trích đề HSG trường THCS Việt Tiến (Việt Yên) năm 2021 - 2022

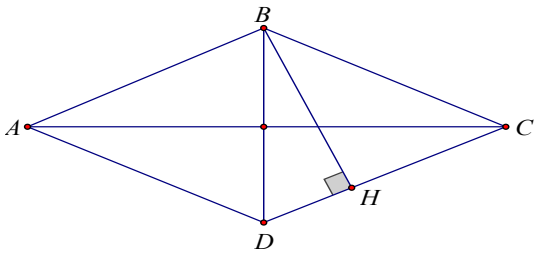
Lời giải

Đáp án: **D.** 100 m^2.

Bài 16:

Cho hình thoi $ABCD$ có độ dài cạnh là 30cm

(Hình vẽ 1). Tổng độ dài hai đường chéo là 84cm, hiệu độ dài hai đường chéo là 12cm. Tính độ dài đường cao BH.



Hình vẽ 1

Trích đề HSG trường THCS Yên Phong năm 2021 - 2022

Lời giải

Ta có: $AC + BD = 84$ và $AC - BD = 12$

nên $AC = (84 + 12):2 = 48$

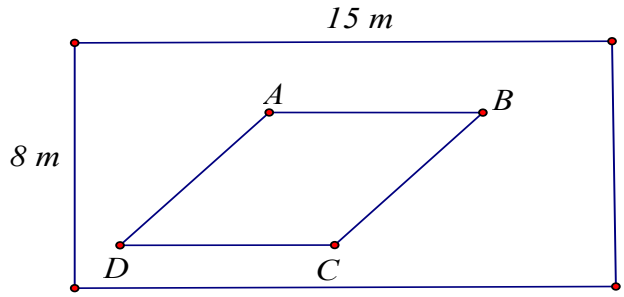
$BD = (84 - 12):2 = 36$

$S_{ABCD} = \dfrac{AC.BD}{2} = \dfrac{48.36}{2} = 864$

Lại có $S_{ABCD} = BH.CD = 864\,(\text{cm}^2)$

Suy ra $BH = 864:30 = 28,8\ (\text{cm})$.

Bài 17: Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài 15m, chiều rộng 8m. Người ta trồng một vườn hoa hình thoi ở trong mảnh đất đó, biết diện tích phần còn lại là $75\,\text{m}^2$. Tính độ dài đường chéo AC, biết $BD = 9\,\text{m}$.



Trích đề HSG trường THCS Nghĩa Đồng (Tân Kỳ) năm 2021 - 2022

Lời giải

Diện tích mảnh đất hình chữ nhật là: $15.8 = 120\ (\text{m}^2)$

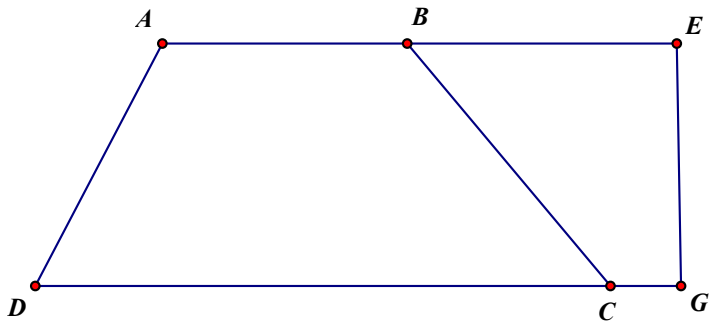
Diện tích phần trồng hoa hình thoi là: $120 - 75 = 45\ (\text{m}^2)$

Độ dài đường chéo AC là : $45\ .\ 2\ :\ 9 = 10\ (\text{m})$.

Bài 18: Một thửa ruộng hình thang có diện tích là $1155\,\text{m}^2$ và có đáy bé kém đáy lớn 33m. Người ta kéo dài đáy bé thêm 20m và kéo dài đáy lớn thêm 5m về cùng một phía để được hình thang mới. Diện tích hình thang mới này bằng diện tích của một hình chữ nhật có chiều rộng là 30m và chiều dài 51m. Hãy tính đáy bé, đáy lớn của thửa ruộng ban đầu.

Trích đề HSG trường THCS Việt Tiến (Việt Yên) năm 2021 - 2022

Lời giải



Gọi hình thang ban đầu là $ABCD$, hình thang mới là $AEGD$.

Hình thang $AEGD$ có diện tích bằng diện tích của một hình chữ nhật có chiều rộng 30m và chiều dài 51m.

Do đó diện tích hình thang $AEGD$ là: $30.51 = 1530\ (\text{m}^2)$

Diện tích phần tăng thêm $BEGC$ là: $1530 - 1155 = 375\ (\text{m}^2)$

Chiều cao BH của hình thang $BEGC$ là: $375.2:(20+5)=30(\text{m})$

Chiều cao BH cũng là chiều cao của hình thang $ABCD$. Do đó tổng hai đáy AB và CD là:

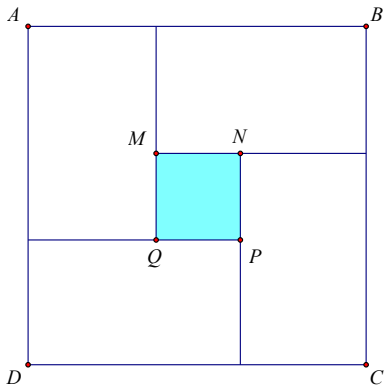
$$1155.2:30=77(\text{m})$$

Đáy bé là: $(77-33):2=22(\text{m})$

Đáy lớn là: $77-22=55\ (\text{m})$

Vậy đáy bé: $22\,\text{m}$; đáy lớn: $55\,\text{m}$.

Bài 19: Người ta xếp bốn hình chữ nhật bằng nhau có chiều rộng mỗi hình là 5cm; chiều dài là 8cm để được một hình vuông $ABCD$ và bên trong có là một hình vuông $MNPQ$ (như hình vẽ). Tính diện tích hình vuông $MNPQ$.



Trích đề HSG Trường THCS Hoài Ân năm 2021 - 2022

Lời giải

Độ dài cạnh hình vuông $MNPQ$ là: $8-5=3\ (\text{cm})$.

Diện tích hình vuông $MNPQ$ là: $3.3=9\ (\text{cm}^2)$.

Bài 20: Sân nhà Nam là hình chữ nhật có chiều dài $10,25$ mét và chiều rộng $6,9$ mét. Bố bạn Nam đang tính toán để mua gạch lát sân. Tại cửa hàng vật liệu xây dựng có loại gạch lát kích thước $500x500\text{mm}$ (mỗi viên gạch hình vuông cạnh 500mm). Gạch được bán nguyên thùng, mỗi thùng có 4 viên. Biết rằng khi lát sân, nếu gặp khoảng trống nhỏ hơn khích thước viên gạch thì người thợ phải cắt viên gạch để có kích thước vừa khít với khoảng trống và loại bỏ phần dư của viên gạch nếu phần dư đó không dùng đủ cho khoảng trống khác. Em hãy tính giúp bố bạn Nam xem cần mua ít nhất bao nhiêu thùng gạch mới đủ để lát sân trên.

Trích đề HSG huyện Kỳ Anh năm 2021-2022

Lời giải

Kích thước mỗi viên gạch hình vuông là: $500\text{mm}=0,5\text{m}$

Nên để lát mỗi mét dài ta cần: $1:0,5=2$ (viên gạch)

Chiều dài của sân là $6,9$ mét. Vì $6,9\cdot 2=13,8$ nên để lát theo chiều dài thì ta cần 14 viên, trong đó viên cuối cùng phải cắt bỏ phần thừa

Chiều rộng sân là 10,25 mét nên cần $10,25\cdot 2=20,5$ viên gạch (gồm: 20 viên gạch nguyên và $\frac{1}{2}$ viên gạch được cắt ra từ viên gạch nguyên). Như vậy phần cắt còn lại $\frac{1}{2}$ viên vẫn sử dụng được.

Tổng số viên gạch cần dùng là: $14\cdot 20,5 = 287$ (viên)

Vì mỗi thùng gạch có 4 viên mà $287:4=71,75$ nên bố bạn Nam cần mua ít nhất 72 thùng gạch.

Bài 21: Để đảm bảo đủ ánh sáng phòng học của con, gia đình ông Nam đã sửa căn phòng có nền là hình chữ nhật với kích thước là $4,2\,m$ và $5,4\,m$, có hai cửa sổ hình chữ nhật kích thước là $1m$ và $1,6\,m$ và một cửa ra vào hình chữ nhật có kích thước là $1,2\,m$ và $2\,m$.

a) Hỏi căn phòng trên sau khi sửa có đạt chuẩn về ánh sáng hay không? Biết căn phòng đạt mức chuẩn về ánh sáng nếu tổng diện tích các cửa lớn hơn hoặc bằng 20% diện tích nền.

b) Trên thị trường có các loại gạch với kích thước như sau $50\,cm\times 50\,cm$; $60\,cm\times 60\,cm$; $80\,cm\times 80\,cm$. Gia đình ông Nam muốn lát kín căn phòng trên bằng một loại gạch có cùng kích thước mà không phải cắt (các viên gạch phải lát liền nhau, coi như không có khe hở). Em hãy giúp gia đình ông Nam chọn loại gạch có kích thước phù hợp và tính xem cần bao nhiêu viên gạch để vừa đủ?

Trích đề HSG huyện Bình Xuyên năm 2021-2022

Lời giải

a) Diện tích của các cửa là: $1.1,6.2+2.1,2=5,6\,m^2$

Diện tích nền là: $4,2.\,5,4=22,68\,m^2$

Diện tích các cửa so với diện tích nền là: $5,6:22,68$ gần bằng $24,69\%>20\%$

Vậy căn phòng trên đạt chuẩn về ánh sáng.

b) Ta có $4,2\,m=420\,cm;\ 5,4\,m=540\,cm$

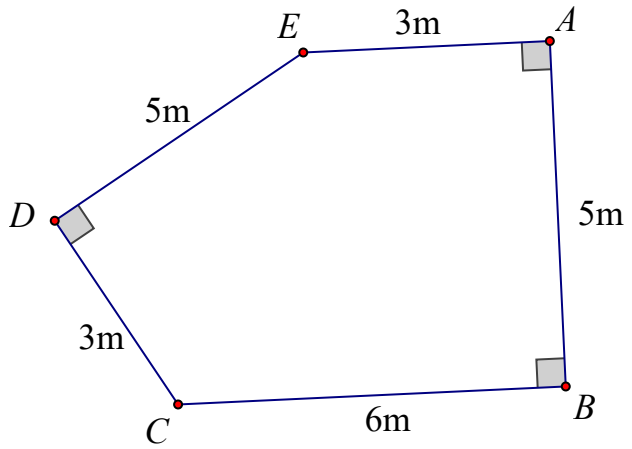
ta có $\text{ƯCLN}(420;540)=60$

Vì 60 không chia hết cho 50; 80 nên ta chọn gạch có kích thước là $60\,cm\times 60\,cm$

Diện tích nền là: $4,2.\,5,4=22,68\,m^2=226800\,cm^2$

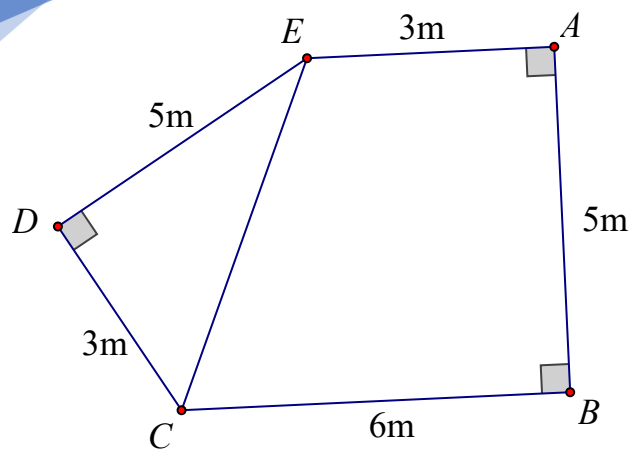
Do đó số viên gạch để lát vừa đủ căn phòng là $226800:(60.60)=63$ viên.

Bài 22: . Một mảnh đất được vẽ trên giấy như hình vẽ bên dưới.
Hỏi diện tích mảnh đất là bao nhiêu mét vuông?



Trích đề HSG Liên trường năm 2021-2022

Lời giải



Ta có:

$S_{EDC}=\frac{1}{2}ED.DC=\frac{1}{2}.5.3=\frac{15}{2}\left(\text{m}^2\right)$

$S_{AECB}=\frac{1}{2}\left(AE+CB\right)AB=\frac{1}{2}.\left(3+6\right)5=\frac{45}{2}\left(\text{m}^2\right)$

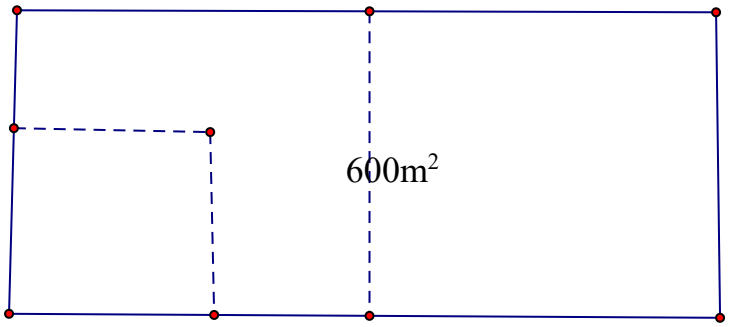
$S=S_{EDC}+S_{AECB}=30\left(\text{m}^2\right)$

Bài 23. Người ta mở rộng một cái ao hình vuông để được một cái ao hình chữ nhật có chiều dài gấp 2 lần chiều rộng. Sau khi mở rộng, diện tích ao tăng thêm $600\,\text{m}^2$ và diện tích ao mới gấp 4 lần ao cũ. Hỏi phải dùng bao nhiêu chiếc cọc để đủ rào xung quanh ao mới? Biết rằng cọc nọ cách cọc kia $1\,\text{m}$ và ở một góc ao người ta để lối lên xuống rộng $2\,\text{m}$.

Trích đề HSG Liên trường năm 2021-2022

Lời giải

Ta có hình vẽ:



Diện tích ao mới là:

$600:\left(4-1\right)\times 4=800\ \left(\text{m}^2\right)$ Ta chia ao mới thành hai hình vuông có diện tích bằng nhau như hình vẽ. Diện tích một hình vuông là:

$800:2=400\ \left(\text{m}^2\right)$

Vì $400=20\times 20$

Cạnh của hình vuông hay chiều rộng của ao mới là 20m

Chiều dài của ao mới là: $20\ \times 2=40\ \left(\text{m}\right)$

Chu vi áo mới là:

$\left(40+20\right)\times 2=120\left(\text{m}\right)$

Số cọc để rào xung quanh ao mới là:

$\left(120-3\right):1=117$ (chiếc)

B. PHẦN PHIẾU BÀI TẬP

I. Số điểm, số đoạn thẳng, số đường thẳng

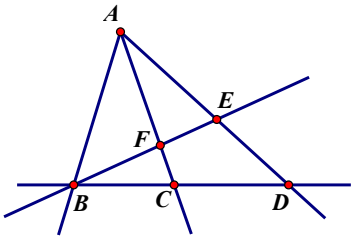
Dạng toán: Đếm số điểm, số đường thẳng, số đoạn thẳng

Bài 1: Cho 200 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm vẽ một đường thẳng. Số đường thẳng vẽ được là bao nhiêu?

A. 1990 B. 19900 C. 39800 D. 40000

Trích đề HSG huyện Khoái Châu năm 2018-2019

Bài 2: Trên hình vẽ sau có bao nhiêu bộ ba điểm thẳng hàng?



A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2021-2022

Bài 3: Cho 20 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có thể kẻ được bao nhiêu đoạn thẳng?

A.190 B. 180 C. 380 D. 200

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2021-2022

Bài 4: Vẽ đường thẳng d không đi qua O. Trên đường thẳng d lấy 2015 điểm phân biệt. Tính số các góc có đỉnh O và cạnh đi qua 2 điểm bất kỳ trên đường thẳng d.

Trích đề HSG huyện Thanh Oai năm 2017-2018

Bài 5: Cho 6 đường thẳng đôi một cắt nhau. Hỏi 6 đường thẳng đó có thể cắt nhau ít nhất tại bao nhiêu điểm, nhiều nhất tại bao nhiêu điểm.

Trích đề HSG Trường THCS Quảng Tiến năm 2019-2020

Bài 6:

Trên cùng một nửa mặt chứa tia Oy, có bờ chứa tia Ox.Cần vẽ thêm bao nhiêu tia phân biệt gốc O và không trùng với các tia đã vẽ trong hình để tạo thành 630 góc đỉnh O (chỉ tính các góc thuộc nửa mặt phẳng nói trên).

Trích đề HSG huyện Khoái Châu năm 2018-2019

Bài 7: Cho 2010 đường thẳng trong đó bất kỳ 2 đường thẳng nào cũng cắt nhau. Không có 3 đường thẳng nào đồng quy. Tính số giao điểm của chúng.

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2018 - 2019

Bài 8: Trên mặt phẳng cho n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Biết rằng tổng số giao điểm mà n đường thẳng đó cắt nhau tạo ra bằng 465. Tìm n.

Trích đề HSG huyện Hậu Lộc năm 2022 - 2023

Bài 9: Cho 100 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm vẽ một đường thẳng. Số đường thẳng vẽ được là:

Trích đề HSG huyện Lâm Thao năm 2018- 2019

Bài 10: Cho góc xOy và góc yOz là hai góc kề bù. Góc yOz bằng 30^0

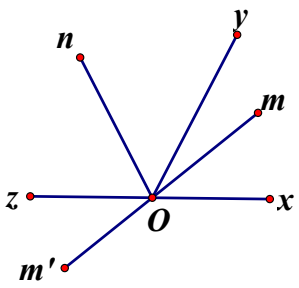
a) Vẽ tia Om nằm trong góc xOy sao cho $\widehat{xOm}=75^0$; tia On nằm trong góc yOz sao cho $\widehat{yOn}=15^0$

b) Hình vẽ trên có mấy góc?

c) Nếu có n tia chung gốc thì sẽ tạo nên bao nhiêu góc ?

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2018-2019

Bài 11: Cho hình vẽ:



Cần vẽ thêm bao nhiêu tia phân biệt chung gốc O và không trùng với các tia đã vẽ trong hình để tạo thành tất cả 300 góc.

Trích đề HSG huyện Thạch Thành năm 2018-2019

Bài 12: Cho đường thẳng xy, trên đó lấy ba điểm phân biệt A,B,C.

a) Biết $AB=5\text{cm}, AC=3\text{cm}$. Tính BC.

b) Trên xy lấy 4 điểm phân biệt (không trùng với A,B,C) và điểm O không nằm trên đường thẳng xy. Hỏi có thể vẽ được tất cả bao nhiêu tam giác có đỉnh là ba trong các điểm đã có trên hình vẽ.

Trích đề HSG huyện Lục Nam năm 2021 - 2022

Bài 13: Lấy thêm 19 điểm phân biệt trên đường thẳng xy (các điểm này không trùng với điểm O) và một điểm A nằm ngoài đường thẳng xy. Hỏi vẽ được bao nhiêu tam giác nhận 3 trong các điểm trên làm đỉnh.

Trích đề HSG huyện Lập Thạch năm 2018 – 2019

Bài 14: Trên mặt phẳng cho n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Biết rằng tổng số giao điểm mà n đường thẳng đó cắt nhau tạo ra bằng 465. Tìm n.

Trích đề HSG huyện Hậu Lộc năm 2022 - 2023

Bài 15: Cho 2010 đường thẳng trong đó bất kỳ 2 đường thẳng nào cũng cắt nhau. Không có 3 đường thẳng nào đồng quy. Tính số giao điểm của chúng.

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2018-2019

Bài 16: Cho 30 điểm trong đó có đúng 5 điểm thẳng hàng, ngoài ra không còn có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ một đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Trích đề HSG huyện Thọ Xuân năm 2021-2022

Bài 17: Cho 20 điểm phân biệt, trong đó có n điểm thẳng hàng. Cứ qua hai điểm vẽ được một đường thẳng. Hãy tìm n, biết rằng vẽ được tổng cộng 170 đường thẳng.

Trích đề HSG huyện Bá Thước năm 2021 -2022

Bài 18: Cho n điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Biết rằng có tất cả 105 đường thẳng. Tính n

Trích đề HSG huyện Ngọc Lặc năm 2018-2019

Bài 19: Cho 20 điểm phân biệt trong đó có đúng 7 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi từ 20 điểm đó vẽ được tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Trích đề HSG huyện Hoài Nhơn năm 2015-2016

Bài 20: a) Cho 40 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi vẽ được bao nhiêu đường thẳng ?

b) Cho 40 điểm trong đó có đúng 10 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi vẽ được bao nhiêu đường thẳng.

c) Cho n điểm $(n \in \mathbb{N})$. Trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng, cứ qua hai điểm ta được 1 đường thẳng. Biết rằng có tất cả 105 đường thẳng. Tìm n ?

Trích đề HSG cấp trường Trần Phú năm 2018-2019

Bài 21: Cho 2018 điểm phân biệt trong đó có đúng 3 điểm thẳng hàng. Qua hai điểm ta kẻ được một đường thẳng. Tính số đường thẳng kẻ được.

Trích đề chọn HSG Nga Sơn năm 2017-2018

Bài 22: Cho tam giác ABC và một đường thẳng d không đi qua bất kỳ đỉnh nào của tam giác và cắt cạnh BC của tam giác. Hãy chứng tỏ rằng đường thẳng d cắt một và chỉ một trong hai cạnh AB và AC của tam giác ABC

Trích đề KSCL HSG Ba Vì năm 2017-2018

Bài 23: Trên đoạn thẳng AB lấy 2006 điểm khác nhau đặt tên theo thứ tự từ A đến B là $A_1, A_2, A_3, ..., A_{2004}$. Từ điểm M không nằm trên đoạn thẳng AB ta nối M với các điểm $A_1, A_2, A_3, ..., A_{2004}; B$. Tính số tam giác tạo thành.

Trích đề HSG cấp trường năm 2019-2020

Bài 24: Cho 10 đường thẳng đồng quy tại O. Hỏi có bao nhiêu góc ở đỉnh O được tạo thành (không kể góc bẹt) ?

Trích đề HSG huyện Sông Lô năm 2015 -2016

Bài 25: Cho 100 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm vẽ một đường thẳng. Số đường thẳng vẽ được là:

A. 200. **B.** 4950. **C.** 5680. **D.** 9900.

Trích đề HSG trường THCS Việt Tiến (Việt Yên) năm 2021 - 2022

Bài 26: Trên mặt phẳng cho n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Biết rằng tổng số giao điểm mà n đường thẳng đó cắt nhau tạo ra bằng 465. Tìm n.

Trích đề HSG huyện Hậu Lộc năm 2022 - 2023

Bài 27: Có 25 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi vẽ được tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Nếu thay 25 điểm bởi n điểm ($n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 2$) thì số đường thẳng là bao nhiêu?

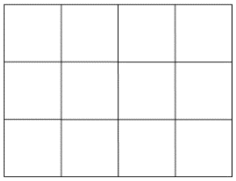
Trích đề HSG huyện Hiệp Hoà năm 2021-2022

Bài 28: Cho 30 điểm trong đó có đúng 5 điểm thẳng hàng (ngoài ra không còn 3 điểm nào thẳng hàng). Qua 2 điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng.

Trích đề HSG trường THCS Nghĩa Đồng (Tân Kỳ) năm 2021 - 2022

Bài 29: Cho trước n điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Nếu bớt đi 1 điểm thì số đường thẳng vẽ được qua các cặp điểm giảm đi 10 đường thẳng. Tìm n.

Trích đề HSG Trường THCS An Lễ năm 2021 - 2022



Bài 30: Cho hình chữ nhật có chiều dài 4 cm, chiều rộng 3 cm. Chia các cạnh của hình chữ nhật thành những đoạn thẳng bằng nhau có độ dài mỗi đoạn là 1 cm. Nối các điểm chia như hình vẽ bên. Hỏi trong hình vẽ có tất cả bao nhiêu hình vuông.

Trích đề HSG Liên trường năm 2021-2022

Bài 31: Cho n điểm phân biệt, trong đó có đúng 10 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm ta vẽ được một đường thẳng. Có tất cả 256 đường thẳng. Tính số điểm n.

Trích đề HSG Liên trường năm 2021-2022

Bài 32. a) Cho 40 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi vẽ được bao nhiêu đường thẳng ?

b) Cho 40 điểm trong đó có đúng 10 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi vẽ được bao nhiêu đường thẳng.

c) Cho n điểm $(n \in \mathbb{N})$. Trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng, cứ qua hai điểm ta được 1 đường thẳng. Biết rằng có tất cả 105 đường thẳng. Tìm n ?

Trích đề HSG Trần Phú Gia Lai năm 2018-2019

II: Trung điểm của đoạn thẳng

Dạng toán: Tính độ dài đoạn thẳng, chứng minh trung điểm của đoạn thẳng.

Bài 1: Trên đường thẳng a lấy 3 điểm M, N, P sao cho $MN = 2cm$, $NP = 5cm$. Khi đó độ dài đoạn thẳng MP bằng:

A. 3 cm B. 3 cm hoặc 7 cm C. 7 cm D. 3,5 cm

Trích đề HSG huyện Khoái Châu năm 2018-2019

Bài 2: Cho đoạn thẳng AB = 12cm. Biết điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho AM = 7cm, khi đó AM - MB bằng:

A. 3 cm B. 4 cm C. 2 cm D. 5 cm

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2021-2022

Bài 3: Cho đoạn thẳng CD = 20 cm. Gọi M là trung điểm của CD, I là trung điểm của MC, K là trung điểm của MD, khi đó IK có độ dài là

A. 10 cm B. 5 cm C. 6 cm D. 2,5 cm

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2021-2022

Bài 4: Cho đoạn thẳng $AB = a$; điểm C nằm giữa hai điểm A và B, điểm M là trung điểm của AC, điểm N là trung điểm của CB. Hãy chứng tỏ rằng $MN = \frac{a}{2}$

Trích đề HSG tỉnh Bắc Ninh năm 2016 - 2017

Bài 5: Cho đoạn thẳng AB, điểm O thuộc tia đối của tia AB. Gọi M, N thứ tự là trung điểm của OA, OB.

a) Chứng tỏ rằng $OA < OB$

b) Trong ba điểm O, M, N điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại ?

c) Chứng tỏ rằng độ dài đoạn thẳng MN không phụ thuộc vào vị trí của điểm O (O thuộc tia đối của tia AB)

Trích đề HSG Toán 6 năm 2019 -2020

Bài 6: Cho đoạn thẳng AB = 8cm. Lấy điểm C nằm giữa hai điểm A và B sao cho BC = 4,5 cm. Tính độ dài đoạn thẳng AC.

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2021-2022

Bài 7: Cho ΔABC có $BC = 5,5$ cm. Điểm M thuộc tia đối của tia CB sao cho $CM = 3\,\text{cm}$

a) Tính độ dài đoạn thẳng BM

b) Biết $\widehat{BAM} = 80^0$, $\widehat{BAC} = 60^0$ Tính $\widehat{CAM}$

c) Tính độ dài đoạn thẳng BK thuộc đoạn BM biết $CK = 1\,\text{cm}$

Trích đề HSG huyện .....năm 2019-2020

Bài 8: Cho đoạn thẳng $AB = 8\,\text{cm}$ và C là trung điểm của nó, lấy điểm D là trung điểm của CB, E là trung điểm của CD. Tính độ dài đoạn thẳng EB.

Trích đề HSG Trường THCS Quảng Tiến năm 2019-2020

Bài 9: Vẽ tia Ax. Trên tia Ax xác định hai điểm B và C sao cho B nằm giữa A, C và $AC = 8\text{cm}$, $AB = 3BC$. Tính độ dài các đoạn AB, BC.

Trích đề HSG huyện Nghi Sơn năm 2021 - 2022

Bài 10: Trên đường thẳng a lấy ba điểm M, N, P sao cho $MN = 2cm, NP = 5cm$. Khi đó độ dài đoạn MP bằng bao nhiêu

Trích đề HSG huyện Lâm Thao năm 2018- 2019

Bài 11: Cho đoạn thẳng AB; điểm O thuộc tia đối của tia AB, Gọi M, N thứ tự là trung điểm của OA, OB.

Chứng tỏ rằng độ dài đoạn thẳng MN không phụ thuộc vào vị trí của điểm O (O thuộc tia đối của tia AB)

Trích đề HSG huyện Lâm Thao năm 2018- 2019

Bài 12: Cho góc xAy, trên tia Ax lấy điểm B sao cho $AB = 6cm$. Trên tia đối của tia Ax lấy điểm D sao cho $AD = 4cm$.

a) Tính BD

b) Lấy C là một điểm trên tia Ay. Biết $BCD = 80^0, BCA = 45^0$. Tính góc ACD

c) Biết $AK = 2cm$ (K thuộc BD). Tính BK.

Trích đề HSG huyện Việt Yên năm 2018-2019

Bài 13: Cho đoạn thẳng AB, điểm O thuộc tia đối của tia AB. Gọi M, N thứ tự là trung điểm của OA, OB.

a) Chứng tỏ rằng $OA < OB$

b) Trong ba điểm O, M, N điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại ?

c) Chứng tỏ rằng độ dài đoạn thẳng MN không phụ thuộc vào vị trí của điểm O (O thuộc tia đối của tia AB)

Trích đề HSG huyện Nông Cống năm 2019-2020

Bài 14: Vẽ đoạn thẳng $AB = 5cm$

a) Trên đoạn thẳng AB lấy hai điểm M, N sao cho $MN = 1cm$. Tính $AM + BN$?

b) Trên đoạn thẳng AB lấy hai điểm M, N sao cho $AM + BN = 7cm$. Tính MN ?

Trích đề HSG huyện Quế Sơn năm 2018-2019

Bài 15: Trên đường thẳng xy lấy điểm O và hai điểm M, N sao cho $OM = 2cm$, $ON = 3cm$. Vẽ các điểm A, B trên đường thẳng xy sao cho M là trung điểm của OA; N là trung điểm của OB. Tính độ dài AB.

Trích đề HSG huyện Bá Thước năm 2021 - 2022

Bài 16: Cho hai tia Ox và Oy đối nhau. Trên tia Ox lấy hai điểm A và M sao cho $OA = 5cm$, $OM = 1cm$. Trên tia Oy lấy điểm B sao cho $OB = 3cm$. Chỉ ra: M là trung điểm của đoạn thẳng AB .

Trích đề HSG huyện Thọ Xuân năm 2021-2022

Bài 17: Cho đường thẳng xy. Trên xy, lấy ba điểm A, B, C sao cho $AB = a\ (cm)$, $AC = b\ (cm)$ $(b > a)$. Gọi I là trung điểm của AB .

a) Tính IC .

b) Lấy 4 điểm M, N, P, Q nằm ngoài đường thẳng xy. Chứng tỏ rằng đường thẳng xy không cắt hoặc cắt ba, hoặc cắt bốn đoạn thẳng trong các đoạn thẳng sau: MN, MP, MQ, NP, NQ, PQ .

Trích đề HSG huyện Thanh Chương năm 2019 -2020

Bài 18: a) Cho đoạn thẳng $AB = 7cm$. Trên tia AB lấy điểm I sao cho $AI = 4cm$. Trên tia BA lấy điểm K sao cho $BK = 2cm$. Tính IK .

b) Trên tia Ox cho 4 điểm A, B, C, D. Biết rằng A nằm B và C, B nằm giữa C và D; $OA = 5cm, OD = 2cm, BC = 4cm$ và độ dài AC gấp đôi độ dài BD. Tính độ dài các đoạn BD, AC .

Trích đề HSG huyện Hoằng Hóa năm 2017 -2018

Bài 19: Cho tam giác ABC có $BC = 6cm$. Trên tia đối của tia BC lấy điểm D sao cho $BD = 3\,cm$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng CD .

b) Gọi M là trung điểm của CD . Tính độ dài đoạn thẳng BM .

c) Biết góc $\widehat{DAC}$ =120° . Vẽ Ax và Ay lần lượt là các tia nằm chính giữa của góc $\widehat{BAC}$ và góc $\widehat{BAD}$.

d) Trên nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AB không chứa điểm D, nếu vẽ thêm n tia gốc A phân biệt không trùng với các tia AB, AC, Ax thì có tất cả bao nhiêu góc đỉnh A được tạo thành?

Trích đề HSG huyện Phù Ninh năm 2015 -2016

Bài 20: Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Trên tia đối của tia BA lấy O (O khác B). So sánh độ dài đoạn thẳng OM và trung bình cộng của hai đoạn thẳng OA và OB.

Trích đề HSG huyện Sông Lô năm 2015 -2016

Bài 21: Cho đoạn thẳng $AB = 5cm$. Lấy điểm M thuộc đoạn thẳng AB, trên tia đối của tia AB lấy điểm N sao cho $AN = AM$.

a) Tính BN khi $BM = 2cm$.

b) Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AB, vẽ các tia Ax và Ay sao cho $\widehat{BAx} = 40°$, $\widehat{BAy} = 110°$. Tính $\widehat{yAx}$, $\widehat{NAy}$.

c) Xác định vị trí của điểm M trên đoạn thẳng AB để đoạn thẳng BN có độ dài lớn nhất.

Trích đề HSG THCS Ái Thượng năm 2021-2022

Bài 22: Trên đường thẳng xy lấy điểm O. Trên tia Ox lấy điểm A, trên tia Oy lấy điểm B, C sao cho $OA = OC = 2cm$ và $OB = 7cm$.

1) Vẽ hình sau đó:

a) Tính độ dài đoạn thẳng BC.

b) Cho biết điểm O có là trung điểm đoạn thẳng AC không? Vì sao?

2) Cần lấy thêm trên đường thẳng xy bao nhiêu điểm phân biệt không trùng với các điểm đã cho để trên đường thẳng có 465 đoạn thẳng mà mỗi đoạn thẳng có mút là hai trong các điểm đó.

Trích đề HSG huyện Đông Hưng năm 2021-2022

Bài 23: Cho đoạn thẳng AB và trung điểm M của nó. Chứng tỏ rằng nếu C là điểm nằm giữa M và B thì: $CM = \dfrac{CA - CB}{2}$

Trích đề HSG Trường Hưng Mỹ năm 2018-2019

Bài 24: Cho đoạn thẳng AB, điểm O thuộc tia đối của tia AB. Gọi M, N thứ tự là trung điểm OA, OB

a) Chứng tỏ rằng $OA < OB$

b) Trong ba điểm O, M, N điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại

c) Chứng tỏ rằng độ dài đoạn thẳng MN không phụ thuộc vào vi trí điểm O (O thuộc tia đối tia AB)

Trích đề HSG cấp trường THCS Hà Huy Tập năm 2018-2019

Bài 25: Cho góc bẹt xOy, trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA = 2cm$; trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho $OM = 1cm, OB = 4cm$. Chứng tỏ điểm M nằm giữa hai điểm O và B. Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB

Trích đề HSG huyện Thanh Chương năm 2018-2019

Bài 26: Gọi A và B là hai điểm trên tia Ox sao cho $OA = 4cm, OB = 6cm$. Trên tia BA lấy điểm C sao cho $BC = 3cm$. So sánh AB với AC.

Trích đề HSG cấp trường vòng 2 THCS Tân Lập năm 2018-2019

Bài 27: Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Trên tia đối của tia BA lấy O (O khác B). So sánh độ dài đoạn thẳng OM và trung bình cộng của hai đoạn thẳng OA và OB

Trích đề thi chọn HSG Tam Dương năm 2016-2017

Bài 28: Cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng 2 cm. Lấy điểm C thuộc đường thẳng AB sao cho $BC = 5\,cm$. Tính độ dài đoạn thẳng AC

Trích đề chọn HSG Trực Ninh năm 2017-2018

Bài 29: Trên tia Ox cho 4 điểm A, B, C, D. Biết rằng A nằm giữa B và C; B nằm giữa C và D; $OA = 7\,cm$; $OD = 3\,cm$; $BC = 8\,cm$ và $AC = 3BD$

a) Tính độ dài AC

b) Chứng tỏ rằng: Điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AD

Trích đề chọn HSG Nga Sơn năm 2017-2018

Bài 30: Trên tia Ox lấy 2 điểm A, B sao cho $OA = 6\,cm, OB = 10\,cm$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của OA, AB. Tính độ dài đoạn thẳng EF.

Trích đề chọn HSG Nga Sơn năm 2017-2018

Bài 31: Trên đường thẳng a lấy ba điểm M, N, P sao cho: $MN = 2$ cm, $NP = 5$ cm. Khi đó độ dài đoạn thẳng MP bằng:

A. 3 cm. **B.** 7 cm. **C.** 3 cm hoặc 7 cm. **D.** 3,5 cm.

Trích đề HSG trường THCS Việt Tiến (Việt Yên) năm 2021 - 2022

Bài 32: Cho ba điểm A, O, B sao cho $OA = 2$cm, $OB = 3$cm và $AB = 5$cm. Lấy điểm M nằm trên đường thẳng AB sao cho $OM = 1$cm. Tính độ dài đoạn thẳng AM.

Trích đề HSG huyện Hiệp Hoà năm 2021-2022

Bài 33: Cho hai điểm A và B cùng nằm trên đường thẳng xy sao cho $AB = 5$cm. Trên tia Ax lấy điểm C sao cho $AC = 3$cm. Gọi M là trung điểm của BC. Tính độ dài đoạn thẳng AM.

Trích đề HSG trường THCS Yên Phong năm 2021 - 2022

Bài 34: Cho hai tia Ox và Oy đối nhau, trên tia Ox lấy hai điểm A và M sao cho $OA = 5$cm, $OM = 1$cm; trên tia Oy lấy điểm B sao cho $OB = 3$cm. Chứng tỏ: Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Trích đề HSG trường THCS Nghĩa Đồng (Tân Kỳ) năm 2021 - 2022

Bài 35: Trên tia Ox lấy hai điểm A và B sao cho $OA = 8$cm, $AB = 2$cm. Tính độ dài đoạn thẳng OB .

Trích đề HSG trường THCS Việt Tiến (Việt Yên) năm 2021 - 2022

Bài 36: Trên tia Ox lấy hai điểm M và N sao cho $OM = 3$cm, $ON = 7$cm.

a) Tính độ dài đoạn thẳng MN.

b) Gọi P là điểm thuộc tia Ox sao cho $MP = 2$cm. Hỏi P có phải là trung điểm của đoạn thẳng MN không? Vì sao?

Trích đề HSG Trường THCS An Lễ năm 2021 - 2022

Bài 37: Lấy điểm O trên đường thẳng xy. Trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA = 2$cm. Trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho $OM = 1$cm; $OB = 4$cm.

a) Tính độ dài đoạn thẳng BM.

b) Chứng tỏ rằng M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Trích đề HSG Trường THCS Ân Hữu năm 2021 - 2022

Bài 38: Lấy điểm O trên đường thẳng xy. Trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA = 2\text{cm}$. Trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho $OM = 1\text{cm}; OB = 4\text{cm}$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng BM.

b) Chứng tỏ rằng M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

c) Cho điểm Q không thuộc đường thẳng xy và lấy thêm 2017 điểm phân biệt khác thuộc đường thẳng xy và không trùng với 4 điểm A, B, M, O. Hỏi có thể vẽ được bao nhiêu đoạn thẳng có 2 đầu mút là 2 điểm trong số các điểm đã cho?

Trích đề HSG huyện Chí Linh năm 2021-2022

Bài 39: Trên tia Ox lấy hai điểm M và N, sao cho $OM = 5$ cm và $ON = 9$ cm.

a) Tính độ dài đoạn thẳng MN.

b) Lấy điểm P trên tia Ox, sao cho $MP = 2$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng OP.

Trích đề HSG huyện Bình Xuyên năm 2021-2022

Bài 40: Trên tia Ox lấy hai điểm A, B (điểm A không trùng với điểm O và độ dài OB lớn hơn độ dài OA). Gọi M là trung điểm của OA. Hãy so sánh độ dài MB với trung bình cộng độ dài OB, AB

Trích đề HSG huyện Tĩnh Gia năm 2018-2019

III: Độ lớn góc

Dạng toán: Tính số đo góc

Bài 1: Cho tam giác ABC có $\widehat{ABC} = 55^0$, trên cạnh AC lấy điểm D (D không trùng với A và C)

a) Tính số đo $\widehat{DBC}$ biết $\widehat{ABD} = 30^0$

b) Từ B dựng tia Bx sao cho $\widehat{DBx} = 90^0$. Tính số đo $\widehat{ABx}$

Trích đề HSG cấp trường năm 2018 -2019

Bài 2: Cho điểm O thuộc đường thẳng xy. Vẽ các tia OA, OB sao cho góc $\widehat{AOx} = 40°$, $\widehat{BOy} = 60°$ .Tính số đo $\widehat{AOB}$.

Trích đề HSG huyện Nghi Sơn năm 2021 - 2022

Bài 3: Cho $\widehat{xOy} = 80^0$, tia Oz nằm giữa hai tia Ox, Oy sao cho $\widehat{xOz} = 30^0$. Số đo $\widehat{yOz}$ là bao nhiêu

Trích đề HSG huyện Lâm Thao, năm 2018- 2019

Bài 4: Trên đường thẳng AM lấy một điểm O (O nằm giữa A và M). Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AM vẽ các tia OB, OC sao cho $\widehat{MOC} = 115^0, \widehat{BOC} = 70^0$. Trên nửa mặt phẳng đối diện dựng tia OD(D không cùng nằm trong nửa mặt phẳng với B, C qua bờ là AM) sao cho $\widehat{AOD} = 45^0$.

a) Tia OB nằm giữa hai tia OM, OC không ?

b) Tính $\widehat{MOB}, \widehat{AOC}$

c) Chứng tỏ rằng 3 điểm D, O, B thẳng hàng.

Trích đề 59 HSG huyện năm 2018- 2019

Bài 5: Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC}=120^0$. Điểm E nằm giữa B và C sao cho $\widehat{BAE}=30^0$. Trên mặt phẳng có bờ AC chứa điểm B kẻ tia Ax sao cho $\widehat{CAx}=30^0$, tia Ax cắt BC ở F

Tính số đo của $\widehat{EAF}$

Trích đề HSG huyện Vũ Thư, năm 2018- 2019

Bài 6: Cho góc tù xOy. Bên trong góc xOy, vẽ tia Om sao cho $\widehat{xOm}=90^0$ và vẽ tia On sao cho $\widehat{yOn}=90^0$. Chứng minh $\widehat{xOn}=\widehat{yOm}$

Trích đề HSG trường Nguyễn Khuyến năm 20…-20…

Bài 7 Cho góc $\widehat{xBy}=55°$. Trên các tia Bx, By lần lượt lấy các điểm A, C $(A\neq B, B\neq C)$. Trên đoạn thẳng AC lấy điểm D sao cho $\widehat{ABD}=30°$.

a) Tính độ dài AC, biết $AD=4cm, CD=3cm$.

b) Tính số đo góc $\widehat{DBC}$.

c) Từ B vẽ tia Bz sao cho $\widehat{DBz}=90°$. Tính số đo $\widehat{ABz}$.

Trích đề HSG huyện Lương Tài năm 2015 -2016

Bài 8: Cho hai góc $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$ kề bù sao cho $\widehat{xOy}=4\,\widehat{yOz}$.

a) Tính số đo mỗi góc có trên hình vẽ?

b) Vẽ tia Ot sao cho $\widehat{xOt}=108°$. Tính góc $\widehat{tOy}$?

Trích đề HSG huyện Vĩnh Tường năm 2021 - 2022

Bài 9: Cho $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$ là hai góc kề bù. Góc $\widehat{yOz}$ bằng $30°$

a) Vẽ tia Om nằm trong góc $\widehat{xOy}$ sao cho $\widehat{xOm}=75°$; tia On nằm trong $\widehat{yOz}$ sao cho $\widehat{yOn}=15°$

b) Hình vẽ trên có mấy góc?

c) Nếu có n tia chung gốc thì sẽ tạo nên bao nhiêu góc ?

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2018-2019

Bài 10: Cho góc bẹt $\widehat{xOy}$, trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA=2cm$; trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho $OM=1cm$; $OB=4cm$.

a) Chứng tỏ điểm M nằm giữa hai điểm O và B. Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB

b) Từ O kẻ hai tia Ot, Oz sao cho $\widehat{tOy}=130°$; $\widehat{zOy}=30°$. Tính số đo $\widehat{tOz}$

Trích đề HSG huyện Thanh Chương năm 2018-2019

Bài 11: Cho 10 đường thẳng đồng quy tại O. Hỏi có bao nhiêu góc ở đỉnh O được tạo thành (không kể góc bẹt)

Trích đề thi chọn HSG Tam Dương năm 2016-2017

Bài 12: Trên cùng nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox vẽ hai tia Oy, Oz sao cho $\widehat{xOy}=50°; \widehat{xOz}=100°$. Vẽ tia Oy' là tia đối của tia Oy. Tính số đo $\widehat{y'Oz}$

Trích đề chọn HSG Nga Sơn năm 2017-2018

Bài 13: Cho $\widehat{xOy}=80°$, tia Oz nằm giữa hai tia Ox và Oz sao cho $\widehat{xOz}=30°$. Số đo $\widehat{yOz}$ là:

A. $50°$. **B.** $110°$. **C.** $50°$ hoặc $110°$. **D.** $80°$.

Trích đề HSG trường THCS Việt Tiến (Việt Yên) năm 2021 - 2022

Bài 14: Cho 2021 tia chung gốc O (trong đó không có hai tia nào đối nhau). Hỏi có bao nhiêu góc có hai cạnh là hai trong 2021 tia đã cho?

Trích đề HSG trường THCS Yên Phong năm 2021 - 2022

Bài 15: Cho $\widehat{xAy}$, trên tia Ax lấy điểm B sao cho $AB = 6\text{cm}$. Trên tia đối của tia Ax lấy điểm D sao cho $AD = 4\text{cm}$.

1. Tính BD.

2. Lấy C là một điểm trên tia Ay. Biết $\widehat{BCD} = 80°, \widehat{BCA} = 45°$. Tính $\widehat{ACD}$.

3. Biết $AK = 2\text{cm}$ (K thuộc BD). Tính BK.

Trích đề HSG Trường THCS Minh Đức năm 2021 - 2022

Bài 16: Trên cùng nửa mặt phẳng cho trước có bờ Ox vẽ hai tia Oy, Oz sao cho $\widehat{xOy} = 70^0, \widehat{yOz} = 30^0$ Xác định số đo của $\widehat{xOz}$

Trích đề HSG huyện Tĩnh Gia năm 2018-2019

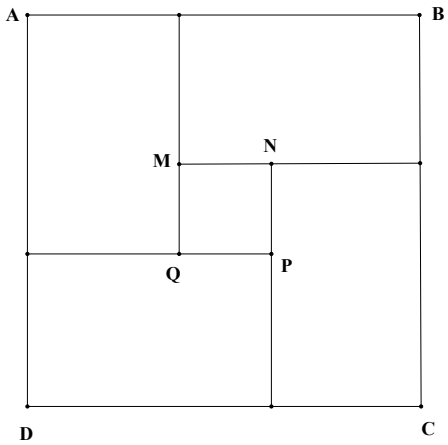
IV. Các bài toán về chu vi, diện tích

Dạng toán: Giải các bài toán về chu vi diện tích

Bài 1: Hình thang vuông ABCD có góc A và D vuông. Đường chéo AC cắt đường cao BH tại I.So sánh diện tích tam giác IDC và diện tích tam giác BHC.

Trích đề HSG tỉnh Bắc Ninh năm 2016 - 2017

Bài 2: Người ta xếp bốn hình chữ nhật bằng nhau có chiều rộng mỗi hình là 5 cm; chiều dài là 8 cm để được một hình vuông $ABCD$ và bên trong có là một hình vuông $MNPQ$ (như hình vẽ). Tính diện tích hình vuông $MNPQ$.

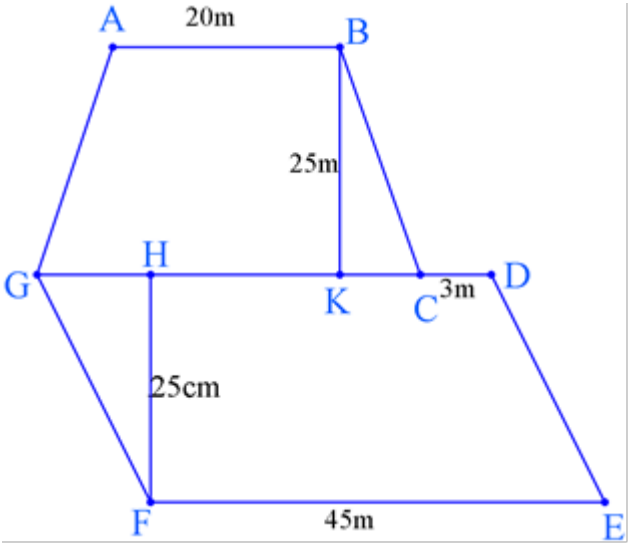


Trích đề HSG huyện Hà Trung năm 2021-2022

Bài 3: Một khu đất hình chữ nhật có chu vi là $132m$. Nếu giảm chiều rộng đi $5m$ và tăng chiều dài lên $5m$ thì chiều dài gấp đôi chiều rộng. Người ta dùng 30% diện tích khu đất để trồng rau, $\frac{11}{30}$ diện tích khu đất để trồng cây ăn quả, diện tích còn lại để xây nhà. Hỏi diện tích xây nhà là bao nhiêu?

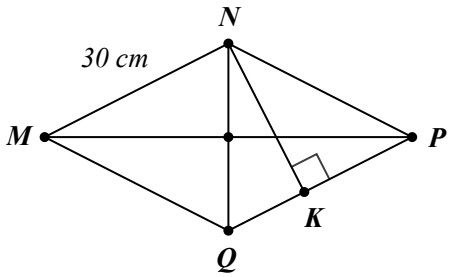
Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2022-2023

Bài 4: Bác Hai có một thửa ruộng có dạng như hình bên (độ dài đoạn thẳng CD bằng 3 mét). Bác Hai trồng lúa trên toàn bộ thửa ruộng đó. Nếu trên mỗi mét vuông bác Hai thu được $0.8kg$ thóc thì số tiền bác Hai thu được là bao nhiêu? Biết mỗi tạ thóc có giá 700.000 đồng.



Trích đề HSG huyện Nghi Sơn năm 2021 - 2022

Bài 5: Cho hình thoi $MNPQ$ có độ dài cạnh là 30cm (Hình vẽ 1). Tổng độ dài hai đường chéo là 84cm, hiệu độ dài hai đường chéo là 12cm. Tính độ dài chiều cao NK.



Hình vẽ 1

Trích đề HSG huyện Triệu Sơn năm 2021-2022

Bài 6: Một thửa ruộng hình chữ nhật được chia thành 2 mảnh hình chữ nhật (hình vẽ 2), một mảnh nhỏ trồng rau và mảnh còn lại trồng ngô. Diện tích của mảnh trồng ngô gấp 6 lần diện tích của mảnh trồng rau. Chu vi mảnh trồng ngô gấp 4 lần chu vi mảnh trồng rau.Tính diện tích thửa ruộng ban đầu , biết chiều rộng của nó là 5 mét.

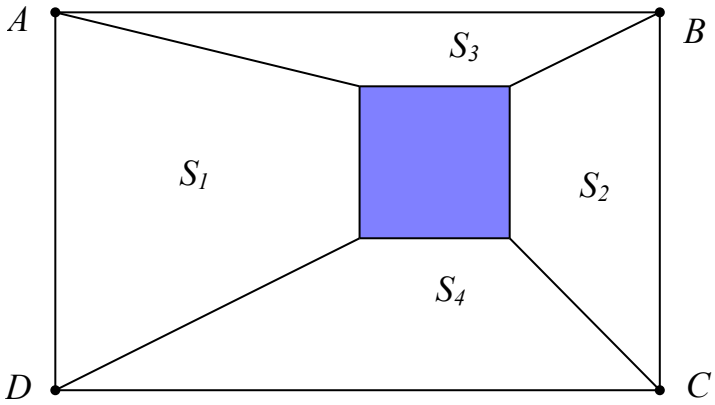
Nếu giảm chiều dài của một hình chữ nhật đi 20% và muốn diện tích không thay đổi thì chiều rộng phải thay đổi như thế nào?

Trích đề HSG huyện Triệu Sơn năm 2021-2022

Bài 7: Một bác nông dân có một khu vườn hình vuông. Ông ấy mở rộng vườn thêm 3m về mỗi phía như hình bên và thấy rằng diện tích khu vườn rộng thêm 84m^2. Tìm diện tích của khu vườn ban đầu.

Trích đề HSG THCS Quỳnh Thiện năm 2022 – 2023

Bài 8: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài AB hơn chiều rộng BC là $4cm$. Hình chữ nhật được chia thành một hình vuông và bốn hình thang (H1). Biết rằng 4 hình thang có diện tích là $S_1; S_2; S_3; S_4$ và $S_1 + S_2 = 49\,\text{cm}^2$; $S_3 + S_4 = 41\,\text{cm}^2$. Tính cạnh của hình vuông.

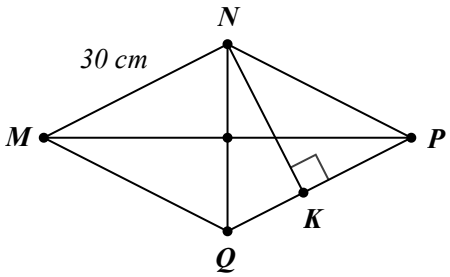


Trích đề HSG huyện Bá Thước năm 2021 - 2022

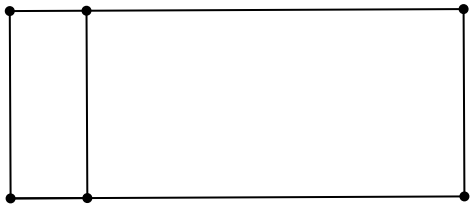
Bài 9: Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài $15\,\text{m}$, chiều rộng $8\,\text{m}$. Người ta trồng một vườn hoa hình thoi ở trong mảnh đất đó, biết diện tích phần còn lại là $75\,\text{m}^2$. Tính độ dài đường chéo AC, biết $BD = 9\,\text{m}$.

Trích đề HSG huyện Thọ Xuân năm 2021-2022

Bài 10: 1. Cho hình thoi $MNPQ$ có độ dài cạnh là $30\,\text{cm}$ (Hình vẽ 1). Tổng độ dài hai đường chéo là 84, hiệu độ dài hai đường chéo là $12\,\text{cm}$. Tính độ dài chiều cao NK.



Hình vẽ 1



Hình vẽ 2

2. Một thửa ruộng hình chữ nhật được chia thành hai mảnh hình chữ nhật (Hình vẽ 2), một mảnh nhỏ trồng rau và mảnh còn lại trồng ngô. Diện tích của mảnh trồng ngô gấp 6 lần diện tích của mảnh trồng rau. Chu vi mảnh trồng ngô gấp 4 lần chu vi mảnh trồng rau.Tính diện tích thửa ruộng ban đầu, biết chiều rộng của nó là 5 mét.

3. Nếu giảm chiều dài của một hình chữ nhật đi 20% và muốn diện tích không thay đổi thì chiều rộng phải thay đổi như thế nào?

Trích đề HSG huyện Triệu Sơn năm 2021-2022

Bài 11: Cho tam giác ABC có diện tích bằng $42\,cm^2$. Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $CE = \dfrac{1}{3}AE$, trên cạnh BC lấy điểm F sao cho $BF = \dfrac{1}{2}FC$, đoạn EF cắt AB tại K.

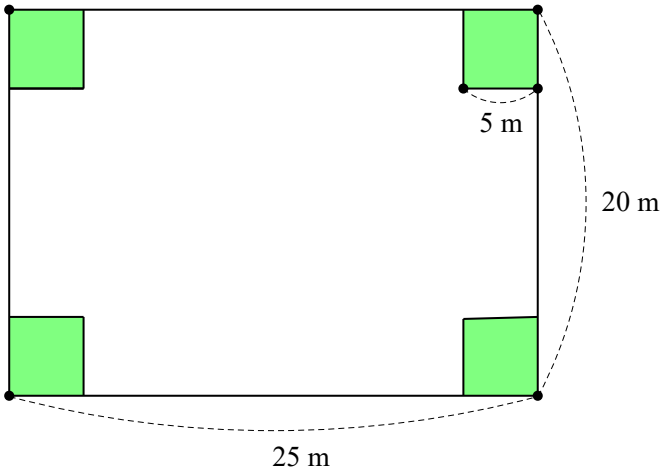
1. Tính diện tích của tam giác ABF và tam giác AEF?

2. Tính tỉ số độ dài giữa KB và KA?

Trích đề HSG TP Bắc Ninh năm 2021-2022

Bài 12: Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài 25 m, chiều rộng 20 m. Người ta trồng hoa hồng vào bồn hình vuông ở các góc vườn (như hình vẽ bên) và phần diện tích còn lại trồng hoa cúc.

1) Tính diện tích phần đất trồng hoa mỗi loại.



2) Biết mỗi mét vuông làm đất và trồng hoa hồng phải trả 50000 đồng tiền công, mỗi mét vuông làm đất và trồng hoa cúc phải trả 40000 đồng. Tính số tiền công phải trả để trồng hoa cho cả mảnh vườn đó.

Trích đề HSG huyện Đông Hưng năm 2021-2022

Bài 13: Minh có hai tờ giấy hình vuông mà số đo các cạnh hơn kém nhau $8\,cm$. Minh đem đặt tờ giấy hình vuông nhỏ nằm trọn trong tờ giấy hình vuông lớn thì phần diện tích còn lại không bị che của tờ giấy hình vuông lớn là $96\,cm^2$. Tính độ dài cạnh của mỗi tờ giấy.

Trích đề HSG TP Bắc Ninh năm 2021-2022

Bài 14: Bác An muốn làm hàng rào cho khu vườn hình vuông trồng hoa hồng của mình. Biết khu vườn có cạnh 5 m, tính độ dài hàng rào?

A. 25 m. **B.** 20 m. **C.** 10 m. **D.** 5 m.

Trích đề HSG trường THCS Việt Tiến (Việt Yên) năm 2021 - 2022

Bài 15: Một hình chữ nhật có chiều dài là 12m, chiều rộng là 8m, một hình vuông có chu vi bằng chu vi hình chữ nhật. Diện tích hình vuông đó là:

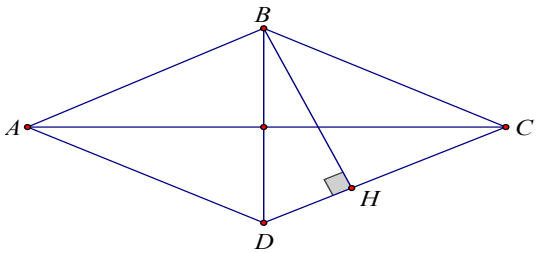
A. 96 m^2. **B.** 25 m^2. **C.** 40 m^2. **D.** 100 m^2.

Trích đề HSG trường THCS Việt Tiến (Việt Yên) năm 2021 - 2022

Bài 16:

Cho hình thoi $ABCD$ có độ dài cạnh là 30cm

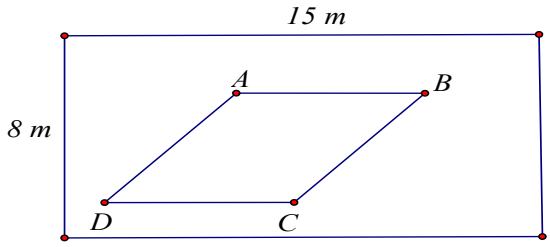
(Hình vẽ 1). Tổng độ dài hai đường chéo là 84cm, hiệu độ dài hai đường chéo là 12cm. Tính độ dài đường cao BH.



Hình vẽ 1

Trích đề HSG trường THCS Yên Phong năm 2021 - 2022

Bài 17: Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài 15m, chiều rộng 8m. Người ta trồng một vườn hoa hình thoi ở trong mảnh đất đó, biết diện tích phần còn lại là $75\,\text{m}^2$. Tính độ dài đường chéo AC, biết $BD = 9\,\text{m}$.

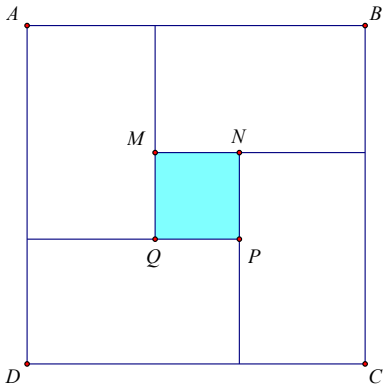


Trích đề HSG trường THCS Nghĩa Đồng (Tân Kỳ) năm 2021 - 2022

Bài 18: Một thửa ruộng hình thang có diện tích là $1155\,\text{m}^2$ và có đáy bé kém đáy lớn $33\,\text{m}$. Người ta kéo dài đáy bé thêm $20\,\text{m}$ và kéo dài đáy lớn thêm $5\,\text{m}$ về cùng một phía để được hình thang mới. Diện tích hình thang mới này bằng diện tích của một hình chữ nhật có chiều rộng là $30\,\text{m}$ và chiều dài $51\,\text{m}$. Hãy tính đáy bé, đáy lớn của thửa ruộng ban đầu.

Trích đề HSG trường THCS Việt Tiến (Việt Yên) năm 2021 - 2022

Bài 19: Người ta xếp bốn hình chữ nhật bằng nhau có chiều rộng mỗi hình là 5cm; chiều dài là 8cm để được một hình vuông $ABCD$ và bên trong có là một hình vuông $MNPQ$ (như hình vẽ). Tính diện tích hình vuông $MNPQ$.



Trích đề HSG Trường THCS Hoài Ân năm 2021 - 2022

Bài 20: Sân nhà Nam là hình chữ nhật có chiều dài $10,25$ mét và chiều rộng $6,9$ mét. Bố bạn Nam đang tính toán để mua gạch lát sân. Tại cửa hàng vật liệu xây dựng có loại gạch lát kích thước $500x500\text{mm}$ (mỗi viên gạch hình vuông cạnh 500mm). Gạch được bán nguyên thùng, mỗi thùng có 4 viên. Biết rằng khi lát sân, nếu gặp khoảng trống nhỏ hơn khích thước viên gạch thì người thợ phải cắt viên gạch để có kích thước vừa khít với khoảng trống và loại bỏ phần dư của viên gạch nếu phần dư đó không dùng đủ cho khoảng trống khác. Em hãy tính giúp bố bạn Nam xem cần mua ít nhất bao nhiêu thùng gạch mới đủ để lát sân trên.

Trích đề HSG huyện Kỳ Anh năm 2021-2022

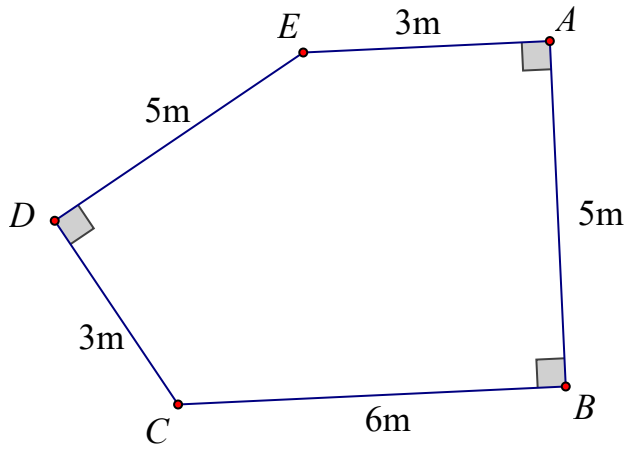
Bài 21: Để đảm bảo đủ ánh sáng phòng học của con, gia đình ông Nam đã sửa căn phòng có nền là hình chữ nhật với kích thước là $4,2\,\text{m}$ và $5,4\,\text{m}$, có hai cửa sổ hình chữ nhật kích thước là 1m và $1,6\,\text{m}$ và một cửa ra vào hình chữ nhật có kích thước là $1,2\,\text{m}$ và $2\,\text{m}$.

a) Hỏi căn phòng trên sau khi sửa có đạt chuẩn về ánh sáng hay không? Biết căn phòng đạt mức chuẩn về ánh sáng nếu tổng diện tích các cửa lớn hơn hoặc bằng 20% diện tích nền.

b) Trên thị trường có các loại gạch với kích thước như sau $50\,\text{cm}\times 50\,\text{cm}\,;60\,\text{cm}\times 60\,\text{cm}\,;80\,\text{cm}\times 80\,\text{cm}$. Gia đình ông Nam muốn lát kín căn phòng trên bằng một loại gạch có cùng kích thước mà không phải cắt (các viên gạch phải lát liền nhau, coi như không có khe hở). Em hãy giúp gia đình ông Nam chọn loại gạch có kích thước phù hợp và tính xem cần bao nhiêu viên gạch để vừa đủ?

Trích đề HSG huyện Bình Xuyên năm 2021-2022

Bài 22: . Một mảnh đất được vẽ trên giấy như hình vẽ bên dưới.
Hỏi diện tích mảnh đất là bao nhiêu mét vuông?



Trích đề HSG Liên trường năm 2021-2022

Bài 23. Người ta mở rộng một cái ao hình vuông để được một cái ao hình chữ nhật có chiều dài gấp 2 lần chiều rộng. Sau khi mở rộng, diện tích ao tăng thêm $600\,\text{m}^2$ và diện tích ao mới gấp 4 lần ao cũ. Hỏi phải dùng bao nhiêu chiếc cọc để đủ rào xung quanh ao mới? Biết rằng cọc nọ cách cọc kia $1\,\text{m}$ và ở một góc ao người ta để lối lên xuống rộng $2\,\text{m}$.

Trích đề HSG Liên trường năm 2021-2022

C. SƯU TẦM CÁC BÀI TƯƠNG TỰ

Bài 1: Cho 1000 điểm phân biệt, trong đó có đúng 3 điểm thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu đường thẳng tạo bởi hai trong 1000 điểm đó?

Lời giải

Số đường thẳng tạo bởi 1000 điểm phân biệt là: $\frac{1000.999}{2}=499500$ (đường thẳng).

Số đường thẳng tạo bởi 3 điểm không thẳng hàng là: $\frac{3.2}{2}=3$ (đường thẳng).

Theo bài ra vì có 3 điểm thẳng hàng nên số đường thẳng giảm đi là: $3-1=2$ (đường thẳng).

Vậy số đường thẳng tạo thành là: $499500-2=499498$ (đường thẳng)

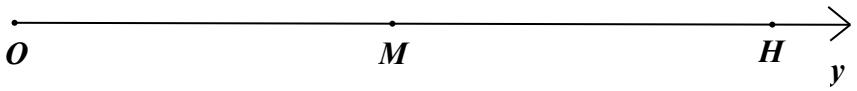
Bài 2:

1. Trên tia Oy, lấy điểm M và H sao cho $OM=5\,\text{cm}$, $OH=10\,\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng HM. Điểm M có là trung điểm của đoạn thẳng OH không? Vì sao?

2. Cho đoạn thẳng AB. Điểm C thuộc tia đối của tia BA. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AB và AC. Chứng minh rằng: $CM=\frac{CA+CB}{2}$ và $MN=\frac{BC}{2}$.

Lời giải

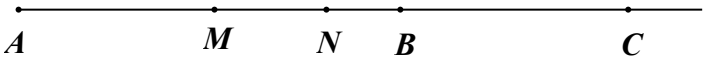
1) Chứng minh được M nằm giữa O và H.



Ta có $OM+MH=OH \Rightarrow MH=10-5=5cm$

Điểm M có là trung điểm của đoạn thẳng OH vì : M nằm giữa O và H và $MH=MO(=5cm)$

2) Chứng minh rằng: $CM=\frac{CA+CB}{2}$ và $MN=\frac{BC}{2}$.



Vì M là trung điểm của AB, điểm C thuộc tia đối của tia BA nên M nằm giữa A và C.

Suy ra: $CA=CM+AM$

$\Rightarrow CM=AC-AM\ (1)$

Lại có B nằm giữa M và C

$\Rightarrow CM=CB+BM\ (2)$

Từ (1) và $(2) \Rightarrow 2CM=AC-AM+BC+MB=AC+BC(do\ AM=MB)$

Vậy $CM=\frac{CA+CB}{2}$

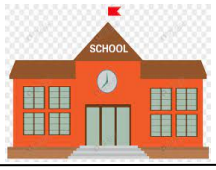
Lại có N là trung điểm của $AC \Rightarrow CN = \dfrac{AC}{2}$

Có $AB < AC$, M, N theo thứ tự là trung điiểm của AB và $AC \Rightarrow AM < AN$

$\Rightarrow M$ nằm giữa A và $N \Rightarrow AN = AM + MN$

$\Rightarrow MN = AN - AM = \dfrac{AC - AB}{2} = \dfrac{BC}{2}$

Bài 3: Nhà Hoàng cách trường học $3400m$. Hằng ngày trên đường đến trường Hoàng phải đi qua UBND xã sau đó đến một siêu thị cách trường $800m$.



Nhà Hoàng UBND xã Siêu thị Trường

Hỏi quãng đường từ UBND xã đến siêu thị dài bao nhiêu m? Biết rằng UBND xã nằm chính giữa nhà Hoàng và trường học.

Trích đề HSG huyện Mỹ Lộc năm 2021 - 2022

Lời giải

Vì UBND xã nằm chính giữa nhà Hoàng và trường học nên khoảng cách từ UBND xã đến trường học là : $3400 : 2 = 1700$ (m)

Vì siêu thị cách trường $800\,m$ nên khoảng cách từ UBND xã đến siêu thị là :

$1700 - 800 = 900\,m$

Vậy khoảng cách từ UBND xã đến siêu thị là $900\,m$

Bài 4: Người ta trồng cây ở hai bên đường của một đoạn đường dài $1500m$. Biết khoảng cách giữa các cây đều nhau là $2m$ và ở cả 2 đầu của đoạn đường đều có trồng cây. Tính số cây phải trồng ở cả 2 bên của đoạn đường đó

Trích đề HSG huyện Trực Ninh, năm 2021 - 2022

Lời giải

Số cây phải trồng ở 1 bên của đoạn đường đó là: $1500 : 2 + 1 = 751$ (cây)

Số cây phải trồng ở cả 2 bên của đoạn đường đó là: $751.2 = 1502$ (cây)

Đáp số: 1502 cây.

Bài 5: Cho 20 điểm phân biệt trong đó có a điểm thẳng hàng cứ qua 2 điểm ta vẽ được 1 đường thẳng. Tìm a biết số đường thẳng tạo thành là 421 đường thẳng.

Lời giải

Giả sử trong 20 điểm không có 3 điểm nào thẳng hàng

Gọi 20 điểm đó là $A_1, A_2, A_3, ..., A_{20}$

Vì cứ qua 2 điểm ta vẽ được 1 đường thẳng nên

Qua điểm A_1 và từng điểm trong 19 điểm còn lại $A_2, A_3, ..., A_{20}$ ta vẽ được 19 đường thẳng.

Qua điểm A_2 và từng điểm trong 18 điểm còn lại $A_3, A_4, ..., A_{20}$ ta vẽ được 18 đường thẳng.

.....

Qua điểm A_{19} và điểm A_{20} ta vẽ được 1 đường thẳng.

Do đó số đường thẳng tạo thành là: $1+2+3+....+19+20=190$ (đường thẳng)

Với a điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng thì ta có số đường thẳng tạo thành là $1+2+3+.....+(a-1)=\dfrac{a.(a-1)}{2}$

Với a điểm thẳng hàng ta chỉ vẽ được 1 đường thẳng.

Vậy trong 20 điểm mà có a điểm thẳng hàng thì số đường thẳng giảm đi là:

$(a-1)a:2-1=190-170$

$(a-1)a:2=21\Rightarrow a(a-1)=42=6.7\Rightarrow a=7$

Bài 6: Trên đoạn thẳng $AB=3$ cm lấy điểm M. Trên tia đối của tia AB lấy điểm N sao cho $AM=AN$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng BN khi $BM=1$ cm.

b. Hãy xác định vị trí của M (trên đoạn thẳng AB) để BN có độ dài lớn nhất.

Lời giải

a) - Hình vẽ:

- M nằm giữa hai điểm A, B nên $MA=AB-MB=3-1=2(cm)$

Suy ra $AN = AM = 2$ (cm).

- A nằm giữa hai điểm N, B nên $BN = AN + AB = 2 + 3 = 5$ (cm).

b) $BN = AN + AB$, AB không đổi nên BN lớn nhất khi AN lớn nhất.

+) AN lớn nhất khi AM lớn nhất.

+) AM lớn nhất khi $AM = AB$.

- Lúc đó M trùng với B và BN bằng 6(cm).

Bài 7: Trên mặt phẳng cho n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Biết rằng tổng số giao điểm mà n đường thẳng đó cắt nhau tạo ra bằng 465. Tìm n.

Lời giải

Có n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng nào đồng quy, nên mỗi đường thẳng sẽ cắt n-1 đường thẳng còn lại tạo ra n -1 giao điểm phân biệt.

Do đó n đường thẳng thì có $n(n-1)$ giao điểm nhưng mỗi giao điểm đã được tính 2 lần.

Vậy thực tế chỉ có giao điểm.

Theo bài ra ta có:

$\Rightarrow n(n-1)=930=31.30$

$\Rightarrow n=31$

Vậy $n=31$

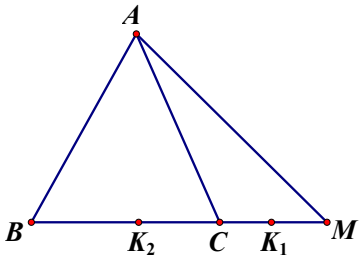
Bài 8: Cho tam giác ABC có $BC=5,5cm$. Điểm M thuộc tia đối của tia CB sao cho $CM=3cm$

a. Tính độ dài BM

b. Biết $\widehat{BAM}=80^0, \widehat{BAC}=60^0$. Tính $\widehat{CAM}$

c. Tính độ dài BK thuộc đoạn BM biết $CK=1cm$

Lời giải



a) C nằm giữa B và M $\Rightarrow BC+CM=BM \Rightarrow BM=3+5,5=8,5$

b) C nằm giữa B và M nên AC là tia nằm giữa 2 tia AB, AM

$.\Rightarrow \widehat{BAC}+\widehat{CAM}=\widehat{BAM}$.

$\Rightarrow \widehat{CAM}=\widehat{BAM}-\widehat{BAC}=80^0-60^0=20^0$

c. Xét 2 trường hợp:

+Nếu K nằm giữa C và M ta tính được: $BK=BC+CK=5,5+1=6,5(\text{cm})$

+Nếu K nằm giữa C và $B \Rightarrow BK=4,5cm$

Bài 9: Cho góc $xBy=55^0$. Trên các tia Bx, By lần lượt lấy các điểm A, C $(A\neq B, B\neq C)$. Trên đoạn thẳng AC lấy điểm D sao cho $\widehat{ABD}=30^0$

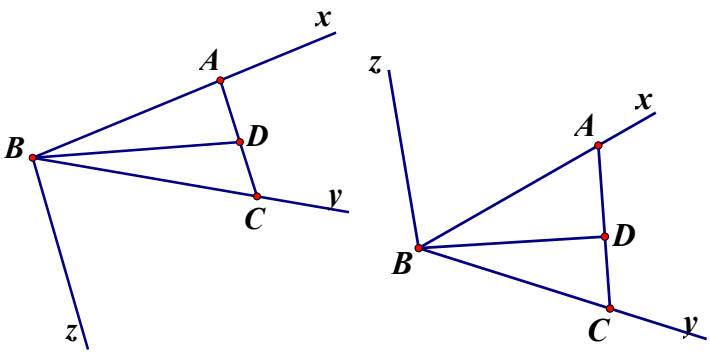
a) Tính độ dài AC, biết $AD=4cm, CD=3cm$

b) Tính số đo góc DBC

c) Từ B vẽ tia Bz sao cho $\widehat{DBz}=90^0$. Tính số đo $\widehat{ABz}$

Lời giải

TH1:



TH2:

a. Vì D thuộc đoạn thẳng AC nên D nằm giữa A và C

$AC = AD + CD = 4 + 3 = 7\,\text{cm}$

b. Chứng minh được tia BD nằm giữa hai tia BA và BC

Ta có đẳng thức: $\widehat{ABC} = \widehat{ABD} + \widehat{DBC} \Rightarrow \widehat{DBC} = \widehat{ABC} - \widehat{ABD} = 25^0$

c. Xét hai trường hợp:

Trường hợp 1: Tia Bz và tia BD nằm về hai phía nửa mặt phẳng có bờ là AB nên tia BA nằm giữa hai tia Bz và BD

Tính được $\widehat{ABz} = 90^0 - \widehat{ABD} = 90^0 - 30^0 = 60^0$

Trường hợp 2: Tia Bz và tia BD nằm về cùng nửa mặt phẳng có bờ là AB nên tia BD nằm giữa hai tia Bz và BA.

Tính được $\widehat{ABz} = 90^0 + \widehat{ABD} = 90^0 + 30^0 = 120^0$

Bài 10:

a) Cho đoạn thẳng $AB = 7\text{cm}$. Trên tia AB lấy điểm I sao cho $AI = 4\,\text{cm}$. Trên tia BA lấy điểm K sao cho $BK = 2\,\text{cm}$. Hãy chứng tỏ rằng I nằm giữa A và K. Tính IK

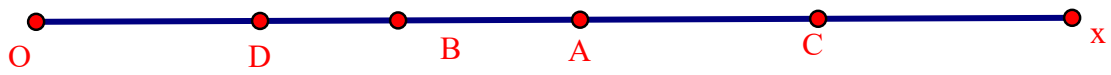
b) Trên tia Ox cho 4 điểm A, B, C, D. biết rằng A nằm B và C, B nằm giữa C và D $OA = 5\,\text{cm}, OD = 2\text{cm}, BC = 4\,\text{cm}$ và độ dài AC gấp đôi độ dài BD. Tính độ dài các đoạn BD, AC.

Lời giải

a. Trên tia BA ta có $BK = 2\,\text{cm}$, $AB = 7\text{cm}$. nên $BK < BA$ do đó điểm K nằm giữa A và B. Suy ra : $AK + KB = AB \Rightarrow AK = 7 - 2 = 5cm$

Trên tia AB có điểm I và K mà $AI < AK\,(4 < 5)$ nên điểm I nằm giữa A và K.

Do I nằm giữa A và K nên $AI + IK = AK \Rightarrow 4 + IK = 5 \Rightarrow IK = 1(cm)$



b) Vì A nằm giữa B và C nên $BA + AC = BC \Rightarrow BA + AC = 4$ (1)

Lập luận $\Rightarrow B$ nằm giữa A và D

Theo giả thiết $OD < OA \Rightarrow D$ nằm giữa O và A.

Mà $OD + DA = OA \Rightarrow 2 + DA = 5 \Rightarrow DA = 3cm$

Ta có $DB + BA = DA \Rightarrow DB + BA = 3(2)$

Lấy $(1) - (2)$: $AC - DB = 1$ (3)

Theo đề ra : $AC = 2BD$ thay vào (3)

Ta có: $2BD - BD = 1 \Rightarrow BD = 1(cm) \Rightarrow AC = 2BD = 2(cm)$

Bài 11: Cho 20 điểm, trong đó có a điểm thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm, ta vẽ một đường thẳng. Tìm a, biết vẽ được tất cả 170 đường thẳng.

Lời giải

Giả sử trong 20 điểm, không có 3 điểm nào thẳng hàng. Khi đó, số đường thẳng vẽ được là:

$$19.20:2=190.$$

Trong a điểm không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số đường thẳng vẽ được là: $(a-1)a:2$.

Vì có a điểm thẳng hàng nên qua a điểm này ta chỉ vẽ được 1 đường thẳng.

Ta có: $190-(a-1)a:2+1=170$

$(a-1)a:2=21$

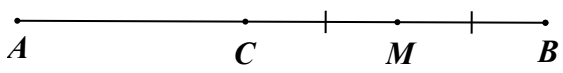
$(a-1)a=42$

$(a-1)a=6\cdot 7$

Vậy $a=7$.

Bài 12: Cho đoạn thẳng $AB=7$ cm. Gọi C là điểm nằm giữa A và B, $AC=3$ cm. M là trung điểm của BC. Tính BM.

Lời giải:



Vì điểm C nằm giữa hai điểm A và B

Nên $AC+BC=AB$

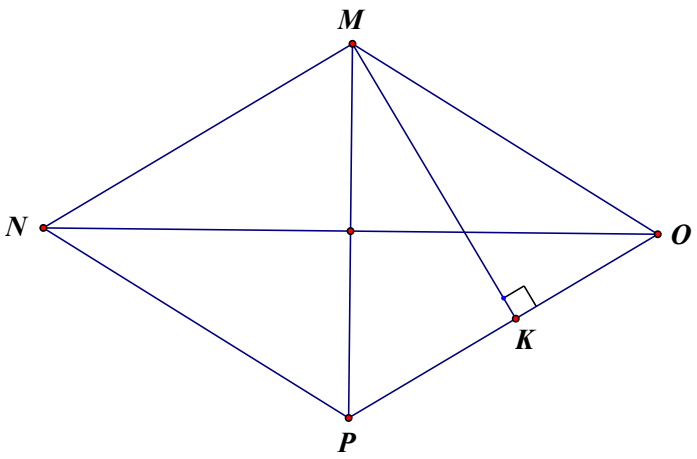
$3+BC=7$

Suy ra $BC=7-3=4$ (cm)

Vì M là trung điểm của đoạn thẳng BC

Nên $BM=\dfrac{BC}{2}=\dfrac{4}{2}=2$ (cm).

Bài 13: Cho hình vẽ sau:



Hình thoi $MNPQ$ có độ dài cạnh là $30\,cm$. Tổng độ dài hai đường chéo là $84\,cm$, hiệu độ dài hai

đường chéo là $12\,cm$. Tính độ dài chiều cao NK.

Lời giải

Độ dài đường chéo thứ nhất của hình thoi là:

$(84+12):2=48(\text{cm})$

Độ dài đường chéo thứ hai của hình thoi là:

$48-12=36(\text{cm})$

Diện tích hình thoi $MNPQ$ là:

$48\cdot 36:2=864(\text{cm}^2)$

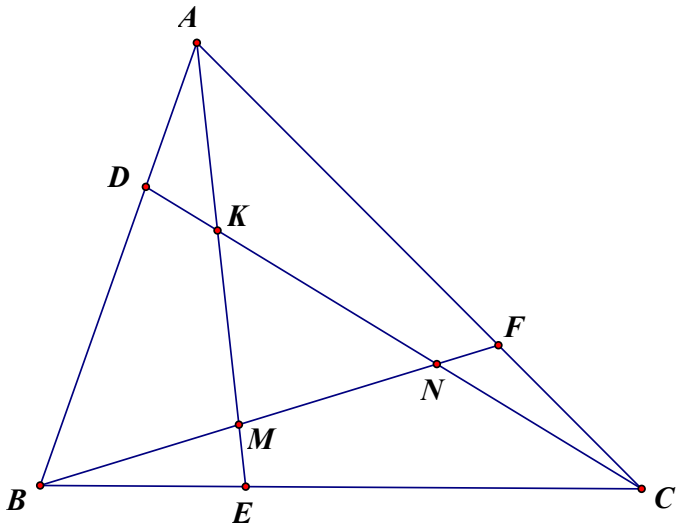
Diện tích hình thoi còn được tính như sau: $S_{MNPQ}=NK\cdot PQ$

$\Rightarrow NK=S_{MNPQ}:PQ=864:30=28,8(\text{cm})$

Vậy $NK=28,8\,\text{cm}$

Bài 14: Cho tam giác ABC. Lấy các điểm D, E, F theo thứ tự thuộc các cạnh AB, BC, CA sao cho $AD=\frac{1}{3}AB$, $BE=\frac{1}{3}BC$, $CF=\frac{1}{3}CA$. Các đoạn thẳng AE, BF, CD cắt nhau tạo thành một tam giác. Chứng minh rằng diện tích tam giác này bằng $\frac{1}{7}$ diện tích tam giác ABC.

Lời giải



Đặt $S_{AKD}=a$ thì

$S_{AKB}=3S_{ADK}=3a$ (vì $AD=\frac{1}{3}AB$)

Ta có $S_{ABE}=\frac{1}{2}S_{AEC}$ (vì $BE=\frac{1}{2}EC$)

$S_{BKE}=\frac{1}{2}S_{KEC}$ (vì $BE=\frac{1}{2}EC$)

$\Rightarrow S_{ABK}=\frac{1}{2}S_{AKC}\Rightarrow S_{AKC}=2S_{ABK}=2\cdot 3a=6a$

$S_{ADC}=S_{ADC}+S_{AKC}=7a$

$S_{ABC}=3S_{ADC}=3\cdot 7a=21a$ (vì $AD=\frac{1}{3}AB$)

$\Rightarrow S_{AKC}=\frac{6}{21}S_{ABC}=\frac{2}{7}S_{ABC}$

Chứng minh tương tự $S_{BMA}=S_{CNB}=\frac{2}{7}S_{ABC}$

Do đó $S_{AKC}+S_{CNB}+S_{BMA}=\frac{6}{7}S_{ABC}\Rightarrow S_{MNK}=\frac{1}{7}S_{ABC}$

Bài 15: Cho 2010 đường thẳng trong đó bất kì hai đường thẳng nào cũng cắt nhau. Không có ba đường thẳng nào đồng quy. Tính số giao điểm của chúng.

Trích đề HSG huyện Tân Uyên năm 2018-2019

Lời giải

Mỗi đường thẳng cắt 2009 đường thẳng còn lại nên tạo ra 2009 giao điểm.

Có 2010 đường thẳng nên có : $2010.2009=4038090$ (giao điểm).

Do mỗi giao điểm được tính hai lần nên số giao điểm là :

$4038090 : 2 = 2019045$ (giao điểm).

Vậy số giao điểm là: 2019045 (giao điểm).

Bài 16: Cho k đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng nào đồng quy (cùng đi qua 1 điểm), biết tổng số giao điểm là 820. Tìm k ?

Trích đề HSG huyện Yên Thế (Bắc Giang) năm 2015-2016

Lời giải

Mỗi đường thẳng cắt $k-1$ đường thẳng còn lại tạo nên $k-1$ giao điểm.

Có n đường thẳng nên có $k(k-1)$ giao điểm

Nhưng mỗi giao điểm đã được tính 2 lần nên số giao điểm là $\frac{k(k-1)}{2}$

Vậy với n đường thẳng, trong đó bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng nào đồng quy có giao điểm $\frac{k(k-1)}{2}$.

Theo bài ta có:

$\frac{k(k-1)}{2}=820$

$k.(k-1)=1640$

$k.(k-1)=41.40$

$k=41$

Vậy $k=41$.

Bài 17: Cho n n điểm $(n \geq 2)$. Nối từng cặp hai điểm trong n điểm đó thành các đoạn thẳng.

a) Hỏi có bao nhiêu đoạn thẳng nếu trong n điểm đó không có ba điểm nào thẳng hàng?

b) Hỏi có bao nhiêu đoạn thẳng nếu trong n điểm đó có đúng ba điểm nào thẳng hàng?

c) Tính n biết rằng có tất cả 1770 đoạn thẳng.

Lời giải

a) Chọn một điểm. Nối điểm đó với từng điểm trong $n-1$ điểm còn lại, ta vẽ được $n-1$ đoạn thẳng. Làm như vậy với n điểm, ta được $n(n-1)$ đoạn thẳng. Nhưng mỗi đoạn thẳng đã được tính hai lần, do đó tất cả chỉ có $\frac{n(n-1)}{2}$ đoạn thẳng.

b) Tuy trong hình vẽ có đúng ba điểm thẳng hàng nhưng số đoạn thẳng phải đếm vẫn không thay đổi. Do đó vẫn có $\frac{n(n-1)}{2}$ đoạn thẳng.

c) Ta có $\frac{n(n-1)}{2}=1770$ suy ra $n(n-1)=2.1770$

$$n(n-1)=2^2.3.5.59$$

$$n(n-1)=60.59$$

suy ra $n=60$.

Bài 18: Tìm đa giác có số đường chéo bằng số cạnh của nó.

Lời giải

Giả sử có đa giác n đỉnh thỏa mãn yêu cầu đề bài. (Điều kiện: n là số nguyên, $n>3$). Khi đó đa giác có n cạnh.

Qua hai đỉnh của đa giác, ta vẽ một đoạn thẳng thì có tất cả $\frac{n(n-1)}{2}$ đoạn thẳng mà mỗi đoạn thẳng này hoặc là cạnh hoặc là đường chéo của đa giác đó. Suy ra số đường chéo của đa giác là $\frac{n(n-1)}{2}-n$.

Vì số đường chéo bằng số cạnh nên $\frac{n(n-1)}{2}-n=n$ suy ra $n(n-5)=0$ do đó $\left[\begin{array}{l} n=0 \\ n=5 \end{array}\right.$

Kết hợp với điều kiện $n>3$ ta có $n=5$. Vậy ngũ giác là đa giác cần tìm.

Bài 19: Cho trước một số đường thẳng, trong đó bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và có 15 đường thẳng đồng quy, biết số giao điểm nhiều nhất có thể vẽ được là 1121 giao điểm. Hỏi có bao nhiêu đường thẳng cho trước?

Lời giải

Gọi số đường thẳng cho trước là n , $(n \in N, n \geq 2)$

Giả sử trong n đường thẳng, bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào đồng quy nên số giao điểm vẽ được là: $\frac{n(n-1)}{2}$ (giao điểm)

Do có 15 đường thẳng đồng quy nên số đường thẳng bị giảm đi là:

$$\frac{15.14}{2}-1=104 \text{ giao điểm}$$

Theo yêu cầu của bài toán thì ta phải có

$$\frac{n(n-1)}{2}-104=1121$$

$\frac{n(n-1)}{2}=1225$

$n(n-1)=2450=49.50$

suy ra $n=50$

Vậy có 50 đường thẳng cho trước.

Bài 20: Cho 2014 điểm trong đó chỉ có 5 điểm thẳng hàng với nhau, các điểm còn lại không có ba điểm nào thẳng hàng với nhau. Hỏi khi nối tất cả các điểm đó với nhau thì được tổng số bao nhiêu đoạn thẳng?

Lời giải

Qua hai điểm luôn vẽ được 1 đoạn thẳng, nên cứ mỗi điểm trong 2014 điểm đã cho ta luôn tạo được với 2013 điểm còn lại 2013 đoạn thẳng.

Từ 2014 điểm đã cho có:

$2014.2013=4054182$ (đoạn thẳng)

Nhưng như vậy mỗi đoạn thẳng được tính hai lần. Vậy số đoạn được tạo nên bởi 2014 điểm đã cho là:

$2014.2013:2=2027091$ (đoạn thẳng).

Bài 21: Cho 2006 đường thẳng trong đó bất kỳ 2 đường thẳng nào cũng cắt nhau. Không có 3 đường thẳng nào đồng quy. Tính số giao điểm của chúng.

Trích đề HSG cấp trường năm 2018-2019

Lời giải

Mỗi đường thẳng cắt 2005 đường thẳng còn lại tạo nên 2005 giao điểm. Mà có 2006 đường thẳng nên có: 2005.2006 (giao điểm). Nhưng mỗi giao điểm được tính 2 lần nên số giao điểm thực tế là:

$(2005.2006):2=2011015$ (giao điểm)

Bài 22: Trên đoạn thẳng AB lấy 2006 điểm khác nhau đặt tên theo thứ tự từ A đến B là $A_1,A_2,A_3,\ldots,A_{2004}$ Từ điểm M không nằm trên đoạn thẳng AB ta nối M với các điểm $A_1,A_2,A_3,\ldots,A_{2004};B$. Tính số tam giác tạo thành.

Trích đề HSG cấp trường năm 2019-2020

Lời giải

Trên đoạn thẳng AB có các điểm $A;A_1,A_2,A_3,\ldots,A_{2004};B$ do đó, tổng số điểm trên AB là 2006 điểm suy ra có 2006 đoạn thẳng nối từ M đến các điểm đó.

Mỗi đoạn thẳng (ví dụ MA) có thể kết hợp với 2005 đoạn thẳng còn lại và các đoạn thẳng tương ứng trên AB để tạo thành 2005 tam giác.

Do đó 2006 đoạn thẳng sẽ tạo thành $2005.2006=4022030$ (tam giác) (nhưng lưu ý là MA kết hợp với MA_1 để được 1 tam giác thì MA_1 cũng kết hợp với MA được tam giác và hai tam giác này chỉ là 1)

Do đó số tam giác thực có là: $4022030:2=2011015$ (tam giác) .

Bài 23. Cho 101 đường thẳng trong đó bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Tính số giao điểm của chúng.

Lời giải

Mỗi đường thẳng cắt 100 đường thẳng còn lại nên tạo ra 100 giao điểm

Có 101 đường thẳng nên có: $101.100=10100$ giao điểm

Do mỗi giao điểm được tính 2 lần nên số giao điểm: $10100:2=5050$ giao điểm.

Bài 24. Cho 25 điểm trong đó không có 3 điểm thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm ta vẽ 1 đường thẳng. Hỏi tất cả có bao nhiêu đường thẳng ?

Nếu thay 25 điểm bằng n điểm thì số đường thẳng là bao nhiêu ?

Lời giải

Có $\frac{24.25}{2}=300$ đường thẳng.

Với n điểm có $\frac{n(n-1)}{2}$ đường thẳng.

Bài 25: Cho đoạn thẳng $AB=10\text{cm}$. Trên tia AB lấy điểm C sao cho $AC=4\text{cm}$, trên tia BA lấy điểm D sao cho $BD=4\text{cm}$. Tính độ dài đoạn CD?

Lời giải

Ta có: C nằm trên đoạn thẳng AB nên ta có: $AC+CB=AB$; $BC=10-4=6cm$

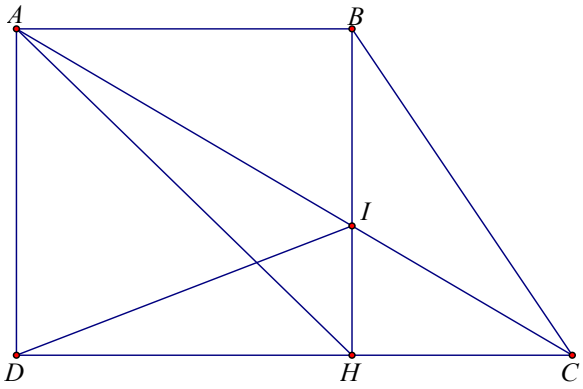
Trên tia BA ta có $BC=6cm$, $BD=4\text{cm}$ nên D nằm giữa C và B khi đó ta có: $BD+DC=BC$

$CD=6\text{cm}-4\text{cm}=2\text{cm}$

Bài 26: Hình thang vuông $ABCD$ có góc A và D vuông. Đường chéo AC cắt đường cao BH tại điểm I.

a) Hãy so sánh diện tích tam giác IDC với diện tích tam giác BHC.

b) Cho $AD=9cm$, $AB=10cm$, $DC=12cm$. Hãy tính diện tích ΔBIC.



Trích đề HSG trường THCS Quế Phú (Quế Sơn) năm 2018 - 2019

Lời giải

Tam giác AIH và tam giác DIH có đường cao bằng nhau và có cạnh đáy bằng nhau (IH chung) nên có diện tích bằng nhau.

Suy ra các tam giác IDC, AHC có diện tích bằng nhau (do cùng cộng thêm diện tích tam giác IHC)

Tam giác BHC và tam giác AHC có đường cao bằng nhau và cạnh đáy bằng nhau (HC chung) nên có diện tích bằng nhau.

Suy ra các tam giác IDC, BHC có diện tích bằng nhau (do cùng bằng diện tích tam giác AHC)

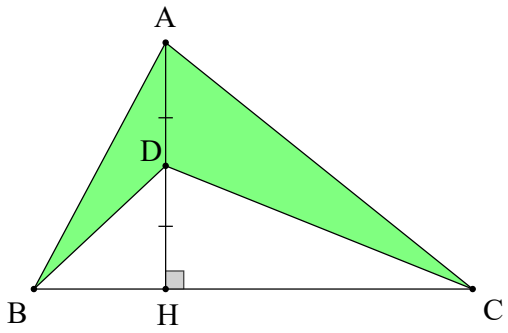
Tính được $HC=2cm$

Tính được diện tích tam giác BHC là $(2.9):2=9(\text{cm}^2)$

Diện tích tam giác IDC bằng diện tích tam giác BIC bằng 9cm^2

Tính được $IH = \dfrac{2S_{IDC}}{DC} = \dfrac{2.9}{12} = \dfrac{3}{2}\,(\text{cm})$

$$S_{BIC} = \frac{BI.CH}{2} = \frac{\left(9-\frac{3}{2}\right).2}{2} = \frac{15}{2}\,(\text{cm}^2).$$



Bài 27: Cho tam giác ABC có đường cao AH. D là trung điểm của AH. Tính diện tích phần tô màu như hình biết diện tích tam giác DBC bằng 6cm^2.

Lời giải

Tam giác BDA và tam giác BHD có chung chiều cao từ B xuống AH và cạnh đáy $AD = DH$ nên

$S_{ABD} = S_{HBD}$

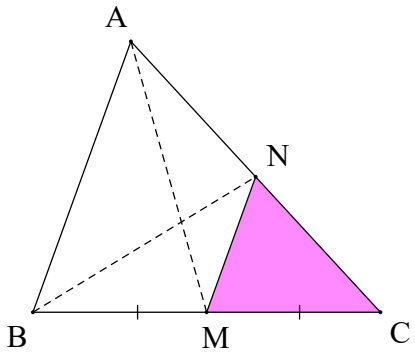
Tam giác CDA và tam giác CDH có chung chiều cao từ C xuống AH và cạnh đáy $AD = DH$ nên

$S_{CDA} = S_{CDH}$

Khi đó $S_{ABD} + S_{ACD} = S_{BDH} + S_{CDH} = S_{DBC} = 6\text{cm}^2$ $S_{ABD} + S_{ACD} = S_{BDH} + S_{CDH} = S_{DBC} = 6\text{cm}^2$

Vậy diện tích phần tô màu là 6cm^2.

Bài 28: Tam giác ABC có diện tích là 144cm^2. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BM = MC$, từ M kẻ đường thẳng song song với AB cắt AC tại N. Tính diện tích tam giác MNC.



Lời giải

Tam giác ABM và tam giác AMC có cùng chiều cao từ A xuống BC và cạnh đáy $BM = CM$ nên

$S_{ABM} = S_{ACM} = \dfrac{S_{ABC}}{2} = \dfrac{144}{2} = 72\text{cm}^2$

Tam giác NMC và tam giác NMB có cùng chiều cao từ N xuống BC và cạnh đáy $BM = CM$ nên

$S_{NMC} = S_{NMB}$ (1)

Tam giác BMN và tam giác AMN có cùng chiều cao từ A xuống MN và chung cạnh đáy MN nên

$S_{BMN} = S_{AMN}$ (2)

Từ (1) và (2) ta được $S_{AMN} = S_{CMN} = \frac{S_{AMC}}{2} = \frac{72}{2} = 31\text{cm}^2$

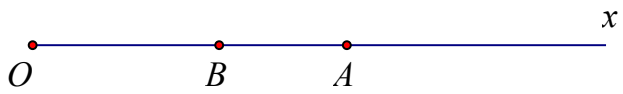
Bài 29: Trên tia Ox, xác định các điểm A và B sao cho $OA = a(cm)$, $OB = b(cm)$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng AB, biết $b < a$.

b) Xác định điểm M trên tia Ox sao cho $OM = \frac{1}{2}(a+b)$.

Trích đề HSG cấp trường năm 2017-2018

Lời giải



a) Vì $OB < OA$ $(b < a)$ nên trên tia Ox thì điểm B nằm giữa hai điểm O và A.

Do đó: $OB + BA = OA \Rightarrow AB = a - b$.

b) Vì M nằm trên tia Ox, $OM = \frac{1}{2}(a+b)$

$$OM = \frac{1}{2}(a+b) = \frac{a+b}{2} = \frac{2b+a-b}{2} = b + \frac{a-b}{2} = OB + \frac{OA-OB}{2} = OB + \frac{1}{2}AB$$

$\Rightarrow M$ chính là điểm thuộc đoạn thẳng AB sao cho $AM = MB$.

Bài 30:

a) Cho 6 tia chung gốc. Có bao nhiêu góc trong hình vẽ ? Vì sao ?

b) Vậy với n tia chung gốc. Có bao nhiêu góc trong hình vẽ ?

Trích đề HSG cấp trường năm 2018-2019

Lời giải

a) Vì mỗi tia với một tia còn lại tạo thành 1 góc.

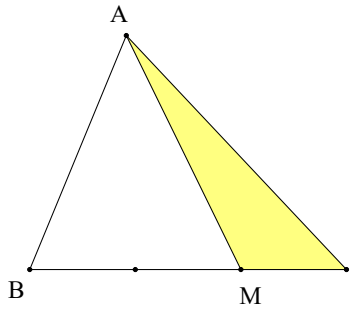
Xét 1 tia, tia đó cùng với 5 tia còn lai tạo thành 5 góc.

Làm như vậy với 6 tia ta được 5.6 (góc).

Nhưng mỗi góc đã được tính 2 lần , do đó số góc là $\frac{5.6}{2} = 15$ (góc).

b) Từ câu a suy ra: Với n tia chung gốc có $\frac{n(n-1)}{2}$ (góc).

Bài 31: Cho tam giác ABC, trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BM = 2CM$. Biết diện tích tam giác ABM là $18cm^2$. Tính diện tích tam giác ACM.



Lời giải

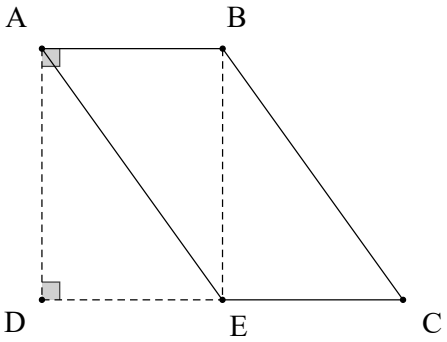
Tam giác ABM và tam giác ACM chung chiều cao

Từ A xuống BC và cạnh đáy $BM = 2CM$ nên

$S_{ACM} = \frac{1}{2}.S_{ABM} = \frac{1}{2}.18 = 9\ (\text{cm}^2)$.

Vậy diện tích tam giác ABM là $9\ \text{cm}^2$.

Bài 32: Một tấm tôn hình bình hành có diện tích $14\ \text{dm}^2$, sau khi người ta hàn thêm vào một miếng tôn hình tam giác vuông có cạnh đáy bằng với cạnh đáy của hình bình hành thì được một hình thang vuông. Tính diện tích của miếng tôn lúc này.



Lời giải

Hình bình hành $ABCD$ và tam giác ADE chung đường cao và cạnh đáy $DE = CE$

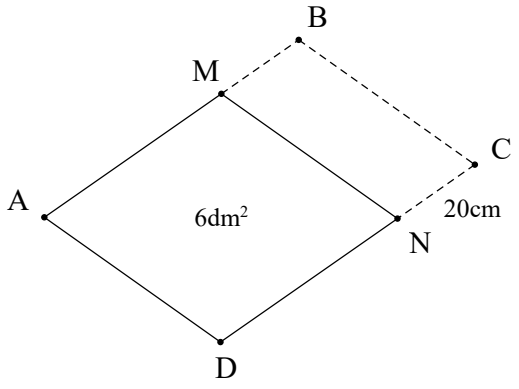
Nên diện tích tam giác ADE bằng $\frac{1}{2}$ diện tích HBH $ABCD$

Khi đó $S_{ADE} = \frac{1}{2}.S_{ABCD} = \frac{1}{2}.14 = 7\ (\text{dm}^2)$.

Khi đó diện tích miếng tôn là $14 + 7 = 21\ (\text{dm}^2)$.

Bài 33: Một miếng bìa hình bình hành có chu vi bằng 2 m. Nếu bớt chiều dài đi 20 cm thì ta được miếng bìa hình thoi có diện tích $6\ \text{dm}^2$. Tìm diện tích miếng bìa hình bình hành đó.

Lời giải



Đổi $2\ \text{m} = 20\ \text{dm}$ và $20\ \text{cm} = 2\ \text{dm}$

Nửa chu vi của hình bình hành $ABCD$ là

$AB+BC=20:2=10\ (\text{dm})$.

Do bớt chiều dài đi 2 dm nên ta còn

$AM+MN=10-2=8\ (\text{dm})$

Vì $AMND$ là hình thoi nên có bốn cạnh bằng nhau

$\Rightarrow AM=MN=8:2=4\ (\text{dm})$.

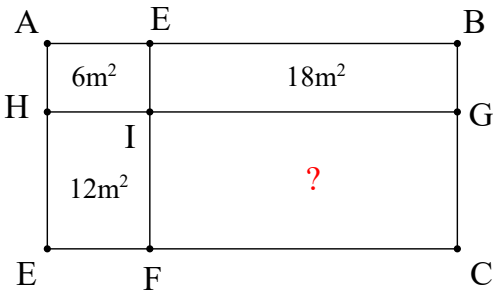
Hình thoi $AMND$ cũng là hình bình hành nên

Chiều cao từ D xuống AM là $6:4=\frac{3}{2}(\text{dm})$.

Hình thoi $AMND$ và hình bình hành $ABCD$ có chung chiều cao từ D xuống AB nên

Khi đó diện tích hình bình hành ban đầu là $AB.\frac{3}{2}=6.\frac{3}{2}=9\ (\text{dm}^2)$.

Bài 34: Một HCN được chia thành 4 hình chữ nhật nhỏ hơn có diện tích như hình vẽ
Hãy tính diện tích của hình chữ nhật.



Lời giải

Hình chữ nhật AEIH và hình chữ nhật HIFE

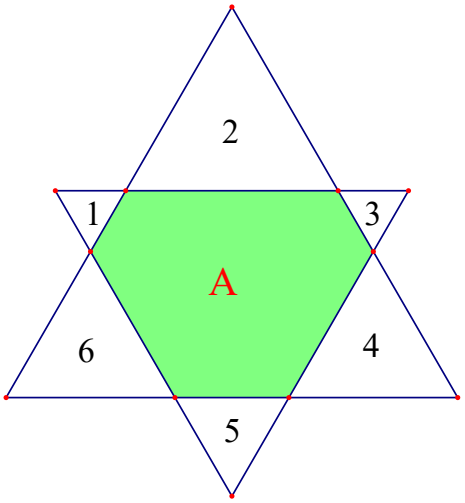
Có chung HI

Mà $S_{HIFE}=2.S_{AEIH}$ nên $IF=2.IE$.

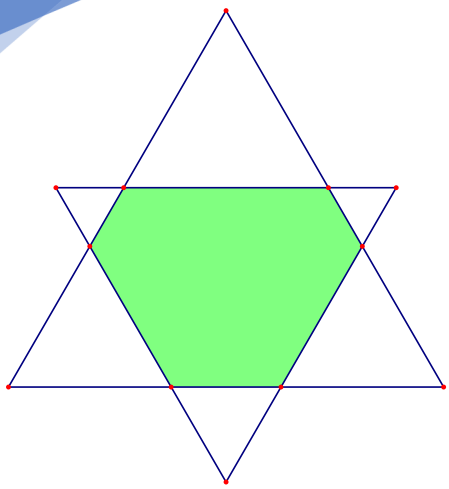
Hình chữ nhật EBGI và hình chữ nhật IGCF

Có chung cạnh IG mà $IF=2.IE$ nên

$S_{IGCF}=2.S_{EBGI}=2.18=36\ (\text{m}^2)$



Bài 35: Cho hai tam giác đều được xếp chồng lên nhau như hình vẽ. Chu vi của hai tam giác này là 744 cm và 930 cm. Tính chu vi phần tô đậm.



Lời giải

Nhận thấy các tam giác $1,2,3,4,5,6$ là các tam giác đều.

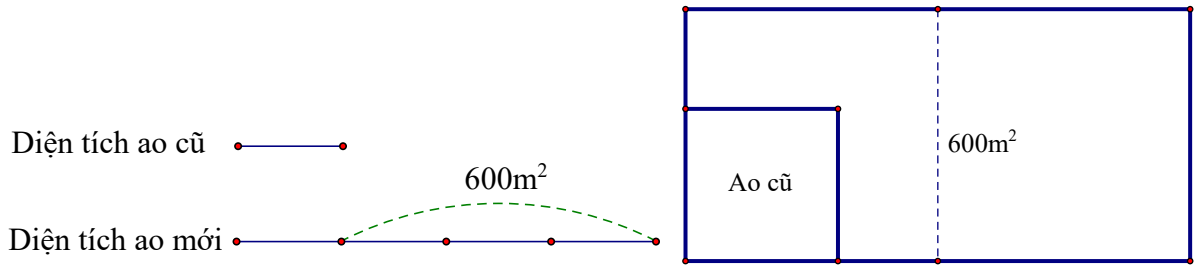
Tổng chu vi của các tam giác $1,2,3,4,5,6$ là $744+930=1674\ (\text{cm})$

Tổng chu vi của các tam giác $1,2,3,4,5,6$ gấp 2 lần chu vi của hình A.

Nên chu vi của hình A là $1674:2=837\ (\text{cm})$.

Bài 36: Người ta mở rộng một cái ao hình vuông để được một cái ao hình chữ nhật có chiều dài gấp hai lần chiều rộng. Sau khi mở rộng, diện tích ao tăng thêm $600\ \text{m}^2$ và diện tích ao mới gấp 4 lần ao cũ. Tính chu vi của ao mới.

Lời giải



Diện tích của ao mới là: $(600:3).4=800\ (\text{m}^2)$.

Mà ao mới là hình chữ nhật có chiều dài gấp hai lần chiều rộng nên một nửa của ao mới là một hình vuông.

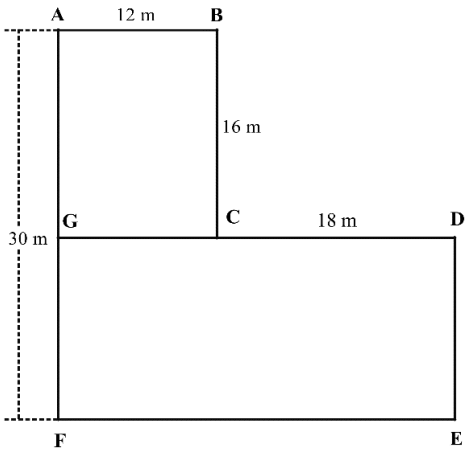
Diện tích hình vuông đó là $800:2=400(\text{m}^2)$.

Vì $400=20.20$ nên cạnh của hình vuông đó là 20 m.

Chiều dài của ao mới là $20.2=40\ (\text{m})$.

Chu vi của ao mới là $(20+40).2=120(\text{m})$.

Bài 37: Khu vườn nhà anh Sơn có dạng như hình vẽ.



a) Anh Sơn muốn dùng lưới B40 để rào cả khu vườn thì cần dùng tất cả bao nhiêu mét lưới (theo chiều dài) và anh phải trả bao nhiêu tiền để rào khu vườn, biết giá trọn gói (gồm tiền lưới và tiền công) cho mỗi mét lưới (theo chiều dài) là 150.000 đồng.

b) Trên phần đất $ABCG$, anh Sơn trồng rau xà lách, còn trên mảnh đất $GDEF$ anh trồng rau cải xanh. Hỏi sau khi anh Sơn thu hoạch hết toàn bộ rau xà lách và rau cải xanh trong khu vườn thì anh thu được bao nhiêu tiền? Biết rằng cứ 1m^2 thì anh thu hoạch được 2kg rau xà lách và 3kg rau cải xanh. Giá mỗi kilôgam rau xà lách là 5000 đồng, giá mỗi kilôgam rau cải xanh là 4500 đồng.

Lời giải:

a) Số mét lưới B40 anh Sơn cần dùng để rào toàn bộ khu vườn là

$12+16+18+(30-16)+(12+18)+30=120(\text{m})$

Số tiền anh Sơn phải trả để rào hết khu vườn là $120.150000=18.000.000$ (đồng).

b) Diện tích phần đất $ABCG$ anh Sơn dùng để trồng rau xà lách là: $S_{ABCG}=12.16=192(\text{m}^2)$

Độ dài đoạn DE là $30-16=14(\text{m})$.

Độ dài đoạn EF là $12+18=30(\text{m})$.

Diện tích phần đất $GDEF$ anh Sơn dùng để trồng rau cải xanh là $S_{GDEF}=14.30=420(\text{m}^2)$

Khối lượng rau xà lách thu được trên phần đất $ABCG$ là $2.192=384(\text{kg})$.

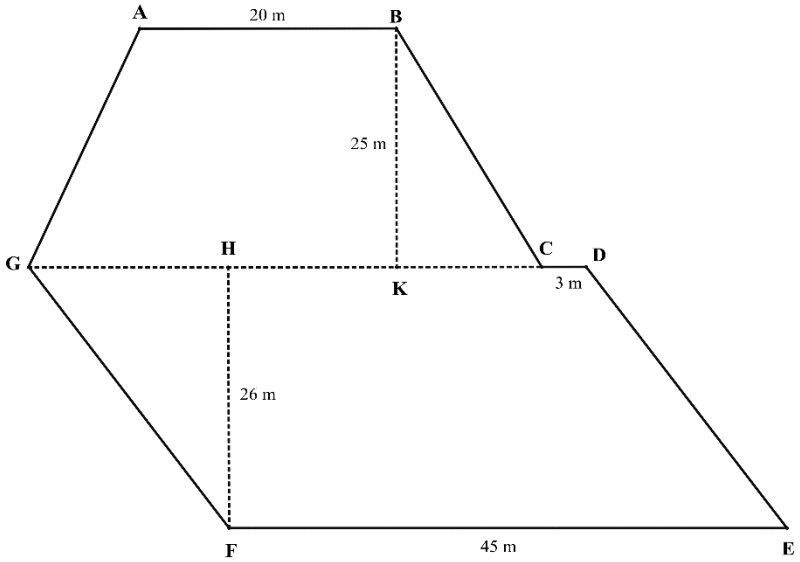
Khối lượng rau cải xanh thu được trên phần đất $GDEF$ là $3.420=1260(\text{kg})$.

Số tiền anh Sơn thu được từ rau xà lách là $384.5000=1.920.000$ (đồng).

Số tiền anh Sơn thu được từ rau cải xanh là $1260.4500=5.670.000$ (đồng).

Tổng số tiền anh Sơn thu được là $1.920.000+5.670.000=7.590.000$ (đồng).

Bài 38: Bác Hai có một thửa ruộng có dạng như hình bên (độ dài đoạn thẳng CD bằng 3 mét). Bác Hai trồng lúa trên toàn bộ thửa ruộng đó. Nếu trên mỗi mét vuông bác Hai thu được $0,8\,\text{kg}$ thóc thì số tiền bác Hai thu được là bao nhiêu? Biết mỗi tạ thóc có giá 700.000 đồng.



Lời giải:

Độ dài đoạn thẳng GD là $GD = EF = 45\,(\text{m})$.

Độ dài đoạn thẳng GC là $GC = 45 - 3 = 42\,(\text{m})$.

Diện tích phần thửa ruộng hình thang $ABCG$ là $S_{ABCG} = \dfrac{(20+42).25}{2} = 775\left(\text{m}^2\right)$.

Diện tích phần thửa ruộng hình bình hành $GDEF$ là $S_{GDEF} = 45.26 = 1170\left(\text{m}^2\right)$

Diện tích thửa ruộng là $S = S_{ABCG} + S_{GDEF} = 775 + 1170 = 1945\left(\text{m}^2\right)$.

Số kilôgam thóc bác Hai thu hoạch được trên thửa ruộng là $1945.0,8 = 1556\left(\text{kg}\right)$.

Đổi $1556\text{kg} = 15,56$ tạ

Số tiền bác Hai thu được là $15,56 \times 700.000 = 10.892.000$ (đồng).

Bài 39: Nhà bác Sơn có một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài bằng 40 mét và chiều dài gấp đôi chiều rộng. Trong khu vườn, bác Sơn làm một lối đi để tiện chăm sóc và tưới cho cây với kích thước được cho như hình vẽ. Bác dùng lưới B40 rào xung quanh khu vườn. Chi phí để làm cho mỗi mét hàng rào là 150.000 đồng và cho mỗi mét vuông làm lối đi là 350.000 đồng (bao gồm cả tiền công thợ và tiền vật liệu). Hỏi bác Sơn phải trả bao nhiêu tiền để làm hàng rào và làm lối đi cho khu vườn?

CHỦ ĐỀ: HÌNH HỌC

A. PHẦN NỘI DUNG

I. Số điểm, số đoạn thẳng, số đường thẳng

Dạng toán: Đếm số điểm, số đường thẳng, số đoạn thẳng

Bài 1: Trên mặt phẳng cho n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Biết rằng tổng số giao điểm mà n đường thẳng đó cắt nhau tạo ra bằng 465. Tìm n.

Trích đề HSG huyện Hậu Lộc năm 2022 - 2023

Lời giải

Có n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng nào đồng quy, nên mỗi đường thẳng sẽ cắt $n-1$ đường thẳng còn lại tạo ra $n-1$ giao điểm phân biệt.

Do đó n đường thẳng thì có $n(n-1)$ giao điểm.

Nhưng mỗi giao điểm đã được tính 2 lần nên thực tế chỉ có $\frac{n(n-1)}{2}$ giao điểm.

Theo bài ra ta có: $\frac{n(n-1)}{2}=465$ suy ra suy ra $n(n-1)=930=31.30$ suy ra $n=31$.

Vậy $n=31$.

Bài 2: Cho 2010 đường thẳng trong đó bất kì hai đường thẳng nào cũng cắt nhau. Không có ba đường thẳng nào đồng quy. Tính số giao điểm của chúng?

Trích đề HSG huyện ……năm 20…-20…

Lời giải

Mỗi đường thẳng cắt 2009 đường thẳng còn lại tạo nên 2009 giao điểm.

Mà có 2010 đường thẳng suy ra có 2009.2010 giao điểm.

Nhưng mỗi giao điểm được tính hai lần $\Rightarrow$ Số giao điểm thực tế là:

$(2009.2010):2=2019045$ (giao điểm)

Vậy số giao điểm là 2019045.

Bài 3: Cho n đường thẳng, trong đó bất cứ hai đường thăng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thăng nào đồng quy. Biết rằng số giao điểm cùa các đường thẳng đó là 903. Tính n?

Trích đề HSG huyện Hương Sơn năm 2021-2022

Lời giải

Từ n đường thẳng không có ba đường thẳng nào đồng quy ta có số giao điểm là $\frac{n(n-1)}{2}$.

Khi đó $\frac{n(n-1)}{2}=903$ suy ra $n(n-1)=1806=43.42$ suy ra $n=43$.

Bài 4: Cho 30 điểm trong đó có đúng 5 điểm thẳng hàng (ngoài ra không còn 3 điểm nào thẳng hàng). Qua 2 điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Trích đề HSG huyện Hậu Lộc năm 2021-2022

Lời giải

Giả sử có 30 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng thì số đường thẳng là:

$30.29:2=435$ (đường thẳng)

Với 5 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng thì vẽ được $5.4:2=10$ (đường thẳng)

Nhưng 5 điểm này thẳng hàng nên chỉ vẽ được 1 đường thẳng.

Do đó số đường thẳng giảm đi là: $10-1=9$ (đường thẳng)

Vậy vẽ được $435-9=426$ (đường thẳng)

Bài 5: Cho 25 điểm trong đó có đúng 8 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có ba điểm thẳng hàng. Vẽ các đường thẳng đi qua các cặp điểm. Hỏi vẽ được tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Trích đề HSG huyện Sóc Sơn năm 2021-2022

Lời giải

Nếu 25 điểm đã cho không có ba điểm nào thẳng hàng thì số đường thẳng vẽ được $25.24:2=300$ (đường thẳng).

Với 8 điểm, không có điểm nào thẳng hàng vẽ được: $8.7:2=28$ (đường thẳng)

Còn nếu 8 điểm này thẳng hàng thì chỉ vẽ được 1 đường thẳng.

Do vậy số đường thẳng bị giảm đi là: $28-1=27$ (đường thẳng)

Số đường thẳng cần tìm là: $300-27=273$ (đường thẳng)

Bài 6: Cho 100 điểm (trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng). Nối từng cặp hai điểm trong 100 điểm đó thành các đoạn thẳng. Hỏi có bao nhiêu đoạn thẳng?

Trích đề HSG huyện Tiên Du năm 2021-2022

Lời giải

Kẻ từ 1 điểm bất kỳ đến 99 điểm còn lại ta được 99 (đoạn thẳng). Ta làm như vậy với tất cả 100 điểm nên được 100.99 (đoạn thẳng).

Nhưng theo cách đó mỗi đoạn thẳng được tính 2 lần. Do đó số đoạn thẳng thực vẽ được là:

$\frac{100.99}{2}=4950$ (đoạn thẳng)

Vậy có tất cả 4950 đoạn thẳng.

Bài 7: Cho 25 điểm trong đó có đúng 8 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có ba điểm thẳng hàng. Vẽ các đường thẳng đi qua các cặp điểm. Hỏi vẽ được tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Trích đề HSG huyện Vĩnh Lộc năm 2021 - 2022

Lời giải

Nếu 25 điểm đã cho không có ba điểm nào thẳng hàng thì số đường thẳng vẽ được $25.24:2=300$ đường thẳng .

Với 8 điểm, không có điểm nào thẳng hàng vẽ được: $8.7:2=28$ (đường thẳng)

Còn nếu 8 điểm này thẳng hàng thì chỉ vẽ được 1 đường thẳng.

Do vậy số đường thẳng bị giảm đi là: $28-1=27$ (đường thẳng)

Số đường thẳng cần tìm là: $300-27=273$ (đường thẳng)

Bài 8: Cho $n\left(n>2,n\in\mathbb{N}\right)$ điểm phân biệt trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Tính n biết vẽ được tất cả 300 đường thẳng.

Trích đề HSG thị xã Kinh Môn năm 2021-2022

Lời giải

Chọn 1 điểm bất kì trong n điểm đó, qua điểm này và $\left(n-1\right)$ điểm còn lại ta kẻ được $\left(n-1\right)$ đường thẳng.

Cứ làm như vậy với n điểm thì số đường thẳng tạo thành là: $\left(n-1\right).n$ (đường thẳng).

Nhưng như vậy mỗi đường thẳng sẽ được tính 2 lần.

Do đó chỉ có số đường thẳng tạo thành là: $\frac{\left(n-1\right).n}{2}$ (đường thẳng)

Theo bài ta có tất cả 300 đường thẳng nên:

$\frac{\left(n-1\right).n}{2}=300$

$(n-1).n = 600$

$(n-1).n = 24.25$

Do n là số tự nhiên nên $n = 25$.

Vậy $n = 25$.

Bài 9: Trên mặt phẳng cho n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Biết rằng tổng số giao điểm mà n đường thẳng đó cắt nhau tạo ra bằng 465. Tìm n.

Trích đề HSG huyện Hậu Lộc năm 2022 - 2023

Lời giải

Có n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng nào đồng quy, nên mỗi đường thẳng sẽ cắt $n-1$ đường thẳng còn lại tạo ra $n-1$ giao điểm phân biệt.

Do đó n đường thẳng thì có $n(n-1)$ giao điểm.

Nhưng mỗi giao điểm đã được tính 2 lần nên thực tế chỉ có $\frac{n(n-1)}{2}$ giao điểm.

Theo bài ra ta có: $\frac{n(n-1)}{2} = 465$

$\Rightarrow n(n-1) = 930 = 31.30 \Rightarrow n = 31$

Vậy $n = 31$

Bài 10: Cho 50 điểm phân biệt sao cho có đúng 3 điểm thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm phân biệt ta kẻ được 1 đường thẳng. Hỏi kẻ được tất cả bao nhiêu đường thẳng từ 50 điểm trên?

Trích đề HSG huyện Bình Giang năm 2021 - 2022

Lời giải

Nếu 50 điểm đã cho không có 3 điểm nào thẳng hàng:

Qua mỗi điểm ta kẻ các đường thẳng với 49 điểm còn lại, ta được 49 đường thẳng. Mà có tất cả 50 điểm như thế và mỗi đường thẳng đã được tính 2 lần nên số đường thẳng tạo thành là $50.49:2 = 1225$ đường thẳng.

Qua 3 điểm không thẳng hàng thì ta vẽ được 3 đường thẳng.

Qua 3 điểm thẳng hàng ta vẽ được 1 đường thẳng.

Vậy số đường thẳng tạo thành từ 50 điểm đã cho là:

$1225-3+1=1223$ đường thẳng.

II. Trung điểm của đoạn thẳng

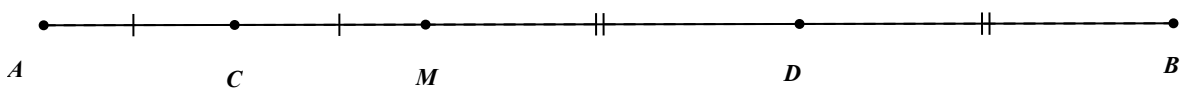
Dạng toán: Tính độ dài đoạn thẳng, chứng minh trung điểm của đoạn thẳng.

Bài 1: Cho đoạn thẳng $AB = 6\,\text{cm}$. M là điểm nằm giữa hai điểm A và B. Gọi C và D lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AM và MB. Tính độ dài đoạn thẳng CD.

Trích đề HSG huyện Sơn Tây năm 2021-2022

Lời giải

Vẽ hình đúng:



Vì điểm M nằm giữa hai điểm A và B nên $AM + MB = AB$.

Vì C và D lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AM và MB nên ta có:

$CM = \dfrac{AM}{2}$, $MD = \dfrac{MB}{2}$.

Vì M nằm giữa A và B, C nằm giữa A và M, D nằm giữa M và B, suy ra M nằm giữa C và D.

Do đó: $CD = CM + MD = \dfrac{AM}{2} + \dfrac{MB}{2} = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{6}{2} = 3(\text{cm})$.

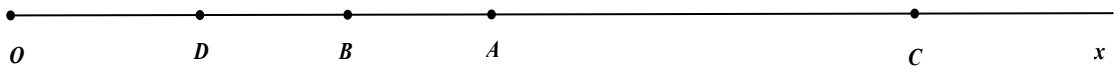
Bài 2: Trên tia Ox cho 4 điểm A, B, C, D. Biết rằng B nằm giữa A và D; A nằm giữa B và C; $OA = 7\,\text{cm}$; $OD = 3\,\text{cm}$; $BC = 8\,\text{cm}$ và $AC = 3BD$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng AD?

b) Chứng tỏ rằng: Điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AD.

Trích đề HSG huyện Hương Sơn năm 2021-2022

Lời giải



a) Vì D nằm giữa O và A nên:

$OA = OD + DA$

$7 = 3 + DA$

$DA = 4\,\text{cm}$.

b) Ta có: $OA + BC = 7 + 8$

$OD + DB + BA + BA + AC = 15$

$3 + DB + BA + BA + 3DB = 15$

$2DA + 2DB = 12$

$8 + 2DB = 12$

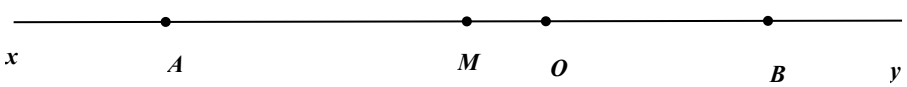
$DB = 2\,\text{cm}$.

Suy ra $DB = \dfrac{DA}{2} = 2\,\text{cm}$ và B nằm giữa A và D nên điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AD.

Bài 3: Cho hai tia Ox và Oy đối nhau, trên tia Ox lấy hai điểm A và M sao cho $OA = 5\,\text{cm}$; $OM = 1\,\text{cm}$ trên tia Oy lấy điểm B sao cho $OB = 3\,\text{cm}$. Chứng tỏ: Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Trích đề HSG huyện Hậu Lộc năm 2021-2022

Lời giải



Vì điểm M nằm giữa O và A, suy ra:

$OM + MA = OA$

$MA = OA - OM = 5 - 1 = 4(\text{cm})$.

Vì điểm O nằm giữa hai điểm M và B. Khi đó:

$OM + OB = MB$

$MB = 1 + 3 = 4(\text{cm})$.

Vì điểm M nằm giữa hai điểm A và B và $MA = MB = 4(\text{cm})$ nên M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Bài 4: Trên đường thẳng xy lấy điểm O. Trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA = 5\text{cm}$. Trên tia Oy lấy hai điểm B và C sao cho $OB = 5\text{cm}$ và $OC = a(\text{cm})$, với $0 < a < 5$.

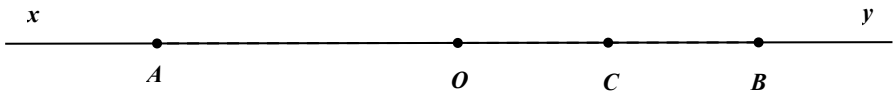
a) Điểm O có là trung điểm của đoạn thẳng AB không? Vì sao?

b) Xác định giá trị của a để C là trung điểm của đoạn thẳng OB.

c) Trên đường thẳng xy lấy thêm 15 điểm phân biệt (không trùng với A, B, O, C). Tính tất cả số đoạn thẳng phân biệt được tạo thành từ các điểm trên hình.

Trích đề HSG huyện Lý Nhân năm 2021-2022

Lời giải



a) Điểm O là trung điểm của đoạn thẳng AB vì O nằm giữa A và B và $OA = OB = 5\text{cm}$.

b) C là trung điểm của đoạn thẳng OB khi $OC = BC = \dfrac{OB}{2} = \dfrac{5}{2} = 2,5(\text{cm})$.

Vậy $a = 2,5(\text{cm})$.

c) Trên hình vẽ có tất cả $15 + 4 = 19$ (điểm)

Cứ 1 điểm nối với 18 điểm còn lại ta được 18 đoạn thẳng.

Có 19 điểm như thế nên được số đoạn thẳng là 18.19, nhưng do mỗi đoạn thẳng được tính 2 lần. Do đó số đoạn thẳng vẽ được là. $18.19 : 2 = 171$ (đoạn thẳng)

Bài 5: Cho đoạn thẳng AB bằng 1 đơn vị độ dài.

a) Lấy C_1 là trung điểm của AB. Tính tỷ số $\dfrac{AB}{AC_1}$.

b) Tương tự, lấy các điểm $C_2; C_3; ...; C_{2022}$ lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng $AC_1; AC_2; AC_3; ...; AC_{2021}$. Đặt $F = 2 + 2^2 + 2^3 + ... + 2^{2022}$. So sánh F với 2^{2023}.

Trích đề HSG Thanh Ba năm 2021-2022

Lời giải

a. Vì C_1 là trung điểm của AB nên $AC_1 = \dfrac{1}{2}AB$ suy ra $AB = 2AC_1$ suy ra $\dfrac{AB}{AC_1} = \dfrac{2AC_1}{AC_1} = 2$.

b. Từ câu a) ta có $AB = 2AC_1$. Tương tự:

$AC_1 = 2AC_2$ suy ra $AB = 2^2 AC_2$

$AC_2 = 2AC_3$ suy ra $AB = 2^3 AC_3$

...

$AC_{2021} = 2AC_{2022}$ suy ra $AB = 2^{2022} AC_{2022}$

Suy ra $F = 2 + 2^2 + 2^3 + ... + 2^{2022}$

Suy ra $2F = 2^2 + 2^3 + ... + 2^{2022} + 2^{2023}$

Suy ra $2F - F = 2^{2023} - 2$

Suy ra $F = 2^{2023} - 2 < 2^{2023}$

Vậy $F < 2^{2023}$.

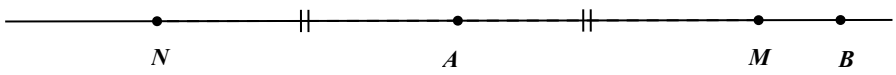
Bài 6: Trên đoạn thẳng $AB = 4\text{cm}$ lấy điểm M, trên tia đối của tia AB lấy điểm N sao cho $AM = AN$.

a) Nếu $BM = 1\,\text{cm}$. Tính BN.

b) Xác định vị trí của điểm M để BN có độ dài lớn nhất. Giá trị lớn nhất đó là bao nhiêu?

Trích đề HSG Kim Sơn (Quang Thiện) năm 2021-2022

Lời giải



a) Vì M thuộc đoạn thẳng AB nên:

$AM + MB = AB$

$AM = AB - MB = 4 - 1 = 3\,\text{cm}.$

$AN = AM = 3\,\text{cm}$

Vì N thuộc tia đối của tia AB nên A nằm giữa N và B

Suy ra: $BN = AB + AN = 4 + 3 = 7\,\text{cm}.$

b) $BN = AB + AN = AB + AM = 4 + AM$

Suy ra BN lớn nhất khi AM lớn nhất.

AM lớn nhất khi và chỉ khi M trùng với B suy ra $AM = AB = 4\,\text{cm}$.

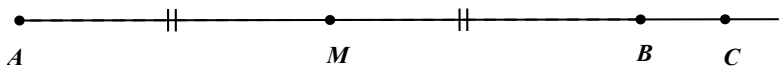
Khi đó $BN = 8\,\text{cm}.$

Bài 7: Cho đoạn thẳng AB. Điểm C thuộc tia đối của tia BA. M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Chứng tỏ rằng: $CM = \dfrac{CA + CB}{2}$.

Trích đề HSG Tiên Du năm 2021-2022

Lời giải



Do M là trung điểm của AB, và C là điểm thuộc tia đối của tia BA.

Theo hình vẽ điểm M nằm giữa A và C nên: $CA = MA + MC$ (1)

Ta có B nằm giữa M và C nên $CB = CM - MB$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $CA + CB = MA + MC + CM - MB$

$CA + CB = 2CM$ (Do $MA = MB$)

Suy ra: $MC = \dfrac{CA + CB}{2}$.

Vậy $CM = \dfrac{CA + CB}{2}$.

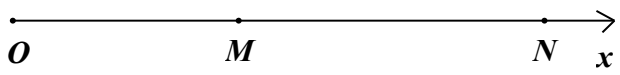
Bài 8: Trên tia Ox lấy hai điểm M và N, sao cho $OM = 3$ cm và $ON = 7$ cm.

a) Tính độ dài đoạn thẳng MN.

b) Lấy điểm P trên tia Ox, sao cho $MP = 2$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng OP.

Trích đề HSG huyện Vĩnh Lộc năm 2021 - 2022

Lời giải



a) Nhìn hình vẽ, ta thấy M nằm giữa hai điểm O và N

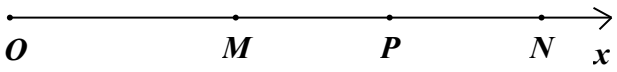
$\Rightarrow OM + MN = ON$

$\Rightarrow 3+MN=7$

$\Rightarrow MN=7-3=4$ (cm)

Vậy $MN=4$ (cm).

b) TH1: P nằm giữa M và N.



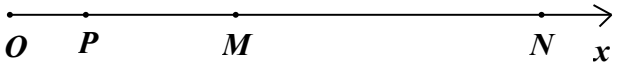
Vì P nằm giữa M và N mà M nằm giữa hai điểm O và N

Nên M nằm giữa O và P

$\Rightarrow OP=OM+MP$

$\Rightarrow OP=3+2=5$ (cm)

TH2: P nằm giữa O và M.



Vì P nằm giữa O và M

Nên $OM=OP+PM$

$\Rightarrow 3=OP+2$

$\Rightarrow OP=1$ (cm).

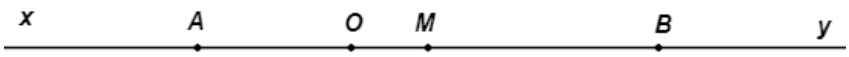
Bài 9: Lấy điểm O trên đường thẳng xy. Trên tia Ox lấy điểm A sao cho OA=2cm. Trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho $OM=1\text{cm};OB=4\text{cm}$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng BM.

b) Chứng tỏ rằng điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Trích đề HSG thị xã Kinh Môn năm 2021-2022

Lời giải



a) Vì M nằm giữa O và B nên $OM+MB=OB$

Từ đó tính được $MB=3$ cm

b) Tính được độ dài $AB=6$ cm

Tính được độ dài đoạn $AM=3$ cm.

Suy ra $AM=MB=\dfrac{AB}{2}$ nên M là trung điểm của AB.

Bài 10: Trên đoạn thẳng $AB=12\text{cm}$ lấy điểm M nằm giữa A và B. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AM; K là trung điểm của đoạn thẳng AB.

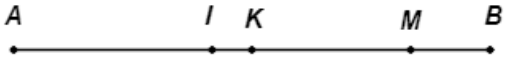
a) Biết $AM=9\text{cm}$. Tính IK?

b) Giả sử $AM=a\left(\text{cm}\right)\left(0<a<12\right)$. Tìm a để K là trung điểm của đoạn thẳng IM.

Trích đề HSG huyện Thiệu Hoá năm 2021 - 2022

Lời giải

a) Theo bài ra ta có hình vẽ sau:



Vì K là trung điểm của đoạn thẳng $AB \Rightarrow AK = \frac{1}{2}AB$

Mà $AB = 12\text{cm} \Rightarrow AK = 6\text{cm}$

Vì I là trung điểm của đoạn thẳng $AM \Rightarrow AI = \frac{1}{2}AM$

mà $AM = 9\text{cm} \Rightarrow AI = 4,5\text{cm}$

Ta có: $AI + IK = AK$

Thay số được: $4,5 + IK = 6 \Rightarrow IK = 6 - 4,5 = 1,5(\text{cm})$

b) Theo bài ra ta có hình vẽ sau:

Lập luận tương tự câu a, ta có: $AK = 6\text{cm}$; $AI = \frac{1}{2}a$

Theo hình vẽ ta có: $AI + IK = AK \Rightarrow IK = 6 - \frac{1}{2}a$

$AK + KM = AM \Rightarrow KM = a - 6$

Để K là trung điểm của đoạn thẳng IM thì $IK = KM$

$\Rightarrow 6 - \frac{1}{2}a = a - 6 \Rightarrow a = 8(cm)$

Vậy khi $a = 8(cm)$ thì K là trung điểm của đoạn thẳng IM.

Bài 11: Cho điểm A nằm giữa hai điểm B và C sao cho $AB = 3\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$. Chứng tỏ rằng điểm A là trung điểm của đoạn thẳng BC ***(không cần vẽ hình).***

Trích đề HSG huyện Bình Giang năm 2021 - 2022

Lời giải

Vì điểm A nằm giữa hai điểm B và C

$\Rightarrow AB + AC = BC$

$\Rightarrow 3 + AC = 6$

$\Rightarrow AC = 6 - 3 = 3(\text{cm})$ mà $AB = 3\text{cm} \Rightarrow AB = AC$

Vì $AB = AC$ và A nằm giữa hai điểm B và C

$\Rightarrow$ Điểm A là trung điểm của đoạn thẳng BC.

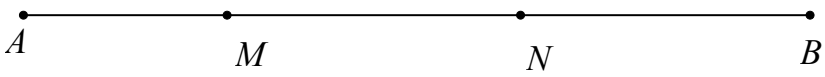
Bài 12: Cho ba điểm $A, M; B$ thẳng hàng và $AM = 3$ cm; $AB = \frac{8}{3}AM$. Biết điểm N là trung điểm của đoạn thẳng MB. Tính độ dài đoạn thẳng NA?

Trích đề HSG huyện Yên Mỹ năm 2021- 2022

Lời giải

1. Ta có: $AM = 3$ cm; $AB = \frac{8}{3}AM \Rightarrow AB = \frac{8}{3}.3 = 8\,(\text{cm})$

TH1: Điểm M nằm giữa A và B

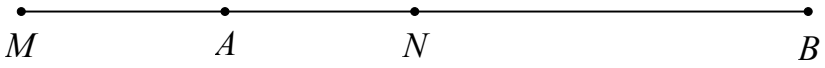


Theo hình vẽ ta có: $AM + MB = AB \Rightarrow MB = 8 - 3 = 5\,(\text{cm})$

Vì điểm N là trung điểm của đoạn thẳng MB nên $MN = NB = \dfrac{MB}{2} = \dfrac{5}{2} = 2,5\,(\text{cm})$

Theo hình vẽ ta có: $AN + NB = AB \Rightarrow AN = 8 - 2,5 = 5,5\,(\text{cm})$

TH2: Điểm A nằm giữa M và B



Theo hình vẽ ta có: $MA + AB = MB \Rightarrow MB = 8 + 3 = 11\,(\text{cm})$

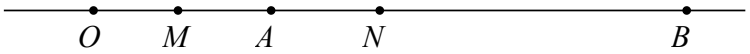
Vì điểm N là trung điểm của đoạn thẳng MB nên $MN = NB = \dfrac{MB}{2} = \dfrac{11}{2} = 5,5\,(\text{cm})$

Theo hình vẽ ta có: $AN + NB = AB \Rightarrow AN = 8 - 5,5 = 2,5\,(\text{cm})$

Bài 13: Cho đoạn thẳng AB dài $8\,\text{cm}$, điểm O thuộc tia đối của tia AB. Gọi M, N thứ tự là trung điểm của đoạn thẳng OA, OB. Tính độ dài đoạn thẳng MN.

Trích đề HSG huyện Thanh Miện năm 2021-2022

Lời giải



Hai tia AO, AB đối nhau, nên điểm A nằm giữa hai điểm O và B, suy ra: $\Rightarrow OA < OB$

Ta có: M, N thứ tự là trung điểm OA, OB nên $\Rightarrow OM = \dfrac{OA}{2}; ON = \dfrac{OB}{2}$

Vì $OA < OB$ nên $OM < ON$ nên điểm M nằm giữa hai điểm O và N

Vì điểm M nằm giữa hai điểm O và N, nên ta có:

$\Rightarrow OM + MN = ON \Rightarrow MN = ON - OM$

$\Rightarrow MN = \dfrac{OB - OA}{2} = \dfrac{AB}{2} = 4\,\text{cm}$

Bài 14: Trên đường thẳng xy lấy điểm O. Trên tia Oy lấy điểm C, trên tia Ox lấy hai điểm A, B sao cho $OC = 3\,\text{cm}$, $OA = 2\,\text{cm}$ và $OB = 4\,\text{cm}$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng AB.

b) Gọi điểm I là trung điểm đoạn thẳng AB. Chứng tỏ điểm O là trung điểm của đoạn thẳng IC.

Trích đề HSG huyện Tiền Hải năm 2021-2022

Lời giải

Điểm A nằm giữa điểm O và điểm B

$OB = OA + AB$

$\Rightarrow AB = OB - OA = 4 - 2 = 2$ (cm)

Vì I là trung điểm đoạn thẳng AB. $\Rightarrow AI = IB = AB : 2 = 2 : 2 = 1$(cm).

Điểm I nằm giữa điểm B và điểm O

$\Rightarrow BO = BI + IO \Rightarrow IO = BO - BI = 4 - 1 = 3(cm) \Rightarrow OI = OC$ (1)

Vì O thuộc đường thẳng Oxy nên Ox và Oy là hai tia đối nhau. Điểm I thuộc tia Ox và điểm C thuộc tia Oy nên điểm O nằm giữa điểm I và điểm C. (2)

Từ (1) và (2) suy ra điểm O là trung điểm của IC.

III: Độ lớn góc

Dạng toán: Tính số đo góc

Bài 1: Cho tia Oz nằm trong góc vuông xOy. Vẽ tia Ot sao cho Ox là tia phân giác của $\widehat{tOz}$. Vẽ tia Om sao cho tia Oy là phân giác của $\widehat{zOm}$.

a) Chứng minh rằng tia Om và tia Ot là hai tia đối nhau.

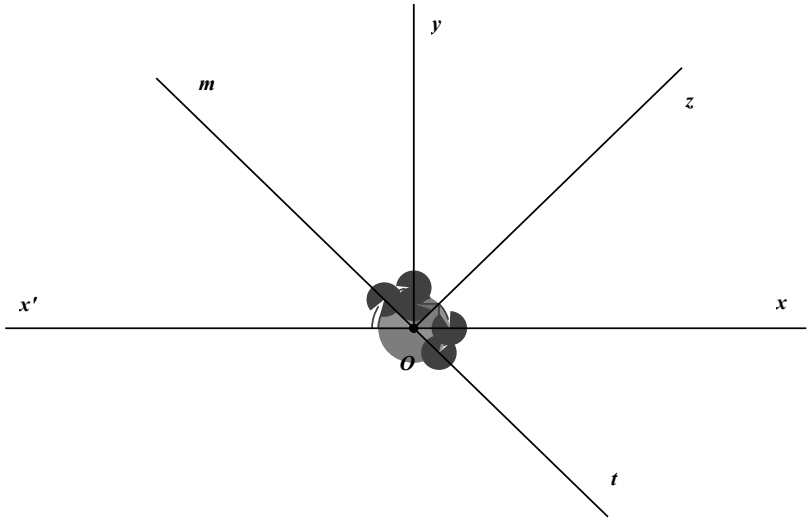
b) Gọi Ox' là tia đối của tia Ox, biết $\widehat{x'Om} = 30^0$. Tính $\widehat{tOz}$.

c) Vẽ thêm 2014 tia phân biệt gốc O (không trùng với các tia Ox, Oz, Oy, Om, Ox' và Ot).

Hỏi trong hình vẽ có tất cả bao nhiêu góc?

Trích đề HSG huyện Nga Sơn năm 2021-2022

Lời giải



a) * Chứng minh: $\widehat{tOz} + \widehat{zOm} = 180^0$.

Tia Oz nằm trong góc $\widehat{xOy}$ nên: $\widehat{xOz} + \widehat{zOy} = \widehat{xOy} = 90^0$.

Vì Ox là tia phân giác của $\widehat{tOz}$ nên: $\widehat{xOz} = \frac{1}{2}\widehat{tOz}$

Vì Oy là tia phân giác của $\widehat{zOm}$ suy ra $\widehat{zOy} = \frac{1}{2}\widehat{zOm}$.

Ta có: $\widehat{xOz} + \widehat{zOy} = 90^0$ suy ra $\frac{1}{2}\widehat{tOz} + \frac{1}{2}\widehat{zOm} = 90^0$ suy ra $\frac{1}{2}.\left(\widehat{tOz} + \widehat{zOm}\right) = 90^0$

Suy ra $\widehat{tOz} + \widehat{zOm} = 180^0$. (1)

* Chứng minh $\widehat{tOz}$ và $\widehat{zOm}$ là hai góc kề nhau:

Vì hai $\widehat{tOz}$ và $\widehat{zOm}$ là hai góc có cạnh chung Oz và nằm trên hai nửa mp có bờ là cạnh Oz.(2)

Từ (1) và (2) suy ra: tia Om và tia Ot là hai tia đối nhau.

b) Ta có: $\widehat{tOx} = \widehat{mOx'} = 30^0$ (Cùng kề bù với $\widehat{mOx}$)

Vì Ox là tia phân giác của $\widehat{tOz}$ nên $\widehat{tOx} = \widehat{xOz} = 30^0$.

Suy ra $\widehat{tOz} = \widehat{tOx} + \widehat{xOz} = 30^0 + 30^0 = 60^0$.

c) Giả sử vẽ thêm n tia phân biệt gốc O không trùng với các tia Ox, Oz, Oy, Om, Ot, Ox'.

Tất cả trong hình vẽ có $n+6$ tia phân biệt.

Cứ 1 tia trong $n+6$ tia đó tạo với $n+5$ tia còn lại thành $n+5$ góc.

Có $n+6$ tia nên tạo thành $(n+5)(n+6)$ góc , nhưng như thế mỗi góc được tính hai lần . Vậy có tất cả là $\dfrac{(n+5)(n+6)}{2}$ góc.

Thay $n = 2014$ ta được số góc là: $(2014+6)(2014+5):2 = 2039190$ (góc)

Bài 2: 1) Trong các hình sau đây: Hình chữ nhật, hình thang, hình bình hành, hình thoi, hình vuông, hình tròn, hình lục giác đều. Hình nào có trục đối xứng, hình nào có tâm đối xứng? (nếu có, hãy chỉ ra trục đối xứng, tâm đối xứng đó). Hình nào không có trục đối xứng, hình nào không có tâm đối xứng?

2) Cho $\widehat{xOy} = 60^0$. Trên tia Oy lấy điểm A sao cho $OA = 5\,\text{cm}$. Trên tia Ox lấy điểm B và C sao cho $OB = 6\,\text{cm}, BC = 2\,\text{cm}$. Nối AB, AC . Hỏi:

a) Có mấy tam giác được tạo thành? Gọi tên các tam giác đó.

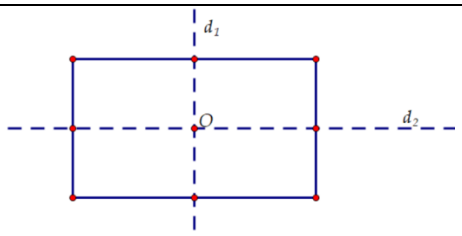
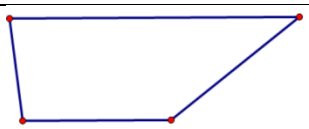
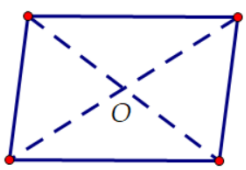
b) Vẽ tia Om là tia đối với tia Ox . Tính số đo góc mOy .

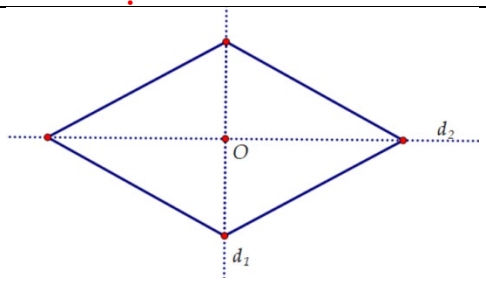
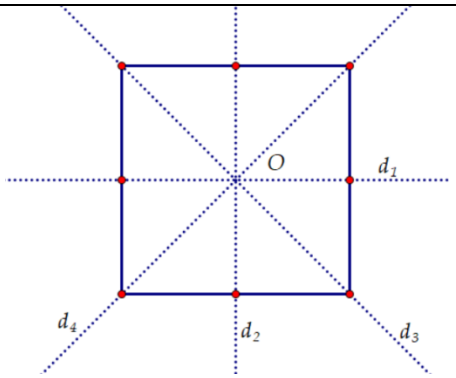
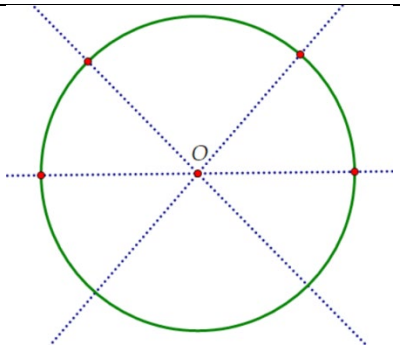
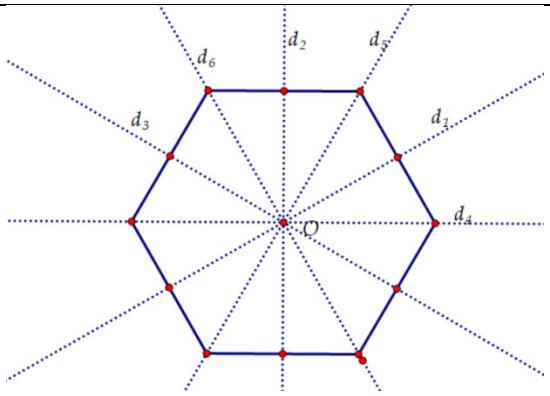
c) Tính độ dài đoạn thẳng OC.

Trích đề HSG Thanh Ba năm 2021-2022

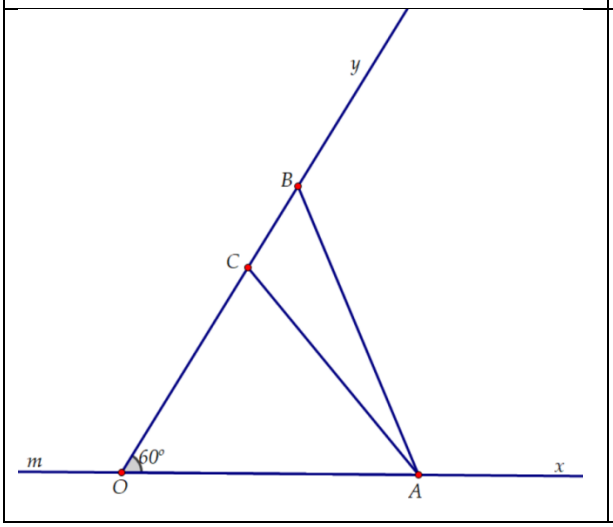
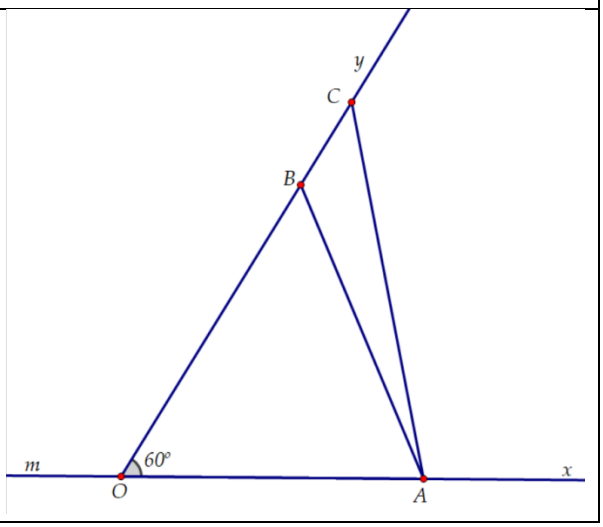
Lời giải

1) Ta có bảng sau đây:

Hình	**Hình vẽ**	**Tâm đối xứng và trục đối xứng**
Hình chữ nhật		Điểm O là tâm đối xứng của hình chữ nhật. Các đường thẳng d_1; d_2 là hai trục đối xứng của hình chữ nhật
Hình thang		Hình thang không có trục đối xứng và không có tâm đối xứng.
Hình bình hành		O là tâm đối xứng của hình bình hành Hình bình hành không có trục đối xứng.

Hình thoi		Tâm đối xứng của hình thoi là O. Trục đối xứng của hình thoi là $d_1; d_2$
Hình vuông		Tâm đối xứng của hình thoi là O. Trục đối xứng của hình thoi là $d_1; d_2; d_3; d_4$.
Hình tròn		Tâm O là tâm đối xứng của hình tròn. Bất kỳ đường kính nào đều là trục đối xứng của hình tròn.
Hình lục giác đều		Hình lục giác đều có 1 tâm đối xứng là O Hình lục giác đều có 6 trục đối xứng là $d_1; d_2; d_3; d_4; d_5; d_6$

2)

TH1	TH2
	

a) Trên hình vẽ có 3 tam giác, đó là các tam giác ΔOAC, ΔOAB; ΔABC.

b) Vì Om là tia đối của tia Ox nên ta có: $\widehat{mOy}+\widehat{yOx}=180^0$

suy ra $\widehat{mOy}+60^0=180^0$ suy ra $\widehat{mOy}=120^0$.

c) Tính OC.

Trường hợp 1: Điểm C nằm giữa O và B nên:

$OC+CB=OB$

$OC=OB-CB=6-2=4(\text{cm})$

Trường hợp 2: Điểm B nằm giữa O và C nên:

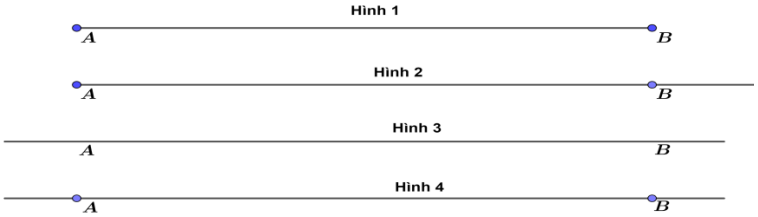
$OB+BC=OC$

$OC=6+2=8(\text{cm})$

Bài 3: 1) Trong hình vẽ dưới, có bao nhiêu đoạn thẳng phân biệt:

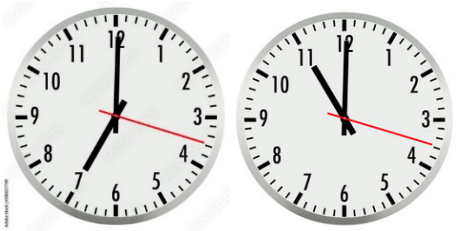
A. 4. B. 6. C. 8. D. 10.

2) Đâu là hình vẽ đúng của đường thẳng AB:



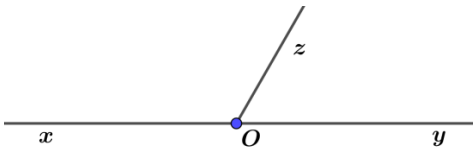
A. Hình 1. B. Hình 3 và hình 4. C. Hình 4. D.Tất cả 4 hình.

3) Buổi sáng, bạn Trang vào lớp thì đồng hồ trên tường chỉ 7h đúng. Đến khi tan trường đồng hồ chỉ đúng 11h trưa. Hỏi kim giờ trên đồng hồ đã quay được một góc bao nhiêu độ?



A.100^0. B.110^0. C.120^0. D.130^0.

4) Trong hình vẽ sau:



Góc $\widehat{yOz}$ bằng 50% góc $\widehat{xOz}$ và tia Ox, Oy là hai tia đối nhau. Số đo góc $\widehat{yOz}$ là:

A.70^0. B.80^0. C.50^0. D.60^0.

Trích đề HSG Quận Thanh Ba năm 2021-2022

Lời giải

1) Đáp án B

2) Đáp án C

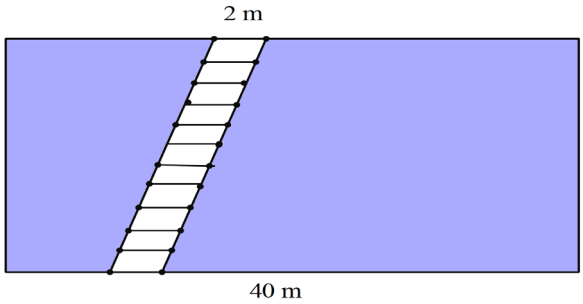
3) Đáp án C

4) Đáp án D

IV. Các bài toán về chu vi, diện tích

Dạng toán: Giải các bài toán về chu vi diện tích

Bài 1: Nhà bác Sơn có một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài bằng 40 mét và chiều dài gấp đôi chiều rộng. Trong khu vườn, bác Sơn làm một lối đi để tiện chăm sóc và tưới cho cây với kích thước được cho như hình vẽ. Bác dùng lưới B40 rào xung quanh khu vườn. Chi phí để làm cho mỗi mét hàng rào là 150000 đồng và cho mỗi mét vuông làm lối đi là 350000 đồng (bao gồm cả tiền công thợ và tiền vật liệu). Hỏi bác Sơn phải trả bao nhiêu tiền để làm hàng rào và làm lối đi cho khu vườn?



Trích đề HSG huyện ……năm 20…-20…

Lời giải

Chiều rộng khu vườn là: $40:2=20(\text{m})$.

Chiều dài lưới B40 dùng để rào khu vườn là: $(40+20).2=120(\text{m})$.

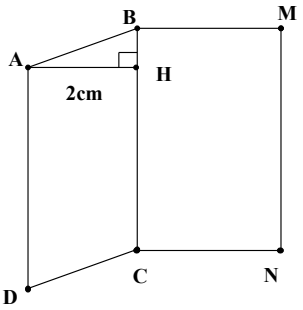
Diện tích của lối đi là: $2.20=40(\text{m}^2)$

Chi phí để làm hàng rào là: $120.150000=18000000$ (đồng).

Chi phí để làm lối đi là: $40.350000=14000000$ (đồng).

Số tiền bác Sơn phải trả để làm hàng rào và làm lối đi cho khu vườn là:
$8000000+14000000=32000000$ (đồng).

Bài 2: Tìm diện tích của hình H gồm hình bình hành $ABCD$ và hình chữ nhật $BMNC$, biết hình chữ nhật $BMNC$ có chu vi bằng $18\,\text{cm}$ và chiều dài MN gấp hai lần chiều rộng BM.



Trích đề HSG TX Sơn Tây năm 2021-2022

Lời giải

Nửa chu vi hình chữ nhật $BMNC$ bằng: $18:2=9\,(\text{cm})$

Coi chiều dài hình chữ nhật $BMNC$ gồm 2 phần bằng nhau thì chiều rộng của nó gồm 1 phần như thế.

Tổng số phần bằng nhau là: $2+1=3$ (phần)

Chiều rộng của hình chữ nhật $BMNC$: $9:3=3(\text{cm})$

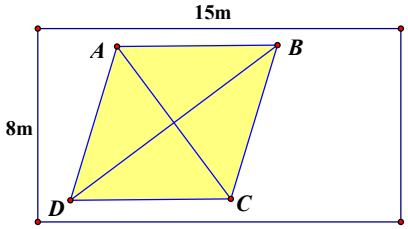
Chiều dài của hình chữ nhật $BMNC$: $3.2=6(\text{cm})$

Diện tích của hình chữ nhật $BMNC$: $6.3=18(\text{cm}^2)$

Diện tích hình bình hành: $ABCD$: $6.2=12(\text{cm}^2)$

Diện tích hình H là: $12+18=30(\text{cm}^2)$

Bài 3: Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài $15\,\text{m}$, chiều rộng $8\,\text{m}$. Người ta trồng một vườn hoa hình thoi ở trong mảnh đất đó, biết diện tích phần còn lại là $75\,\text{m}^2$. Tính độ dài đường chéo AC, biết $BD=9m$.



Trích đề HSG huyện Tân Kì (Nghĩa Đông) và huyện Hậu Lộc năm 2021-2022

Lời giải

Diện tích mảnh đất hình chữ nhật là: $15.8=120\left(\text{m}^2\right)$

Diện tích phần trồng hoa hình thoi là: $120-75=45\left(\text{m}^2\right)$

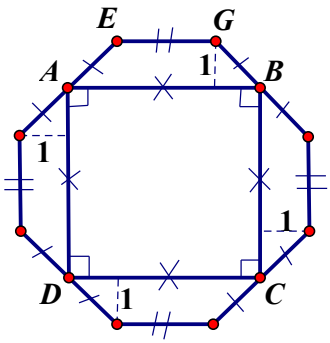
Độ dài đường chéo AC là: $45.2:9=10\left(\text{m}\right)$

Vậy độ dài đường chéo $AC=10\,\text{m}$.

Bài 4: Muốn cắt một miếng bìa có diện tích là $28\,\text{cm}^2$ như hình bên. Biết chu vi hình vuông $ABCD$ là $16\,\text{cm}$. Tính độ dài cạnh EG. (số liệu trên hình vẽ đơn vị là cm)

Trích đề HSG huyện Lý Nhân năm 2021-2022

Lời giải



Cạnh của hình vuông $ABCD$ là: $16:4=4\left(\text{cm}\right)$

Diện tích của hình vuông $ABCD$ là: $4\cdot4=16\left(\text{cm}^2\right)$

Tổng diện tích của bốn hình thang là: $28-16=12\left(\text{cm}^2\right)$

Diện tích của hình thang $ABGE$ là: $12:4=3\left(\text{cm}^2\right)$

Tổng 2 đáy của hình thang $ABGE$ là: $3\cdot2:1=6\left(\text{cm}\right)$

Cạnh GE là: $6-4=2\left(\text{cm}\right)$

Bài 5: Một khu đất hình chữ nhật có chu vi là $132\,\text{m}$. Nếu giảm chiều rộng đi $5\,\text{m}$ và tăng chiều dài lên $5\,\text{m}$ thì chiều dài gấp đôi chiều rộng.

a) Tính diện tích khu đất hình chữ nhật ban đầu.

b) Người ta dùng 30% diện tích khu đất ban đầu để trồng rau, chi phí cho mỗi mét vuông trồng rau là $35\,000$ đồng. Tính số tiền cần chi phí để trồng rau?

Trích đề HSG huyện Sóc Sơn năm 2021-2022

Lời giải

a) Nếu giảm chiều rộng $5\,\text{m}$ và tăng chiều dài $5\,\text{m}$ thì chu vi không đổi.

Ta có nửa chu vi lúc sau là: $132:2=66(\text{m})$

Lúc sau chiều dài gấp đôi chiều rộng hay chiều rộng bằng $\frac{1}{2}$ chiều dài.

Suy ra chiều rộng lúc sau bằng $\frac{1}{3}$ nửa chu vi.

Chiều rộng ban đầu khu đất đó là: $66\cdot\frac{1}{3}+5=27(\text{m})$

Chiều dài ban đầu khu đất đó là: $66-27=39(\text{m})$

Diện tích ban đầu khu đất đó là: $27.39=1053(\text{m}^2)$

b) Diện tích trồng rau là: $30\%.1050=\frac{3}{10}.1050=315(\text{m}^2)$

Số tiền chi phí để trồng rau là: $315.35\,000=11\,025\,000$ đồng.

Bài 6: Người ta muốn lát gạch và trồng cỏ cho sân vườn hình vuông. Biết diện tích phần trồng cỏ bằng $\frac{1}{4}$ diện tích sân vườn và diện tích phần lát gạch là $48\,\text{m}^2$.

1) Tính diện tích sân vườn.

2) Tính diện tích trồng cỏ.

3) Giá $1\,\text{m}^2$ cỏ là $60\,000$ đồng, nhưng khi mua lại được giảm giá 10%. Vậy số tiền cần mua cỏ là bao nhiêu?

4) Người ta cắm cọc làm hàng rào xung quanh sân vườn, khoảng cách giữa các cọc đều nhau là $0,8\,\text{m}$. Hỏi phải dùng bao nhiêu chiếc cọc?

Trích đề HSG Quận Hà Đông năm 2021-2022

Lời giải

1) Phân số chỉ diện tích phần lát gạch là: $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ diện tích sân vườn.

Do đó diện tích sân vườn là: $48:\frac{3}{4}=64(\text{m}^2)$

2) Diện tích trồng cỏ là: $\frac{1}{4}.\,64=16(\text{m}^2)$

3) Giá tiền $1\,\text{m}^2$ cỏ sau khi được giảm giá là: $60\,000-10\%.60\,000=54\,000$ (đồng).

Số tiền cần mua cỏ là: $54\,000.16=864\,000$ (đồng).

4) Cạnh của sân vườn là: $\sqrt{64}=8(\text{m})$

Chu vi của sân vườn là: $8.4=32(\text{m})$

Vậy số cọc cần dùng là: $32:0,8=40$ (chiếc).

Bài 7: Một nền nhà hình chữ nhật có chiều rộng $5\,\text{m}$ và chiều dài gấp 4 lần chiều rộng. Người ta lát nền nhà bằng những viên gạch hình vuông cạnh $4\,\text{dm}$. Tổng số tiền mua gạch là $11\,875\,000$ đồng thì vừa đủ để lát. Hỏi giá mỗi viên gạch lát nền là bao nhiêu ?

Trích đề HSG Huyện Tiên Du năm 2021-2022

Lời giải

Chiều dài của nền nhà là: $4 \cdot 5 = 20(\text{m})$

Diện tích nền nhà hình chữ nhật là: $20.5 = 100(\text{m}^2)$

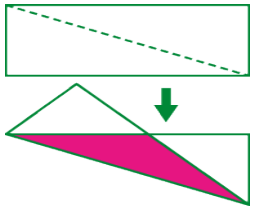
Đổi: $4\,\text{dm} = 0,4\,\text{m}$

Diện tích một viên gạch lát nền là: $0,4.0,4 = 0,16(\text{m}^2)$

Số viên gạch dùng để lát nền là: $100 : 0,16 = 625$ (viên)

Gía mỗi viên gạch lát nền là: $11875000 : 625 = 19000$ (đồng).

Bài 8: Một tờ giấy hình chữ nhật được gấp theo đường chéo như hình vẽ. Diện tích hình nhận được bằng $\frac{5}{8}$ diện tích hình chữ nhật ban đầu. Biết diện tích phần tô màu là $18\ \text{cm}^2$. Tính diện tích tờ giấy ban đầu.



Trích đề HSG huyện Vĩnh Lộc năm 2021 - 2022

Lời giải

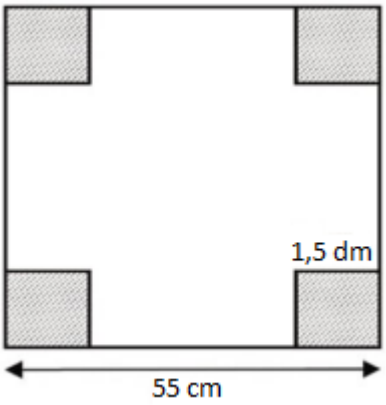
Khi gấp tờ giấy hình chữ nhật theo đường chéo (đường nét đứt) thì phần hình tam giác được tô màu bị xếp chồng lên nhau. Do đó diện tích hình chữ nhật ban đầu lớn hơn diện tích hình nhận được chính là diện tích tam giác được tô màu.

Diện tích hình chữ nhật ban đầu giảm đi bằng $1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$ diện tích hình chữ nhật ban đầu.

Do vậy diện tích tam giác tô màu bằng $\frac{3}{8}$ diện tích hình chữ nhật ban đầu, hay $\frac{3}{8}$ diện tích hình chữ nhật ban đầu bằng $18\,\text{cm}^2$.

Vậy diện tích hình chữ nhật ban đầu là: $18 : \frac{3}{8} = 48\ (\text{cm}^2)$

Bài 9: Một miếng tôn hình vuông có độ dài 1 cạnh là $55\,\text{cm}$. Người ta cắt đi bốn góc theo các hình vuông nhỏ có độ dài cạnh là $1,5\,\text{dm}$. Tính chu vi và diện tích phần tôn còn lại (*không yêu cầu học sinh vẽ hình*)



Lời giải

Sau khi cắt đi bốn góc theo các hình vuông nhỏ thì chu vi của miếng tôn còn lại vẫn bằng chu vi miếng tôn cũ và bằng: $55.4 = 220\ (\text{cm})$

Đổi $1,5\text{dm} = 15\text{cm}$

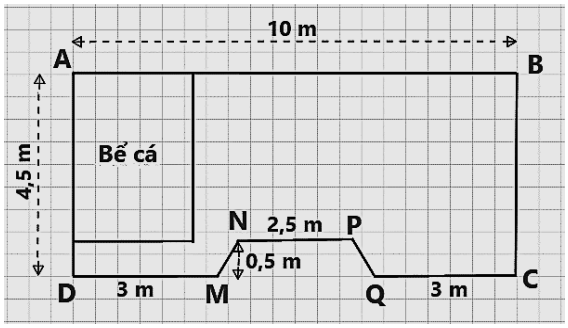
Diện tích của bốn miếng tôn bị cắt đi là: $4.(15.15) = 4.225 = 900\ (\text{cm}^2)$.

Diện tích của miếng tôn ban đầu là: $55.\ 55\ = 3025\ (\text{cm}^2)$.

Diện tích của miếng tôn còn lại là: $3025 - 900 = 2125(\text{cm}^2)$.

Vậy diện tích của miếng bìa còn lại là: $2125\ \text{cm}^2$.

Bài 10: Nhà bác Bình có một mảnh sân như hình bên. Trong sân, bác xây một bể cá có dạng hình chữ nhật dài 3m, rộng 2m. Phần còn lại của sân bác lát gạch. Biết công làm bể cá là 500000 đồng/m^2, công lát gạch là 100000 đồng/m^2. Tính tổng tiền công bác Bình cần trả cho thợ để hoàn thiện sân.



(Học sinh không phải vẽ lại hình vào bài làm)

Trích đề HSG huyện Thiệu Hoá năm 2021 - 2022

Lời giải

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là: $10.4,5 = 45\ (m^2)$

Chiều dài đoạn MQ là: $10 - 3 - 3 = 4\ (m)$

Diện tích hình thang $MNPQ$ là : $(4 + 2,5).0,5 : 2 = 1,625\ (m^2)$

Diện tích sân nhà bác Bình là: $45\ -\ 1,625\ =\ 43,375\ (m^2)$

Diện tích bể cá là: $3.2 = 6\ (m^2)$

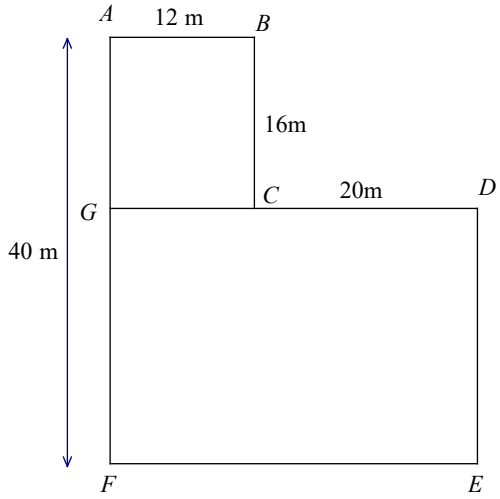
Tiền công làm bể cá là: $6.500\ 000 =\ 3\ 000\ 000$ (đồng)

Diện tích lát gạch là: $43,375 - 6 = 37,375\ (m^2)$

Tiền công lát gạch là: $37,375.100\ 000 = 3\ 737\ 500$ (đồng)

Tổng tiền công là: $3\ 000\ 000 + 3\ 737\ 500 = 6\ 737\ 500$ (đồng)

Bài 11: Khu vườn nhà anh Minh có dạng và kích thước như hình vẽ.



a) Anh Minh muốn dùng lưới B40 để rào cả khu vườn. Hỏi anh Minh phải trả bao nhiêu tiền để rào cả khu vườn, biết giá trọn gói (*gồm tiền lưới và tiền công)* cho mỗi mét lưới (*theo chiều dài*) là 150000 đồng?

b) Trên phần đất $ABCG$, anh Minh trồng rau mồng tơi, còn trên mảnh đất $GDEF$ anh trồng rau cải. Hỏi sau khi anh Minh thu hoạch hết toàn bộ rau mùng tơi và rau cải trong khu vườn thi anh thu được bao nhiêu tiền? Biết rằng cứ $1\,\text{m}^2$ thì anh thu hoạch được $2\,\text{kg}$ rau cải và $3\,\text{kg}$ rau mùng tơi. Giá mỗi kilogam rau mùng tơi là 8000 đồng, giá mỗi kilogam rau cải là 7500 đồng.

Trích đề HSG huyện Yên Mỹ năm 2021-2022

Lời giải

2.a) Số mét lưới B40 anh Minh cần dùng để rào toàn bộ khu vườn là:

$12+16+20+(40-16)+(12+20)+40=144(\text{m})$

Số tiền anh Minh phải trả để rào hết khu vườn là:

$144.150000=21600000$ (đồng)

2.b) Diện tích phần đất $ABCG$ anh Minh trồng rau mồng tơi là:

$S_{ABCG}=12.16=192(m^2)$

Độ dài đoạn thẳng DE là: $40-16=24(\text{m})$

Độ dài đoạn thẳng EF là: $12+20=32(\text{m})$

Diện tích phần đất $GDEF$ anh Minh trồng rau cải là:

$S_{GDEF}=24.32=768(\text{m}^2)$

Khối lượng rau mùng tơi thu được trên phần đất $ABCG$ là: $3.192=576(kg)$

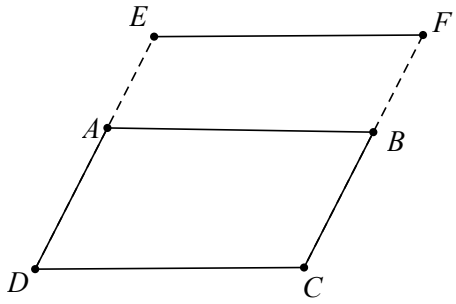
Khối lượng rau mùng tơi thu được trên phần đất $GDEF$ là: $2.768 = 1536(kg)$

Số tiền anh Minh thu được từ rau mùng tơi là: $576.8000 = 4608000$ (đồng)

Số tiền anh Minh thu được từ rau cải là: $1536.7500 = 1152000$ (đồng)

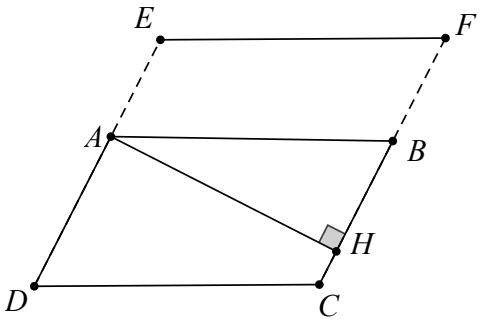
Tổng số tiền anh Minh thu được là: $4608000 + 1152000 = 16128000$ (đồng)

Bài 12: Cho hình bình hành $ABCD$ $(AB > AD)$ có chu vi là 32 cm. Nếu thêm vào mỗi cạnh AD và BC của hình bình hành 4 cm thì được hình thoi $CDEF$ (hình vẽ). Biết hình thoi $CDEF$ có diện tích là 54 cm^2. Tính diện tích hình bình hành $ABCD$.



Trích đề HSG huyện Thanh Miện năm 2021-2022

Lời giải



Khi thêm vào mỗi cạnh AD và BC của hình bình hành 4cm thì được hình thoi $CDEF$ có chu vi lớn hơn chu vi hình bình hành $ABCD$ là $2.4 = 8$ cm

Chu vi hình thoi $CDEF$ là $32 + 8 = 40$ cm

Cạnh của hình thoi $CDEF$ là $40 : 4 = 10$ cm

Kẻ đường cao AH của hình bình hành $ABCD$ nên AH cũng là chiều cao của hình thoi $CDEF$

Vì diện tích của hình thoi là 54 cm^2 nên đội dài chiều cao AH là $54 : 10 = 5,4$ cm

Nửa chu vi hình bình hành là $40 : 4 = 10$ cm

$CD + BC = 16$ cm. Mà $CD = 10$ cm $\Rightarrow CD = 6$

Diện tích hình bình hành $ABCD$ là

$AH.BC = 5,4.6 = 32,4$ cm^2

Bài 13: Nhà ông Minh có một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi bằng 600m và chiều dài bằng $\frac{3}{2}$ chiều rộng. Trên mảnh vườn đó, để tiện cho việc chăm bón và thu hoạch ông Minh đã làm một lối đi xung quanh rộng $1m$, phần diện tích còn lại dùng để trồng cam.

1. Tính diện tích mảnh vườn nhà ông Minh?

2. Tính diện tích ông Minh dùng để trồng cam.

3. Trung bình cứ $4m^2$ ông Minh trồng một cây cam. Dự định sau 3 năm mỗi cây sẽ cho thu hoạch khoảng $50kg$. Nếu giá thị trường là 25000 đồng/1kg và trừ đi 40% chi phí thì ông Minh thu được bao nhiêu tiền ?

Trích đề HSG huyện Lục Ngạn năm 2020-2021

Lời giải

Nửa chu vi của mảnh vườn là $600:2=300$ m

Vì chiều dài bằng $\frac{3}{2}$ chiều rộng nên chiều dài của mảnh vườn là $300:(3+2).3=180$ m

Chiều rộng của mảnh vườn là $300-180=120$ m

Diện tích của mảnh vườn là $180.120=21600$ m^2

Tính được diện tích phần trồng cam là $178.118=21004$ m^2

Số cây cam ông Minh trồng được là $21004:4=5251$ cây

Dự định sau 3 năm thu được $5251.50=262550$ kg

Khi đó ông Minh thu được số tiền cam là: $262550.25000=6563750000$ đồng

Số tiền chi phí là $6563750000.40\%=2625500000$ đồng

Số tiền lãi ông Minh thu được là

$6563750000-2625500000=3938250000$ đồng

Bài 14: Bác An đào cái ao hình vuông trong mảnh đất hình chữ nhật có chiều rộng 10 m và chiều dài 15 m. Biết rằng sau khi đào ao diện tích đất còn lại quanh cái ao là 50 m^2. Tính độ dài cạnh cái ao.

Trích đề HSG huyện Tiền Hải năm 2020-2021

Lời giải

Diện tích mảnh đất hình chữ nhật là:

$$10.15=150 \ (\text{m}^2)$$

Diện tích của cái ao là :

$$150-50=100 \ (\text{m}^2)$$

Vì cái ao hình vuông có diện tích 100 m^2 suy ra độ dài cạnh cái ao là 10 m.

B. PHẦN PHIẾU BÀI TẬP

I. Số điểm, số đoạn thẳng, số đường thẳng

Dạng toán: Đếm số điểm, số đường thẳng, số đoạn thẳng

Bài 1: Trên mặt phẳng cho n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Biết rằng tổng số giao điểm mà n đường thẳng đó cắt nhau tạo ra bằng 465. Tìm n.

Trích đề HSG huyện Hậu Lộc năm 2022 - 2023

Bài 2: Cho 2010 đường thẳng trong đó bất kì hai đường thẳng nào cũng cắt nhau. Không có ba đường thẳng nào đồng quy. Tính số giao điểm của chúng?

Trích đề HSG huyện … năm 20… - 20…

Bài 3: Cho n đường thẳng, trong đó bất cứ hai đường thăng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thăng nào đông quy. Biêt răng số giao điểm cùa các đường thẳng đó là 903. Tính n?

Trích đề HSG huyện Hương Sơn năm 2021-2022

Bài 4: Cho 30 điểm trong đó có đúng 5 điểm thẳng hàng (ngoài ra không còn 3 điểm nào thẳng hàng). Qua 2 điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Trích đề HSG huyện Hậu Lộc năm 2021-2022

Bài 5: Cho 25 điểm trong đó có đúng 8 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có ba điểm thẳng hàng. Vẽ các đường thẳng đi qua các cặp điểm. Hỏi vẽ được tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Trích đề HSG huyện Sóc Sơn năm 2021-2022

Bài 6: Cho 100 điểm (trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng). Nối từng cặp hai điểm trong 100 điểm đó thành các đoạn thẳng. Hỏi có bao nhiêu đoạn thẳng?

Trích đề HSG huyện Tiên Du năm 2021-2022

Bài 7: Cho 25 điểm trong đó có đúng 8 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có ba điểm thẳng hàng. Vẽ các đường thẳng đi qua các cặp điểm. Hỏi vẽ được tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Trích đề HSG huyện Vĩnh Lộc năm 2021 - 2022

Bài 8: Cho $n\left(n>2, n\in\mathbb{N}\right)$ điểm phân biệt trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Tính n biết vẽ được tất cả 300 đường thẳng.

Trích đề HSG thị xã Kinh Môn năm 2021-2022

Bài 9: Trên mặt phẳng cho n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Biết rằng tổng số giao điểm mà n đường thẳng đó cắt nhau tạo ra bằng 465. Tìm n.

Trích đề HSG huyện Hậu Lộc năm 2022 - 2023

Bài 10: Cho 50 điểm phân biệt sao cho có đúng 3 điểm thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm phân biệt ta kẻ được 1 đường thẳng. Hỏi kẻ được tất cả bao nhiêu đường thẳng từ 50 điểm trên?

Trích đề HSG huyện Bình Giang năm 2021 - 2022

II: Trung điểm của đoạn thẳng

Dạng toán: Tính độ dài đoạn thẳng, chứng minh trung điểm của đoạn thẳng.

Bài 1: Cho đoạn thẳng $AB=6\,\text{cm}$. M là điểm nằm giữa hai điểm A và B. Gọi C và D lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AM và MB. Tính độ dài đoạn thẳng CD.

Trích đề HSG huyện Sơn Tây năm 2021-2022

Bài 2: Trên tia Ox cho 4 điểm A,B,C,D. Biết rằng B nằm giữa A và D; A nằm giữa B và C; $OA=7\,\text{cm}$; $OD=3\,\text{cm}$; $BC=8\,\text{cm}$ và $AC=3BD$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng AD?

b) Chứng tỏ rằng: Điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AD.

Trích đề HSG huyện Hương Sơn năm 2021-2022

Bài 3: Cho hai tia Ox và Oy đối nhau, trên tia Ox lấy hai điểm A và M sao cho $OA = 5\,\text{cm}$; $OM = 1\,\text{cm}$ trên tia Oy lấy điểm B sao cho $OB = 3cm$. Chứng tỏ: Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Trích đề HSG huyện Hậu Lộc năm 2021-2022

Bài 4: Trên đường thẳng xy lấy điểm O. Trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA = 5\,\text{cm}$. Trên tia Oy lấy hai điểm B và C sao cho $OB = 5\,\text{cm}$ và $OC = a\,(\text{cm})$, với $0 < a < 5$.

a) Điểm O có là trung điểm của đoạn thẳng AB không? Vì sao?

b) Xác định giá trị của a để C là trung điểm của đoạn thẳng OB.

c) Trên đường thẳng xy lấy thêm 15 điểm phân biệt (không trùng với A, B, O, C). Tính tất cả số đoạn thẳng phân biệt được tạo thành từ các điểm trên hình.

Trích đề HSG huyện Lý Nhân năm 2021-2022

Bài 5: Cho đoạn thẳng AB bằng 1 đơn vị độ dài.

a) Lấy C_1 là trung điểm của AB. Tính tỷ số $\dfrac{AB}{AC_1}$.

b) Tương tự, lấy các điểm $C_2; C_3; ...; C_{2022}$ lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng $AC_1; AC_2; AC_3; ...; AC_{2021}$. Đặt. $F = 2 + 2^2 + 2^3 + ... + 2^{2022}$. So sánh F với 2^{2023}.

Trích đề HSG Thanh Ba năm 2021-2022

Bài 7: Trên đoạn thẳng $AB = 4$ cm lấy điểm M, trên tia đối của tia AB lấy điểm N sao cho $AM = AN$.

a) Nếu $BM = 1\,\text{cm}$. Tính BN.

b) Xác định vị trí của điểm M để BN có độ dài lớn nhất. Giá trị lớn nhất đó là bao nhiêu?

Trích đề HSG Kim Sơn (Quang Thiện) năm 2021-2022

Bài 8: Cho đoạn thẳng AB. Điểm C thuộc tia đối của tia BA. M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Chứng tỏ rằng: $CM = \dfrac{CA + CB}{2}$.

Trích đề HSG Tiên Du năm 2021-2022

Bài 9: Trên tia Ox lấy hai điểm M và N, sao cho $OM = 3$ cm và $ON = 7$ cm.

a) Tính độ dài đoạn thẳng MN.

b) Lấy điểm P trên tia Ox, sao cho $MP = 2$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng OP.

Trích đề HSG huyện Vĩnh Lộc năm 2021 - 2022

Bài 10: Lấy điểm O trên đường thẳng xy. Trên tia Ox lấy điểm A sao cho OA=2cm. Trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho $OM = 1\text{cm}; OB = 4\text{cm}$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng BM.

b) Chứng tỏ rằng điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Trích đề HSG thị xã Kinh Môn năm 2021-2022

Bài 11: Trên đoạn thẳng $AB = 12\text{cm}$ lấy điểm M nằm giữa A và B. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AM; K là trung điểm của đoạn thẳng AB.

a) Biết $AM = 9\text{cm}$. Tính IK?

b) Giả sử $AM = a\,(\text{cm})\,(0 < a < 12)$. Tìm a để K là trung điểm của đoạn thẳng IM.

Trích đề HSG huyện Thiệu Hoá năm 2021 - 2022

Bài 12: Cho điểm A nằm giữa hai điểm B và C sao cho $AB = 3\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$. Chứng tỏ rằng điểm A là trung điểm của đoạn thẳng BC ***(không cần vẽ hình).***

Trích đề HSG huyện Bình Giang năm 2021 - 2022

Bài 13: Cho ba điểm $A, M; B$ thẳng hàng và $AM = 3$ cm; $AB = \frac{8}{3}AM$. Biết điểm N là trung điểm của đoạn thẳng MB. Tính độ dài đoạn thẳng NA?

Trích đề HSG huyện Yên Mỹ năm 2021- 2022

Bài 14: Cho đoạn thẳng AB dài 8 cm, điểm O thuộc tia đối của tia AB. Gọi M, N thứ tự là trung điểm của đoạn thẳng OA, OB. Tính độ dài đoạn thẳng MN.

Trích đề HSG huyện Thanh Miện năm 2021-2022

Bài 15: Trên đường thẳng xy lấy điểm O. Trên tia Oy lấy điểm C, trên tia Ox lấy hai điểm A, B sao cho $OC = 3\,\text{cm}$, $OA = 2\,\text{cm}$ và $OB = 4\,\text{cm}$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng AB.

b) Gọi điểm I là trung điểm đoạn thẳng AB. Chứng tỏ điểm O là trung điểm của đoạn thẳng IC.

Trích đề HSG huyện Tiền Hải năm 2021-2022

III: Độ lớn góc

Dạng toán: Tính số đo góc

Bài 1: Cho tia Oz nằm trong góc vuông xOy. Vẽ tia Ot sao cho Ox là tia phân giác của $\widehat{tOz}$. Vẽ tia Om sao cho tia Oy là phân giác của $\widehat{zOm}$.

a) Chứng minh rằng tia Om và tia Ot là hai tia đối nhau.

b) Gọi Ox' là tia đối của tia Ox, biết $\widehat{x'Om} = 30^0$. Tính $\widehat{tOz}$.

c) Vẽ thêm 2014 tia phân biệt gốc O (không trùng với các tia Ox, Oz, Oy, Om, Ox' và Ot). Hỏi trong hình vẽ có tất cả bao nhiêu góc?

Trích đề HSG huyện Nga Sơn năm 2021-2022

Bài 2: 1) Trong các hình sau đây: Hình chữ nhật, hình thang, hình bình hành, hình thoi, hình vuông, hình tròn, hình lục giác đều. Hình nào có trục đối xứng, hình nào có tâm đối xứng? (nếu có, hãy chỉ ra trục đối xứng, tâm đối xứng đó). Hình nào không có trục đối xứng, hình nào không có tâm đối xứng?

2) Cho $\widehat{xOy} = 60^0$. Trên tia Oy lấy điểm A sao cho $OA = 5\,\text{cm}$. Trên tia Ox lấy điểm B và C sao cho $OB = 6\,\text{cm}, BC = 2\,\text{cm}$. Nối AB, AC. Hỏi:

a) Có mấy tam giác được tạo thành? Gọi tên các tam giác đó.

b) Vẽ tia Om là tia đối với tia Ox. Tính số đo góc mOy.

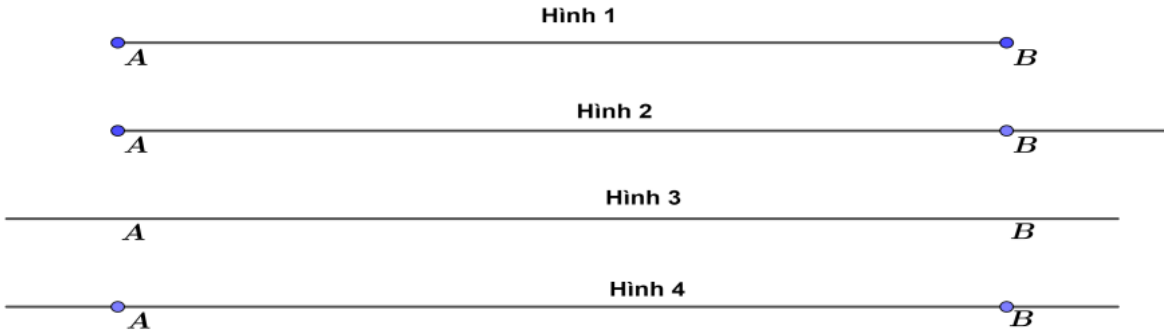
c) Tính độ dài đoạn thẳng OC.

Trích đề HSG Thanh Ba năm 2021-2022

Bài 3: 1) Trong hình vẽ dưới, có bao nhiêu đoạn thẳng phân biệt:

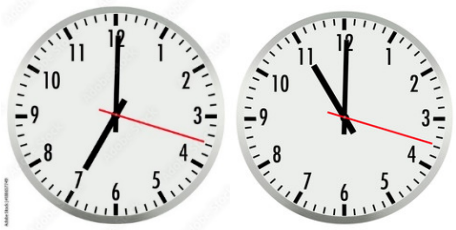
A. 4. B. 6. C. 8. D. 10.

2) Đâu là hình vẽ đúng của đường thẳng AB:



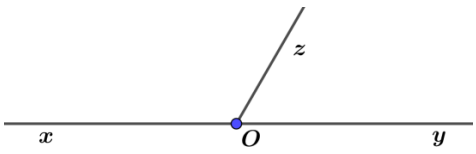
A. Hình 1. B. Hình 3 và hình 4. C. Hình 4. D. Tất cả 4 hình.

3) Buổi sáng, bạn Trang vào lớp thì đồng hồ trên tường chỉ 7 h đúng. Đến khi tan trường đồng hồ chỉ đúng 11h trưa. Hỏi kim giờ trên đồng hồ đã quay được một góc bao nhiêu độ.



A. 100^0. B. 110^0. C. 120^0. D. 130^0.

4) Trong hình vẽ sau:



Góc $\widehat{yOz}$ bằng 50% góc $\widehat{xOz}$ và tia Ox, Oy là hai tia đối nhau. Số đo góc $\widehat{yOz}$ là:

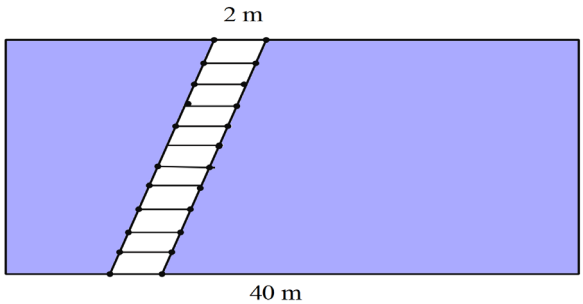
A. 70^0. B. 80^0. C. 50^0. D. 60^0.

Trích đề HSG Quận Thanh Ba năm 2021-2022

IV. Các bài toán về chu vi, diện tích

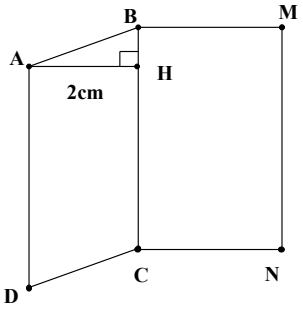
Dạng toán: Giải các bài toán về chu vi diện tích

Bài 1: Nhà bác Sơn có một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài bằng 40 mét và chiều dài gấp đôi chiều rộng. Trong khu vườn, bác Sơn làm một lối đi để tiện chăm sóc và tưới cho cây với kích thước được cho như hình vẽ. Bác dùng lưới B40 rào xung quanh khu vườn. Chi phí để làm cho mỗi mét hàng rào là 150000 đồng và cho mỗi mét vuông làm lối đi là 350000 đồng (bao gồm cả tiền công thợ và tiền vật liệu). Hỏi bác Sơn phải trả bao nhiêu tiền để làm hàng rào và làm lối đi cho khu vườn?



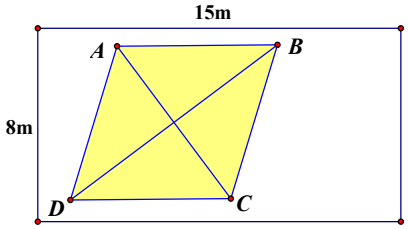
Trích đề HSG huyện ……năm 20…-20…

Bài 2: Tìm diện tích của hình H gồm hình bình hành $ABCD$ và hình chữ nhật $BMNC$, biết hình chữ nhật $BMNC$ có chu vi bằng 18cm và chiều dài MN gấp hai lần chiều rộng BM.



Trích đề HSG TX Sơn Tây năm 2021-2022

Bài 3: Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài $15\,\text{m}$, chiều rộng $8\,\text{m}$. Người ta trồng một vườn hoa hình thoi ở trong mảnh đất đó, biết diện tích phần còn lại là $75\,\text{m}^2$. Tính độ dài đường chéo AC, biết $BD=9\,\text{m}$.



Trích đề HSG huyện Tân Kì (Nghĩa Đông) và huyện Hậu Lộc năm 2021-2022

Bài 4: Muốn cắt một miếng bìa có diện tích là $28\,\text{cm}^2$ như hình bên. Biết chu vi hình vuông $ABCD$ là $16\,\text{cm}$. Tính độ dài cạnh EG. (số liệu trên hình vẽ đơn vị là cm)

Trích đề HSG huyện Lý Nhân năm 2021-2022

Bài 5: Một khu đất hình chữ nhật có chu vi là $132\,\text{m}$. Nếu giảm chiều rộng đi $5\,\text{m}$ và tăng chiều dài lên $5\,\text{m}$ thì chiều dài gấp đôi chiều rộng.

a) Tính diện tích khu đất hình chữ nhật ban đầu.

b) Người ta dùng 30% diện tích khu đất ban đầu để trồng rau, chi phí cho mỗi mét vuông trồng rau là 35000 đồng. Tính số tiền cần chi phí để trồng rau?

Trích đề HSG huyện Sóc Sơn năm 2021-2022

Bài 6: Người ta muốn lát gạch và trồng cỏ cho sân vườn hình vuông. Biết diện tích phần trồng cỏ bằng $\frac{1}{4}$ diện tích sân vườn và diện tích phần lát gạch là $48\,\text{m}^2$.

1) Tính diện tích sân vườn.

2) Tính diện tích trồng cỏ.

3) Giá $1\,\text{m}^2$ cỏ là $60\,000$ đồng, nhưng khi mua lại được giảm giá 10%. Vậy số tiền cần mua cỏ là bao nhiêu?

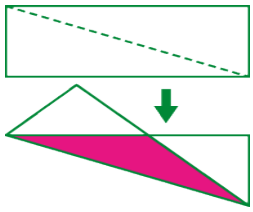
4) Người ta cắm cọc làm hàng rào xung quanh sân vườn, khoảng cách giữa các cọc đều nhau là $0,8\,\text{m}$.Hỏi phải dùng bao nhiêu chiếc cọc?

Trích đề HSG Quận Hà Đông năm 2021-2022

Bài 7: Một nền nhà hình chữ nhật có chiều rộng $5\,\text{m}$ và chiều dài gấp 4 lần chiều rộng. Người ta lát nền nhà bằng những viên gạch hình vuông cạnh $4\,\text{dm}$. Tổng số tiền mua gạch là 11875000 đồng thì vừa đủ để lát. Hỏi giá mỗi viên gạch lát nền là bao nhiêu ?

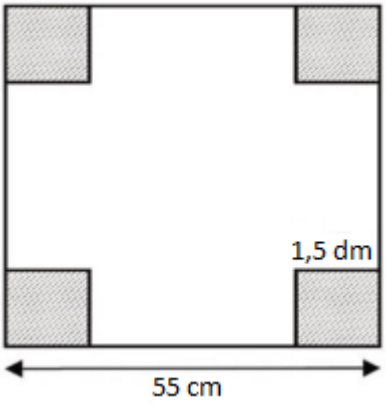
Trích đề HSG Huyện Tiên Du năm 2021-2022

Bài 8: Một tờ giấy hình chữ nhật được gấp theo đường chéo như hình vẽ. Diện tích hình nhận được bằng $\frac{5}{8}$ diện tích hình chữ nhật ban đầu. Biết diện tích phần tô màu là $18\ cm^2$. Tính diện tích tờ giấy ban đầu.



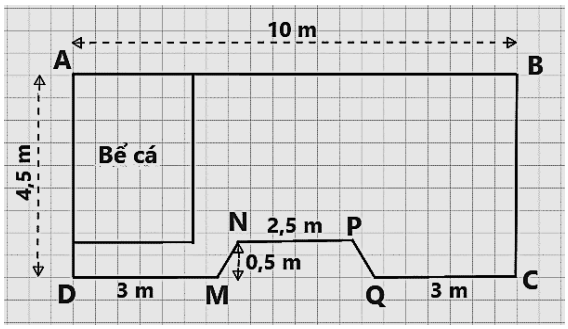
Trích đề HSG huyện Vĩnh Lộc năm 2021 - 2022

Bài 9: Một miếng tôn hình vuông có độ dài 1 cạnh là $55\,cm$. Người ta cắt đi bốn góc theo các hình vuông nhỏ có độ dài cạnh là $1,5\,dm$. Tính chu vi và diện tích phần tôn còn lại (*không yêu cầu học sinh vẽ hình*)



Trích đề đề xuất HSG huyện năm 2021 - 2022

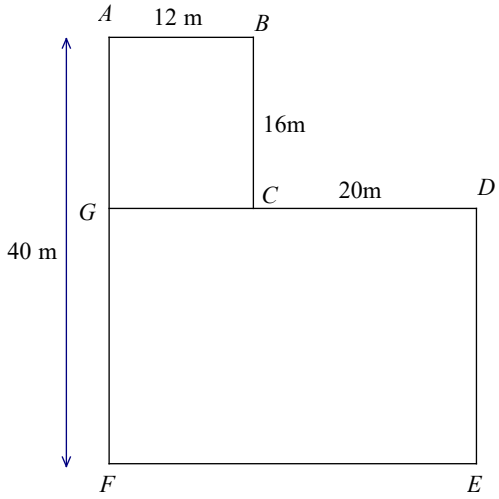
Bài 10: Nhà bác Bình có một mảnh sân như hình bên. Trong sân, bác xây một bể cá có dạng hình chữ nhật dài $3m$, rộng $2m$. Phần còn lại của sân bác lát gạch. Biết công làm bể cá là 500000 đồng/m^2, công lát gạch là 100000 đồng/m^2. Tính tổng tiền công bác Bình cần trả cho thợ để hoàn thiện sân.



(Học sinh không phải vẽ lại hình vào bài làm)

Trích đề HSG huyện Thiệu Hoá năm 2021 - 2022

Bài 11: Khu vườn nhà anh Minh có dạng và kích thước như hình vẽ.

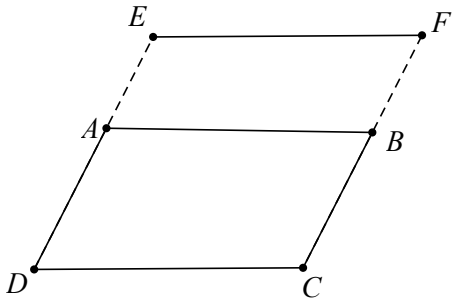


a) Anh Minh muốn dùng lưới B40 để rào cả khu vườn. Hỏi anh Minh phải trả bao nhiêu tiền để rào cả khu vườn, biết giá trọn gói (*gồm tiền lưới và tiền công)* cho mỗi mét lưới (*theo chiều dài*) là 150000 đồng?

b) Trên phần đất $ABCG$, anh Minh trồng rau mồng tơi, còn trên mảnh đất $GDEF$ anh trồng rau cải. Hỏi sau khi anh Minh thu hoạch hết toàn bộ rau mùng tơi và rau cải trong khu vườn thi anh thu được bao nhiêu tiền? Biết rằng cứ $1\,m^2$ thì anh thu hoạch được $2\,kg$ rau cải và $3\,kg$ rau mùng tơi. Giá mỗi kilogam rau mùng tơi là 8000 đồng, giá mỗi kilogam rau cải là 7500 đồng.

Trích đề HSG huyện Yên Mỹ năm 2021-2022

Bài 12: Cho hình bình hành $ABCD$ $(AB > AD)$ có chu vi là 32 cm. Nếu thêm vào mỗi cạnh AD và BC của hình bình hành $4\,cm$ thì được hình thoi $CDEF$ (hình vẽ). Biết hình thoi $CDEF$ có diện tích là 54 cm^2. Tính diện tích hình bình hành $ABCD$.



Trích đề HSG huyện Thanh Miện năm 2021-2022

Bài 13: Nhà ông Minh có một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi bằng 600m và chiều dài bằng $\frac{3}{2}$ chiều rộng. Trên mảnh vườn đó, để tiện cho việc chăm bón và thu hoạch ông Minh đã làm một lối đi xung quanh rộng $1m$, phần diện tích còn lại dùng để trồng cam.

1. Tính diện tích mảnh vườn nhà ông Minh?

2. Tính diện tích ông Minh dùng để trồng cam.

3. Trung bình cứ $4\ m^2$ ông Minh trồng một cây cam. Dự định sau 3 năm mỗi cây sẽ cho thu hoạch khoảng $50kg$. Nếu giá thị trường là 25000 đồng/1kg và trừ đi 40% chi phí thì ông Minh thu được bao nhiêu tiền ?

Trích đề HSG huyện Lục Ngạn năm 2020-2021

Bài 14: Bác An đào cái ao hình vuông trong mảnh đất hình chữ nhật có chiều rộng $10\,m$ và chiều dài $15\,m$. Biết rằng sau khi đào ao diện tích đất còn lại quanh cái ao là $50\,m^2$. Tính độ dài cạnh cái ao.

Trích đề HSG huyện Tiền Hải năm 2020-2021

C. SƯU TẦM CÁC BÀI TRONG CÁC ĐỀ CỦA NHỮNG NĂM TRƯỚC ĐÓ

Bài 1:

a) Cho 40 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi vẽ được bao nhiêu đường thẳng?

b) Cho 40 điểm trong đó có đúng 10 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi vẽ được bao nhiêu đường thẳng?

c) Cho n điểm $(n \in \mathbb{N})$. Trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng, cứ qua hai điểm ta được 1 đường thẳng. Biết rằng có tất cả 105 đường thẳng. Tìm n?

Trích đề HSG Huyện Gia Lai năm 2018-2019

Lời giải

a) Kẻ từ 1 điểm bất kỳ với các điểm còn lại được: 39 đường thẳng.

Làm như vậy với 40 điểm ta được $39.40 = 1560$ (đường thẳng)

Nhưng mỗi đường thẳng được tính hai lần do vậy số đường thẳng thực sự là:

$1560 : 2 = 780$ (đường thẳng)

b) Nếu 40 điểm không có ba điểm nào thẳng hàng thì sẽ vẽ được 780 đường thẳng.

Với 10 điểm, không có ba điểm nào thẳng hàng thì vẽ được: $10.9 : 2 = 45$ (đường thẳng)

Số đường thẳng cần tìm là: $780 - 44 = 736$ (đường thẳng)

c) Ta có:

$n.(n-1) : 2 = 105$

$n(n-1) = 210$

$n(n-1) = 15.14$

Vậy $n = 15$.

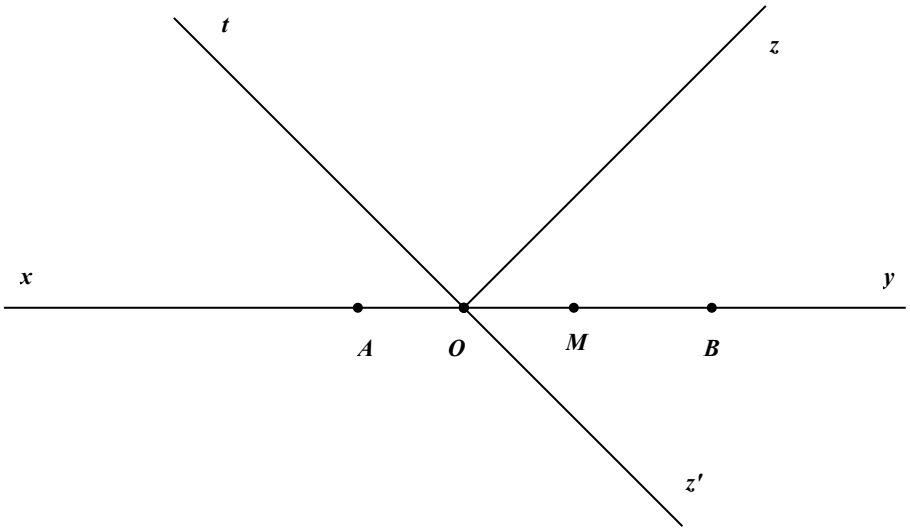
Bài 2: Cho góc bẹt xOy, trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA = 2cm$, trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho $OM = 1\text{cm}, OB = 4\text{cm}$.

a) Chứng tỏ: Điểm M nằm giữa hai điểm O và B; điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

b) Từ O kẻ hai tia Ot, Oz sao cho $\widehat{tOy} = 130^0$, $\widehat{zOy} = 30^0$. Tính số đo $\widehat{tOz}$?

Trích đề HSG Huyện Bá Thước năm 2018-2019

Lời giải



a) M là điểm nằm giữa O và B.

Do M nằm giữa O và B ta có:

$OM + MB = OB$

$MB = OB - OM = 4 - 1 = 3(\text{cm})$

Do A thuộc tia Ox, M thuộc tia Oy nên O nằm giữa hai điểm A và M suy ra:

$OM + OA = MA = 2 + 1 = 3(\text{cm})$

Mặt khác do A, B nằm trên hai tia đối nhau, M lại nằm giữa O và B nên suy ra M nằm giữa A và B, Vậy M là trung điểm của AB.

b) TH1: Tia Ot, Oz trên cùng một nửa mặt phẳng.

Do $\widehat{yOt} = 130^0, \widehat{yOz} = 30^0$ suy ra tia Oz nằm giữa hai tia Ot, Oy.

Ta có: $\widehat{tOz} = \widehat{tOy} - \widehat{yOz} = 130^0 - 30^0 = 100^0$.

TH2: Tia Ot và tia Oz không nằm trên cùng một nửa mặt phẳng bờ là xy.

Suy ra tia Oy nằm giữa 2 tia Ot, Oz.

Ta có: $\widehat{tOz} = \widehat{tOy} + \widehat{yOz} = 130^0 + 30^0 = 160^0$.

Bài 3: Cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng $2\,\text{cm}$. Lấy điểm C thuộc đường thẳng AB sao cho $BC = 5\,\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng AC.

Trích đề HSG Huyện Trực Ninh năm 2017-2018

Lời giải

Trường hợp điểm C thuộc tia đối của tia BA.

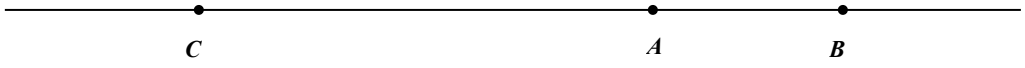
Điểm B nằm giữa hai điểm A và C.

Ta có:

$AB + BC = AC$

$AC = 2\,\text{cm} + 5\,\text{cm} = 7\,\text{cm}$.

Trường hợp điểm C thuộc tia BA



Điểm A nằm giữa hai điểm B và C.

Ta có:

$AB + AC = BC$

$AC = BC - AB = 5\,\text{cm} - 2\,\text{cm} = 3\,\text{cm}$.

Bài 4: Trên tia Ox, cho 4 điểm A, B, C, D. Biết rằng A nằm giữa B và C; B nằm giữa C và D; $OA = 7\,\text{cm}; OD = 3\,\text{cm}; BC = 8\,\text{cm}$ và $AC = 3BD$.

a) Tính độ dài AC

b) Chứng tỏ rằng: Điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AD.

Trích đề HSG Huyện Nga Sơn năm 2017-2018

Lời giải

a) Đặt $BD = x\,(\text{cm})$ suy ra $AC = 3x\,(\text{cm})$.

Vì D nằm giữa O và A nên: $OD + DA = OA$ suy ra $DA = 4$.

Suy ra $DB + BA = 4$ suy ra $x + BA = 4$ (1)

Vì A nằm giữa B và C nên: $BA + AC = BC$ hay $3x + BA = 8$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $(3x+BA)-(x+BA)=8-4$ suy ra $2x=4$ suy ra $x=2$

Suy ra $AC=3.2=6\,(\text{cm})$

b) Theo (1) ta có: $x+BA=4$ mà $x=2$ suy ra $BA=2$.

Mà $BD=x=2$ suy ra $BD=BA(=2)$ suy ra B là trung điểm của đoạn thẳng AD.

Bài 5:

a) Trên tia Ox lấy 2 điểm A,B sao cho $OA=6\,\text{cm}, OB=10\,\text{cm}$. Gọi E,F lần lượt là trung điểm của OA, AB. Tính độ dài đoạn thẳng EF.

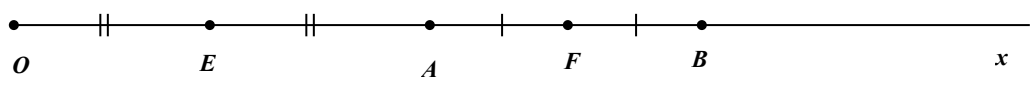
b) Trên cùng nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox vẽ hai tia Oy, Oz sao cho $\widehat{xOy}=50^0; \widehat{xOz}=100^0$.

Vẽ tia Oy' là tia đối của tia Oy. Tính số đo $\widehat{y'Oz}$.

c) Cho 2018 điểm phân biệt trong đó có đúng 3 điểm thẳng hàng. Qua hai điểm ta kẻ được một đường thẳng. Tính số đường thẳng kẻ được.

Trích đề HSG Huyện Kinh Môn năm 2017-2018

a)



Vì điểm A nằm giữa hai điểm O và B suy ra $OA+AB=OB$.

Thay số: $6+AB=10$ suy ra $AB=4\,\text{cm}$. Vậy $AB=4\,\text{cm}$.

Vì E là trung điểm OA nên $EA=\dfrac{OA}{2}$, thay số $EA=6:2=3\,\text{cm}$.

F là trung điểm của AB nên $AF=\dfrac{AB}{2}$.

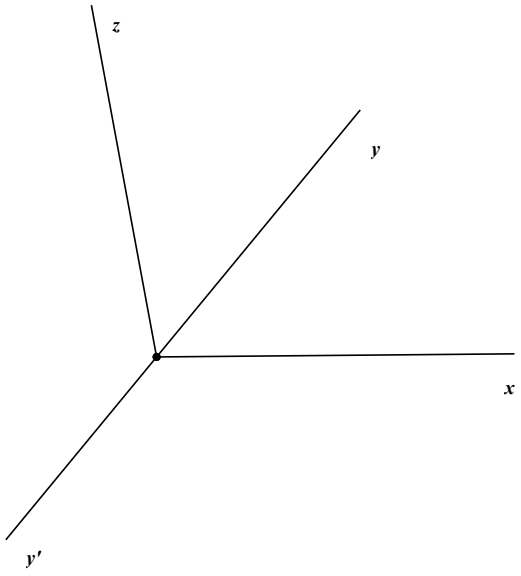
Thay số: $AF=4:2=2\,\text{cm}$.

Do A nằm giữa O và B. Mà E là trung điểm của OA, F là trung điểm của AB nên điểm A nằm giữa hai điểm E và F.

Suy ra $EF=EA+AF=3+2=5\,(\text{cm})$.

Vậy $EF=5\,\text{cm}$.

b)



Vì hai tia Oz, Oy cùng nằm trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox, mà $\widehat{xOy}<\widehat{xOz}$ nên tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz suy ra $\widehat{xOy}+\widehat{yOz}=\widehat{xOz}$.

Thay số $50^0+\widehat{yOz}=100^0$ suy ra $\widehat{yOz}=50^0$.

Do tia Oy' là tia đối của tia Oy suy ra $\widehat{y'Oz},\widehat{yOz}$ là hai góc kề bù.

Suy ra $\widehat{y'Oz}+\widehat{yOz}=180^0$.

Thay số: $\widehat{y'Oz}+50^0=180^0$ suy ra $\widehat{y'Oz}=130^0$.

Vậy $\widehat{y'Oz}=130^0$.

c) Giả sử trong 2018 điểm không có ba điểm nào thẳng hàng

Từ 1 điểm ta nối với 2017 điểm còn lại ta được 2017 đường thẳng. Làm như vậy với 2018 điểm ta được $2018.2017=4070306$ đường thẳng.

Vì mỗi đường thẳng được tính hai lần, do đó số đường thẳng kẻ được là: 2035153 đường thẳng.

Số đường thẳng đi qua 3 điểm không thẳng hàng là 3.

Số đường thẳng đi qua 3 điểm phân biệt thẳng hàng là 1.

Khi thay 3 điểm phân biệt không thẳng hàng thành 3 điểm phân biệt thẳng hàng thì số đường thẳng giảm đi là: $3-1=2$ (đường thẳng)

Do trong 2018 điểm phân biệt trên có đúng ba điểm thẳng hàng nên số đường thẳng thực tế kẻ được là: $2035153-2=2035151$(đường thẳng)

Vậy ta kẻ được tất cả là 2035151 đường thẳng.

Bài 6: 1. Cho trước 10 đường thẳng đôi một cắt nhau, trong đó có đúng ba đường thẳng cùng đi qua một điểm. Hỏi các đường thẳng đó có bao nhiêu giao điểm?

2. Cho đoạn thẳng AB điểm O thuộc tia đối của tia AB. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của OA,OB

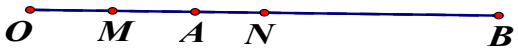
a) Chứng tỏ $OA<OB$.

b) Trong ba điểm O,M,N; điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại.

c) Chứng tỏ rằng độ dài đoạn thẳng MN không phụ thuộc vào vị trí của điểm O (O thuộc tia đối của tia OB).

Trích đề HSG Huyện năm 2021-2022

Lời giải



a) Điểm A nằm giữa hai điểm O và B.

Suy ra: $OA<OB$.

b) Ta có M và N thứ tự là trung điểm của OA,OB nên: $OM=\dfrac{OA}{2}$; $ON=\dfrac{OB}{2}$.

Vì $OA<OB$ suy ra $OM<ON$.

Hai điểm M và N thuộc tia OB mà $OM<ON$ nên điểm M nằm giữa hai điểm O và N.

c) Ta có: $OM+MN=ON$ suy ra $MN=ON-OM$.

Hay $MN=\dfrac{OB-OA}{2}=\dfrac{AB}{2}$.

Vì AB có độ dài không đổi nên MN có độ dài không đổi.

Bài 7: Cho đoạn thẳng $AB=2^{2008}\left(\text{cm}\right)$. Gọi M_1 là trung điểm của đoạn thẳng AB; M_2 là trung điểm của đoạn thẳng M_1B; M_3 là trung điểm của đoạn thẳng M_2B; ...; M_{2008} là trung điểm của đoạn thẳng $M_{2007}B$. Tính độ dài đoạn thẳng $M_{2008}B$.

Trích đề HSG Huyện năm 2021-2022

Lời giải

M_1 là trung điểm của AB nên $M_1B=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{2^{2008}}{2}=2^{2007}(\text{cm})$

M_2 là trung điểm của M_1B nên $M_2B=\dfrac{M_1B}{2}=\dfrac{2^{2007}}{2}=2^{2006}(\text{cm})$

Như vậy: $M_1B=\dfrac{2^{2008}}{2^1};\ M_2B=\dfrac{2^{2008}}{2^2};\ M_3B=\dfrac{2^{2008}}{2^3};...$

Do đó $M_{2007}B=\dfrac{2^{2008}}{2^{2007}}=2(\text{cm})$

M_{2008} là trung điểm của $M_{2007}B$ nên $M_{2008}B=\dfrac{M_{2007}B}{2}=\dfrac{2}{2}=1(\text{cm})$

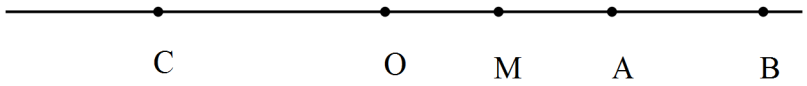
Bài 8: Trên tia Ox lấy hai điểm A,B sao cho $OA=3\,\text{cm},OB=5\,\text{cm}$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng AB.

b) Trên tia đối của tia Ox lấy điểm C sao cho O là trung điểm của đoạn thẳng AC. Lấy điểm M thuộc đoạn thẳng OA sao cho $OM=\dfrac{1}{2}OA$. Hỏi M có là trung điểm của đoạn thẳng BC không? Vì sao?

Trích đề HSG Huyện năm 2020-2021

Lời giải



a) Điểm A nằm giữa hai điểm B và O.

Do đó, ta có: $OA+AB=OB$ suy ra $AB=OB-OA.$

Mà $OA=3\,\text{cm};OB=5\,\text{cm}$ nên: $AB=5-3=2\,\text{cm}.$

Vậy $AB=2\,\text{cm}.$.

b) Vì điểm O là trung điểm của đoạn thẳng AC nên $OC=OA=3\,\text{cm}.$.

Vì điểm M là trung điểm của đoạn thẳng OA nên $OM=MA=3:2=1,5\,(\text{cm})$.

Vì hai điểm $C;M$ nằm trên hai tia đối nhau gốc O nên điểm O nằm giữa hai điểm $C;M$

Do đó ta có:

$CO+OM=CM$

$3+1,5=CM$

$CM=4,5\,(\text{cm})$

Điểm M nằm giữa hai điểm O và B.

Do đó: $OM+MB=OB$ suy ra $MB=OB-OM.$

Mà $OM=1,5\,\text{cm};OB=5\,\text{cm}$ nên: $MB=5-1,5=3,5\,\text{cm}.$

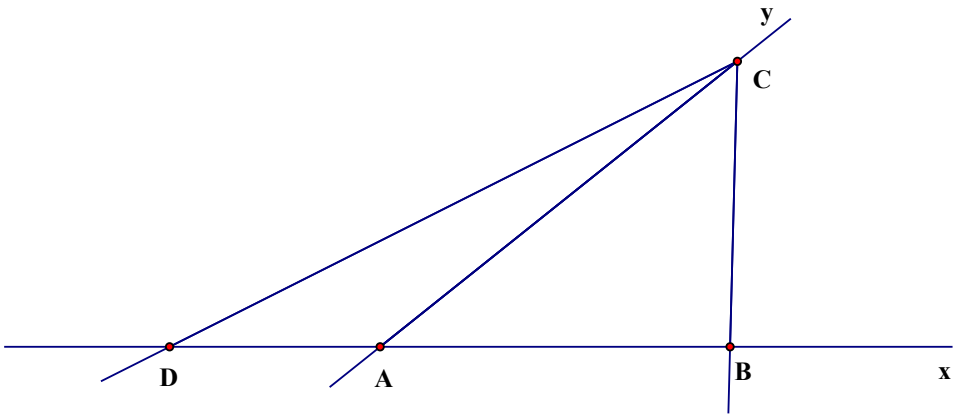
Ta thấy $MB\neq MC\,(3,5\,\text{cm}\neq 4,5\,\text{cm})$ nên điểm M không là trung điểm của đoạn thẳng $BC.$

Bài 9: Cho $\widehat{xAy}$, trên tia Ax lấy điểm B sao cho $AB=5\,\text{cm}$. Trên tia đối của tia Ax lấy điểm D sao cho $AD=3\text{cm}$, C là một điểm trên tia Ay.

a) Tính $BD.$

b) Biết $\widehat{BCD}=85^0$, $\widehat{BCA}=50^0$. Tính $\widehat{ACD}$?.

Lời giải



a) Vì Ax và AD là hai tia đối nhau, B thuộc tia Ax, D thuộc tia AD.

Suy ra điểm A nằm giữa hai điểm B và D.

Suy ra $BA+AD=BD$

Suy ra $BD=5+3=8\,(\text{cm})$

Vậy $BD=8\,\text{cm}$

b) Vì tia CA nằm giữa hai tia CB và CD.

$\widehat{BCA}+\widehat{ACD}=\widehat{BCD}$

$50^0+\widehat{ACD}=85^0$

$\widehat{ACD}=35^0$.

Vậy $\widehat{ACD}=35^0$.

Bài 10:

1. Trên tia Ox lấy các điểm A và B sao cho $OA=3\,\text{cm}$, $OB=7\,\text{cm}$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng OA, K là trung điểm của đoạn thẳng AB.

a) Tính độ dài các đoạn AB và IK.

b) Gọi M là một điểm nằm ngoài đường thẳng AB, biết $\widehat{OMB}=110^0$ và $\widehat{OMA}=\frac{2}{3}\widehat{AMB}$.

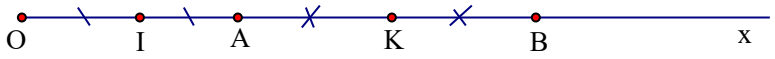
Tính số đo góc AMB.

2. Cho 30 điểm phân biệt trong đó có đúng 10 điểm thẳng hàng, cứ qua 2 điểm vẽ được một đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Trích đề HSG Huyện năm 2020-2021

Lời giải

1.



a) Ta có: $AB=OB-OA=7-3=4\,(\text{cm})$

Ta có $IA=\frac{OA}{2}$; $AK=\frac{AB}{2}$.

Suy ra: $IK=\frac{OA}{2}+\frac{AB}{2}=\frac{OB}{2}=\frac{7}{2}=3,5\,(\text{cm})$

b) Ta có: $\widehat{AMB}=\widehat{OMB}-\widehat{OMA}$

Suy ra: $\widehat{AMB}=\widehat{OMB}-\frac{2}{3}\widehat{AMB}$ (Vì $\widehat{OMA}=\frac{2}{3}\widehat{AMB}$)

Suy ra: $\widehat{AMB}+\frac{2}{3}\widehat{AMB}=\widehat{OMB}$

Suy ra: $\widehat{AMB}=\frac{2}{5}.\widehat{OMB}=\frac{2}{5}.110^0=44^0.$

2. Qua 30 điểm phân biệt vẽ được số đường thẳng là: $30.29=870$ (đường thẳng)

Qua 10 điểm phân biệt ta vẽ được số đường thẳng là: $10.9=90$ (đường thẳng)

Mà ta có 10 điểm thẳng hàng nên số đường thẳng vẽ được là: $870-90=780$ (đường thẳng)

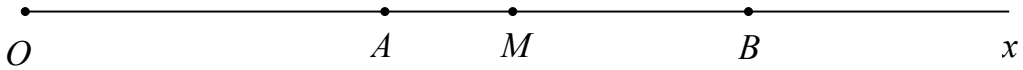
Bài 11: Trên tia Ox lấy hai điểm A và B sao cho $OA=a\ (\text{cm}), OB=b\ (\text{cm}), b>a>0$

a) Tính độ dài đoạn thẳng AB với $a=2, b=5$.

b) Tìm vị trí của điểm M trên tia Ox sao cho $OM=\frac{1}{2}(a+b)$.

Trích đề HSG huyện Bình Xuyên năm 2021- 2022

Lời giải



a) Vì điểm A nằm giữa hai điểm O và B.

Do đó $OA+AB=OB$

Thay số, ta có $2+AB=5\Rightarrow AB=5-2=3\ (cm)$

b) Vì $OM=\frac{1}{2}(a+b)$

$$\Rightarrow OM=\frac{a+b}{2}=\frac{2a+b-a}{2}=a+\frac{b-a}{2}=OA+\frac{OB-OA}{2}=OA+\frac{1}{2}AB$$

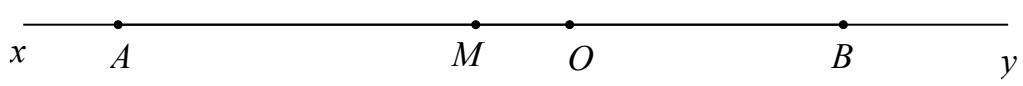
Mặt khác, do A nằm giữa O và M nên $OM=OA+AM\Rightarrow AM=\frac{1}{2}AB$.

Mà M nằm giữa A và B nên M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Bài 12: Cho hai tia Ox và Oy đối nhau, trên tia Ox lấy hai điểm A và M sao cho $OA=5$ cm, $OM=1$ cm; trên tia Oy lấy điểm B sao cho $OB=3$ cm. Chứng tỏ điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Trích đề HSG huyện Bình Lục năm 2022-2023

Lời giải



Vì điểm M nằm giữa O và A, suy ra $OM+MA=OA$

$AM=OA.MO$

Hay $MA=5-1=4$ (cm).

Vì điểm O nằm giữa hai điểm M và B. Khi đó: $OM+OB=MB$

Hay $M = 1 + 3 = 4$ (cm)

Vì điểm M nằm giữa hai điểm A và B và $MA + MB = 4$

Nên M là trung điểm của đoạn thẳng AB